

TD6 de probabilités**Exercice 1**

Calculer l'espérance et la variance de la somme des points obtenus au cours de jets de 2 dés.

Exercice 2

Une machine fabrique des vis; une vis a la probabilité $p = \frac{1}{500}$ d'être mauvaise. On prend un échantillon de 1000 vis. Calculer la loi de probabilité, l'espérance et la variance du nombre de mauvaises vis.

Exercice 3

Soit X une variable aléatoire pouvant prendre des valeurs entières, positives ou nulles ; montrer que :

$$\text{a) } E(X) = \sum_{x=1}^{\infty} P(X \geq x) ; \quad \text{b) } E[X(X-1)] = 2 \sum_{y=2}^{\infty} \sum_{x=y}^{\infty} P(X \geq x).$$

En déduire le nombre moyen de lancers nécessaires pour obtenir 3 as dans l'exercice 3 du TD4, ainsi que la variance du nombre de lancers.

Exercice 4

Soit une variable aléatoire X qui obéit à la loi normale à espérance mathématique m et écart quadratique σ . On veut remplacer approximativement la loi X par une loi uniforme dans l'intervalle (α, β) ; les limites α et β doivent être choisies de façon à conserver sans changement les caractéristiques essentielles de X que sont l'espérance et la variance. Calculer α et β .

Exercice 5

Calculer l'espérance et la variance des variables aléatoires définies dans les exercices 1, 2, 5 et 7 du TD4.

Exercice 6

Dans un appareil électronique, le nombre d'éléments M tombant en panne pendant un intervalle de temps donné obéit à une loi de Poisson de paramètre a . La durée des réparations T dépend du nombre d'éléments M en panne et est donnée par : $T = t_0 (1 - e^{-\alpha M})$. Calculer la durée moyenne des réparations et la perte d'argent moyenne due au retard occasionné par les pannes, si cette perte S est proportionnelle au carré de la durée des réparations : $S = kT^2$ (le nombre d'éléments de l'appareil est supposé très grand).

Exercice 7

Calculer la valeur moyenne (2 méthodes) des variables Y de l'exercice 1, Θ de l'exercice 3 et U et V de l'exercice 4 du TD5.