

Propagation électromagnétique

TAI

Exercice 1:

O.P.P.S. dans le vide: $\vec{E}(x, t) = 2 \cdot 10^4 \cos\left(\frac{\pi}{3} \cdot 10^7 x - \omega t\right) \vec{e}_y$

Amplitude du champ: $E_0 = 2 \cdot 10^4 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1}$

1. Direction de propagation:

$\vec{E}(x, t)$ est en fonction de $\vec{e}_y$.
Donc $\vec{E}$ est porté par $\vec{e}_y$ et la direction de propagation est l'axe Ox . sens: $x > 0$.

Nombre d'onde k : $k(x - ct) = \frac{\pi}{3} \cdot 10^7 x - \omega t$

$$kx - kct = \frac{\pi}{3} \cdot 10^7 x - \omega t$$

$$kx - \omega t = \frac{\pi}{3} \cdot 10^7 x - \omega t$$

$$k = \frac{\pi}{3} \cdot 10^7 \text{ rad} \cdot \text{m}^{-1}$$

Longueur d'onde λ : $\lambda = \frac{2\pi}{k}$

$$= 2\pi \times \frac{3}{\pi} \times 10^{-7}$$

$$\lambda = 6 \times 10^{-7} \text{ m}$$

$$\lambda = 0,6 \mu\text{m}$$

Période T: $T = \frac{\lambda}{c}$

$$= \frac{6 \times 10^{-7}}{3 \times 10^8}$$

$$= 2 \times 10^{-15} \text{ s}$$

$T = 2 \text{ fs}$

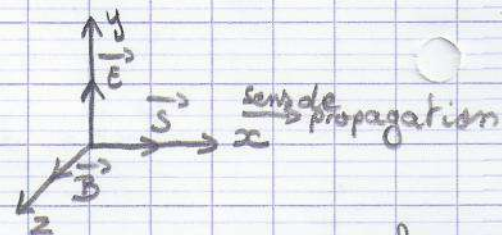
Fréquence f: $f = \frac{1}{T}$

$$= \frac{1}{2 \times 10^{-15}}$$

$f = 5 \times 10^{14} \text{ Hz}$

2. $\|\vec{B}\| = \frac{1}{c} \|\vec{E}\|$ et $\vec{E} \perp \vec{B}$

$$\vec{B} = \frac{E_0}{c} \cos(kx - \omega t) \vec{e}_z$$



$$B_0 = \frac{E_0}{c} = \frac{2 \cdot 10^4}{3 \times 10^8} = \frac{2}{3} \times 10^{-4} \text{ v.s.m}^{-2} \text{ soit } \frac{2}{3} \times 10^{-4} \text{ T.} \rightarrow \text{Tesla}$$

3. Solution 1:

$$\vec{S} = \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu_0} = \frac{E \cdot B}{\mu_0} \vec{e}_x$$

or $E = cB$ D'où :

$$\vec{S} = E_0 \cdot c \cdot E_0^2 \vec{e}_x$$

$$\vec{S} = \frac{E_0^2}{c \mu_0} \vec{e}_x$$

$$\text{et } S_0 = \frac{E_0^2}{c \mu_0} = \frac{1}{3\pi} \times 10^7 = S_0$$

Solution 2:

$$\vec{S} = \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu_0} = \frac{1}{\mu_0} \begin{pmatrix} 0 \\ E \\ 0 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ B \end{pmatrix}$$

$$\vec{S} = \frac{1}{\mu_0} \begin{pmatrix} EB \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ et donc}$$

$$S_0 = \frac{E_0 B_0}{\mu_0} = \frac{2 \times 10^4 \times \frac{2}{3} \times 10^{-4}}{4\pi \cdot 10^{-7}}$$

$$S_0 = \frac{1}{3\pi} \times 10^7 \text{ SI}$$

$$\frac{E \cdot B}{\mu_0} = \frac{E \cdot \frac{E}{c}}{\mu_0}$$

$$= \frac{E_0^2}{c \mu_0}$$

$$\text{or } c^2 = \frac{1}{\mu_0 \epsilon_0}$$

$$\text{Donc } \frac{E \cdot B}{\mu_0} = E_0 \cdot c \cdot E_0^2$$

Propagation électromagnétique

TAI

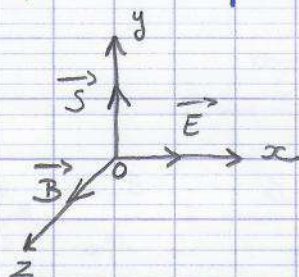
Exercice 2:

O.P.S. dans le vide : $\vec{B}(y, t) = 10^{-3} \cos(ky - \omega t) \vec{e}_z$

Amplitude du champ : $B_0 = 10^{-3} \text{ v.s.m}^{-2} = 10^{-3} \text{ T} \rightarrow \text{Tesla}$

1. Direction de propagation : $\vec{B}(y, t)$ est porté par $\vec{e}_z$.

La propagation se fait dans le plan (Oy) car $\vec{B}$ dépend de y et k n'a qu'une composante.



