

TD8 de probabilités

Exercice 1

Calculer l'espérance et la variance de la somme des points obtenus au cours de jets de n dés.

Exercice 2

Un échantillon de n ampoules est tiré sans remise d'un lot de N ampoules dont $T = Np$ sont défectueuses. Calculer l'espérance et la variance du nombre X d'ampoules défectueuses dans l'échantillon. On introduira les variables aléatoires de Bernoulli $X_i = 1$ si la $i^{\text{ème}}$ ampoule est défectueuse, $X_i = 0$ sinon. On a donc $X = X_1 + X_2 + \dots + X_n$.

Exercice 3

Soit X et Y deux variables aléatoires continues de densité de probabilité jointe :

$$f(x, y) = \frac{3}{5} x (x + y) \quad \text{si } 0 < x < 1, \quad 0 < y < 2$$

$$f(x, y) = 0 \quad \text{sinon.}$$

- Calculer :
- a) $E(X)$ et $E(Y)$,
 - b) $\text{Var } X$,
 - c) $E(X + Y)$ par 2 méthodes,
 - d) $E(XY)$ et $\text{Cov}(X, Y)$.

Exercice 4

On considère deux variables aléatoires X et Y indépendantes dont les lois de probabilité sont binômiales : $X : B(n, p)$ et $Y : B(m, p)$.

- a) Déterminer la loi de probabilité jointe du couple $(X, S = X + Y)$.
- b) En déduire la loi de probabilité de S .

Exercice 5

On considère deux variables aléatoires X_1 et X_2 indépendantes de même loi de probabilité "géométrique" : $P(X_i = k) = p q^{k-1}$ pour $k = 1, 2, 3 \dots$ ($p + q = 1$).

- a) Soit $Z = \text{Max}(X_1, X_2)$. Déterminer la loi de probabilité jointe du couple (Z, X_1) et en déduire la loi de probabilité de Z .
- b) Calculer la loi du couple $(X_1, X_1 + X_2)$, puis celle de $X_1 + X_2$.