

TD7 de probabilités

Exercice 1

La loi de probabilité jointe de 2 variables aléatoires discrètes X et Y s'exprime sous la forme : $f(x,y) = c(2x+y)$ où c est une constante, et où x et y peuvent prendre toutes les valeurs entières telles que $0 \leq x \leq 2$, $0 \leq y \leq 3$ et $f(x,y) = 0$ ailleurs.

- a) Calculer la constante c .
- b) Calculer $P(X \geq 1, Y \leq 2)$.
- c) Calculer les lois marginales de X et Y .
- d) X et Y sont-elles indépendantes ?
- e) Calculer $P(Y = y \mid X = 2)$.

Exercice 2

On choisit deux cartes au hasard dans une boîte contenant cinq cartes numérotées 1, 1, 2, 2 et 3. Soit X la somme et Y le maximum de deux nombres tirés. Calculer les lois de probabilité de X , Y , $X + Y$ et XY , puis la loi de probabilité jointe de X et Y .

Exercice 3

Deux points sont choisis au hasard sur l'intervalle $[0, 1]$. Déterminer la probabilité pour que la somme des carrés de leurs coordonnées soit inférieure à 1.

Exercice 4

(Problème de l'épingle de Buffon) Les lames d'un parquet sont disposées parallèlement et ont toutes une largeur L . On laisse tomber sur ce parquet une épingle de longueur $a < L$ de façon parfaitement aléatoire. Calculer la probabilité pour que l'épingle soit à cheval sur la ligne de séparation de deux lames.

Exercice 5

On sait qu'un bus arrive au hasard à un instant entre 15 heures et 15 heures 30 à un arrêt donné. Un individu décide de se rendre à cet arrêt au hasard entre les mêmes horaires et de n'attendre que 5 minutes. Quelle est la probabilité qu'il rate le bus.