

TD2 de PROBABILITES

Exercice 1 : Montrer que, si les événements A et B sont indépendants, alors A et B^c sont indépendants, A^c et B sont indépendants, et A^c et B^c sont indépendants.

Exercice 2 : On tire deux cartes d'un jeu de 52 cartes. Quelle est la probabilité de tirer 2 as si :

- a) la première carte tirée est remplacée dans le paquet ;
- b) la première carte tirée n'est pas remplacée dans le paquet.

Exercice 3 : Un récipient contient 6 boules rouges, 4 jaunes et 5 bleues. On tire successivement 3 boules du récipient. Quelle est la probabilité pour tirer dans l'ordre une boule rouge, une jaune et une bleue si :

- a) chaque boule tirée est remplacée dans le paquet ;
- b) les boules tirées ne sont pas remplacées dans le paquet.

Exercice 4 : Un sac contient 5 billes rouges et 4 blanches. On tire successivement 2 billes sans remettre la première dans le sac. On constate que la seconde bille est blanche. Quelle est la probabilité que la première le soit également ?

Exercice 5 : Soit une machine qui à l'instant $n\Delta t$ est en panne ou en marche. On l'observe aux instants $0, \Delta t, 2\Delta t, \dots, n\Delta t, \dots$. On suppose que si à l'instant $(n-1)\Delta t$ la machine marche, la probabilité qu'elle soit en panne à $n\Delta t$ est a ($0 < a < 1$) ; de même, si elle est en panne à $(n-1)\Delta t$, la probabilité qu'elle soit en marche à $n\Delta t$ est b ($0 < b < 1$). Calculer la probabilité que la machine soit en marche à $n\Delta t$ et montrer que la machine tend à "oublier" dans quel état elle est partie.

Exercice 6 : On dispose d'une pièce de monnaie et de deux dés A et B. Le dé A a 4 faces rouges et 2 noires et le dé B a 4 faces noires et 2 rouges. On lance la pièce de monnaie au début du jeu ; si on obtient face, on lance le dé A indéfiniment, sinon on se sert du dé B.

- a) Calculer la probabilité d'avoir rouge au $n^{\text{ème}}$ jet de dé ;
- b) Sachant que rouge est sorti aux deux premiers coups, quelle est la probabilité d'avoir encore rouge au troisième ?
- c) Si le rouge est sorti aux n premiers lancers, quelle est la probabilité pour qu'il apparaisse au $(n+1)^{\text{ème}}$ lancer ?
- d) Si le rouge est sorti aux n premiers lancers, quelle est la probabilité d'avoir tiré face avec la pièce de monnaie au début du jeu ?