MONJAUD

EFREI
2010/2011

TAI sur la propagation électromagnétique

Exercice 1

Le champ électrique d'une O.P.P.S qui se propage dans le vide est :

$\vec{E}(x,t) = 2.10^4.\cos(\frac{\pi}{3}10^7.x - \omega.t)\vec{e}_y$, où ω est une constante.

1) Donner la direction de propagation, donner le nombre d'onde k. Calculer la longueur d'onde λ, la période T, et la fréquence f. On donne : $c = 3.10^8$m/s.
2) Donner (sans faire de calcul), en utilisant les propriétés d'ondes planes l'expression du champ magnétique, préciser la valeur de B_0.
3) En déduire les composantes du vecteur de Poynting $\vec{S}$. Calculer S_0.

On donne $\mu_0 = 4\pi.10^{-7}\ S.I$

Exercice 2

Le champ magnétique d'une O.P.P.S dans le milieu vide est d'expression :

$\vec{B}(y,t) = 10^{-3}\cos(k.y - \omega.t)\vec{e}_z$; Où k, et ω sont des constantes

1) Donner la direction de propagation, calculer k et ω, sachant que $c = 3.10^8$m/s et $\lambda = 0.1\ \mu$m.
2) Donner (sans faire de calcul), en utilisant les propriétés d'ondes planes les composantes du champ électrique $\vec{E}$, préciser la valeur de E_0.
3) En déduire les composantes du vecteur de Poynting $\vec{S}$. Calculer S_0.

On donne : $\mu_0 = 4\pi.10^{-7}\ S.I$

Exercice 3

On considère un champ électrique de la forme :

$\vec{E}(x,t) = E_0\cos(k.x - \omega.t)\vec{e}_y$, où k, E_0, et ω sont des constantes.

1) Exprimer le Laplacien du champ électrique : $\Delta\vec{E}$ en fonction de k et de $\vec{E}$
2) Exprimer $\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2}$ en fonction de ω et de $\vec{E}$.

3) En déduire une relation entre k et ω pour que le champ électrique $\vec{E}$ vérifie l'équation de d'Alembert.

Exercice 4

Le champ électrique d'une O.P.P.S qui se propage dans le milieu vide est :

$\vec{E}(M,t) = E_0\cos(k.x - \omega.t).\vec{e}_y$, où E_0, ω, et k sont des constantes.

1) Calculer $div(\vec{E})$, commenter ce résultat.
2) Donner l'expression du vecteur champ magnétique en utilisant les propriétés d'ondes planes. (Sans faire de calcul).
3) Retrouver le champ magnétique par le calcul, en utilisant la 3ième équation de Maxwell en notation complexe (B_0 sera exprimé en fonction de E_0, k et ω).

Exercice 5

On considère un faisceau laser de rayon R, d'axe Oz, composé d'O.P.P.S, tel que l'amplitude du champ électrique est $E_0 = 10^7$ V/m

1) Représenter le vecteur de Poynting $\vec{S}$, le vecteur d'onde $\vec{k}$ ainsi que le plan dans lequel se trouve le couple champ électromagnétique $(\vec{E}, \vec{B})$. Justifier votre réponse.
2) Exprimer le vecteur de Poynting $\vec{S}$. (Utiliser les propriétés d'ondes planes).
3) Exprimer la puissance moyenne de rayonnement du faisceau, en fonction de R, E_0, μ_0 et c. Faire le calcul pour $\mu_0 = 4\pi.10^{-7}$ S.I, R = 4mm et c = 3.10^8m/s.

Exercice 6

Une O.E.M.P.P.S se propage avec c = 3.10^8m/s, dans le plan (xoy), tel que le vecteur d'onde $\vec{k}$ fait un angle $\alpha = 30°$ avec l'axe Ox. Le champ $\vec{E}$ de l'onde est selon Oz (vers les z > 0).

1) Représenter le vecteur $\vec{E}$ et le vecteur d'onde $\vec{k}$ dans le trièdre (Ox,y,z).
2) Donner l'expression $\vec{E}(x, y, t)$
3) Retrouver le champ magnétique par le calcul, en utilisant la 3ième équation de Maxwell en notation complexe (B_0 sera exprimé en fonction de E_0, k et ω.

Exercice 7

On envoie une onde radio dans l'ionosphère : milieu plasma, avec une pulsation ω. L'onde est considérée plane, progressive et sinusoïdale.

L'équation de dispersion est : $$k^2 = \frac{\omega^2}{c^2}\left(1 + \frac{i\gamma}{\omega.\varepsilon_0}\right)$$

Où la conductivité γ des électrons du plasma est donnée par :

$$\gamma = \frac{i.n_e.e^2}{m.\omega}$$

Où n_e est la densité des électrons, e et m sont respectivement la charge et la masse de l'électron.

1) Montrer que l'équation de dispersion peut se mettre sous la forme :

$$k^2 = \frac{\omega^2}{c^2}\left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}\right) \quad ; \quad \text{On pose : } \omega_p^2 = \frac{n.e^2}{m.\varepsilon_0}$$

2) a- Préciser la fréquence de coupure. Justifier votre réponse. Calculer cette fréquence, sachant que $\omega_p = 62{,}8\sqrt{n_e}$ et la densité électronique est : $n_e = 10^{12}\, m^{-3}$.

b- Pour quelles fréquences l'onde pourra-t-elle se propager dans l'ionosphère. Une onde radio de fréquence f = 5 MHz sera-t-elle réfléchie par l'ionosphère. Justifier votre réponse.

2) Donner les 2 types d'onde selon la pulsation ω, illustrer ceci avec un schéma donnant le comportement du champ électrique de l'onde.

Exercice 8

1) Décrire l'état de polarisation de chacune des 3 ondes représentées par les champs électriques suivants :

a- $\vec{E}_1 = \begin{pmatrix} E_{01}\cos(\alpha).\cos(k.z-\omega.t) \\ E_{01}\sin(\alpha).\cos(k.z-\omega.t) \end{pmatrix}$

b- $\vec{E}_2 = \begin{pmatrix} E_{02}\cos(k.z-\omega.t) \\ E_{02}\sin(k.z-\omega.t) \end{pmatrix}$

c- $\vec{E}_3 = \begin{pmatrix} E_{03}\cos(k.z-\omega.t) \\ -E_{03}\sin(k.z-\omega.t) \end{pmatrix}$

2) Quel est l'état de polarisation de l'onde dont le champ électrique est $\vec{E} = \vec{E}_2 + \vec{E}_3$

En supposant $E_{02} = E_{03} = E_0$. Conclure.

Exercice 9

Donner les expressions des composantes du champ électrique, pour les ondes planes suivantes :

1. Onde se propageant suivant l'axe Ox et polarisée linéairement à $\pi/3$ de Oy
2. Onde se propageant suivant Oy et polarisée elliptiquement à droite, le grand axe de l'ellipse, suivant Oz, étant trois fois plus grand que le petit axe et les 2 composantes sont déphasées de $\pi/2$.
3. Onde polarisée linéairement suivant Oy et se propageant parallèlement au plan zOx à$\pi/4$ de Oz.

Exercice 10

1. Un faisceau lumineux parallèle de pulsation ω et de longueur d'onde λ se propageant selon Oz, est décrit par :

$$\vec{E} = \begin{pmatrix} E_{0x}\cos(k.z-\omega.t) \\ E_{0y}\sin(k.z-\omega.t) \end{pmatrix}$$

On supposera que les amplitudes E_{0x} et E_{0y} sont des grandeurs essentiellement positives, et que $E_{0x} > E_{0y}$.

Montrer qu'il s'agit d'une vibration elliptique dont on précisera les axes et le sens de Parcours, en retrouvant à partir des composantes, l'équation d'une ellipse

2. Un faisceau lumineux parallèle de pulsation ω et de longueur d'onde λ se propageant selon Oz est décrit par :

$$\vec{E} = \begin{pmatrix} E_0\cos(k.z-\omega.t) \\ E_0\sin(k.z-\omega.t) \end{pmatrix}$$ Où E_0 est une grandeur positive.

Montrer qu'il s'agit d'une vibration circulaire dont on précisera les axes et le sens de parcours. (Retrouver l'équation analytique d'un cercle)

Exercice 11

1) Ecrire le champ électrique d'une O.P.P.S, d'amplitude E_0, de pulsation ω, qui se propage dans l'air, selon l'axe $O\vec{x}$ et qui est polarisée rectilignement selon Oz. Calculer sa fréquence pour $\omega = 2\pi.10^{14}\ rad/s$
2) Utiliser la 3ième équation de maxwell, en notation complexe, pour exprimer les composantes du champ magnétiques. Calculer B_0, sachant que $E_0 = 10^6 V/m$ et c = 3.10^8m/s.
3) En déduire les composantes du vecteur de Poynting, Calculer son amplitude. On donne : $\mu_0 = 4\pi.10^{-7}\ S.I$

Exercice 12

1) Ecrire le champ électrique, d'amplitude E_0, d'une OPPS qui se propage dans le vide, sur l'axe Oz et qui est polarisée rectilignement selon l'axe $O\vec{y}$. En déduire l'expression du champ magnétique $\vec{B}$. (Utiliser les propriétés d'ondes planes dans le vide).
2) Exprimer les composantes du vecteur de Poynting.
3) Exprimer la puissance moyenne de rayonnement reçue par un écran carré de côté a, placée perpendiculairement à l'axe $O\vec{z}$, à la distance z_0 du point O, en fonction de E_0, μ_0, c et a.

Exercice 13

On considère une source d'onde radio, placée an centre 0, loin de la terre et qui émet dans toutes les directions. L'onde est supposée plane, progressive et sinusoïdale. Le champ électrique est d'amplitude $E_0 = 10^3 V/m$ et de pulsation ω.

1) Ecrire l'expression du champ électrique à la distance x = R du centre O, sachant que la propagation est selon l'axe radial $O\vec{x}$ et l'onde est polarisé selon Oy.
2) Donner l'expression du vecteur de Poynting à la distance R, exprimer l'amplitude S_0 en fonction de E_0, μ_0 et c.
3) Exprimer la puissance moyenne de rayonnement, à la distance R, en fonction de R, E_0, μ_0 et c. Sachant que la surface de réception est la sphère de centre 0 et de rayon R.