car $\vec{S}$ est colinéaire au sens de propagation et car $(\vec{E}, \vec{B}, \text{axe de propagation})$ forme un trièdre direct (ou encore $\vec{E} \perp \vec{B}$)

Nombre d'onde k : $k = \frac{2\pi}{\lambda}$

$$= \frac{2\pi}{0,1 \times 10^{-6}}$$

$k = 2\pi \times 10^7 \text{ rad.m}^{-1}$

Pulsation ω :

Solution 1 : $\omega = k \cdot c$

$$\omega = 2\pi \cdot 10^7 \times 3 \cdot 10^8$$

Donc $\omega = 6\pi \cdot 10^{15} \text{ rad.s}^{-1}$

⊕ rapide

Solution 2 : $f = \frac{c}{\lambda}$ et $\omega = 2\pi f$

$$\text{Donc } \omega = \frac{2\pi c}{\lambda} = \frac{2\pi \times 3 \cdot 10^8}{0,1 \times 10^{-6}} = \frac{6\pi \cdot 10^8}{1 \cdot 10^{-7}}$$

Donc $\omega = 6\pi \cdot 10^{15} \text{ rad.s}^{-1}$

⊕ Utilise uniquement données de l'énoncé

2. On peut déduire de la question précédente que $\vec{E}$ est porté par $\vec{e}_x$ car $\vec{E}$ et $\vec{B}$ sont transverses c-à-d que chacun d'eux est perpendiculaire à l'axe de propagation.

De plus $\vec{E}$ dépend de y car $\vec{k} \begin{pmatrix} 0 \\ k \\ 0 \end{pmatrix}$ l'axe de propagation est O_y .

$$\text{Donc } \vec{E}(y, t) = E_0 \cos(ky - \omega t) \vec{e}_x$$

$$\|\vec{E}\| = c \cdot \|\vec{B}\| \quad \text{d'où } \vec{E} = c \cdot B_0 \cos(ky - \omega t) \vec{e}_x$$

$$\begin{aligned} \text{Donc } E_0 &= c \cdot B_0 \\ &= 3 \cdot 10^8 \cdot 10^{-3} \\ E_0 &= \underline{3 \cdot 10^5 \text{ V.m}^{-1}} \end{aligned}$$

3. Composantes de $\vec{S}$:

$$\vec{S} = \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu_0} = \frac{E \cdot B}{\mu_0} \vec{e}_y = \frac{1}{\mu_0} \begin{pmatrix} E \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ B \end{pmatrix} = \frac{1}{\mu_0} \begin{pmatrix} 0 \\ -EB \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$S_0 = \frac{E_0 B_0}{\mu_0} = \frac{3 \cdot 10^5 \cdot 10^{-3}}{4\pi \cdot 10^{-7}} = \underline{\frac{3}{4\pi} \cdot 10^9 \text{ SI ou W.m}^{-2}}$$

Propagation électromagnétique

TAI

Exercice 3:

$$\vec{E}(x, t) = E_0 \cos(kx - \omega t) \vec{e}_z$$

On en déduit que $\vec{E}(x, t)$ est porté par $\vec{e}_z$ et que la propagation se fait sur l'axe O_x .

1. Laplacien $\Delta \vec{E} = \begin{pmatrix} \Delta E_x \\ \Delta E_y \\ \Delta E_z \end{pmatrix}$. Or k a une unique composante en x .

$$\text{Donc } \Delta \vec{E} = \frac{d^2 E}{dx^2}$$

$$\frac{dE}{dx} = -E_0 \cdot k \sin(kx - \omega t)$$

$$\frac{d^2 E}{dx^2} = -E_0 k^2 \cos(kx - \omega t) \quad \text{or } E_0 \cos(kx - \omega t) = E$$

et $\vec{E} = E_0 \cos(kx - \omega t) \vec{e}_z$

$$\text{Donc } \Delta \vec{E} = -k^2 \vec{E}$$

Le Laplacien du champ électrique est donc un vecteur porté par O_z .

2. $\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = E_0 \omega \sin(kx - \omega t) \vec{e}_z$

$$\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = -E_0 \omega^2 \cos(kx - \omega t) \vec{e}_z$$

Or $E_0 \cos(kx - \omega t) \vec{e}_z = \vec{E}$

Donc $\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = -\omega^2 \cdot \vec{E}$

3. équation de D'Alembert:

$$\Delta \vec{E} - \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \vec{0}$$

Soit $-k^2 \vec{E} = -\mu_0 \epsilon_0 \omega^2 \cdot \vec{E}$

d'où $k^2 = \mu_0 \epsilon_0 \omega^2$ or $\mu_0 \epsilon_0 = \frac{1}{c^2}$

Donc $k^2 = \frac{\omega^2}{c^2}$

On retrouve donc la relation de dispersion : $k = \frac{\omega}{c}$

Propagation électromagnétique

TAI

Exercice 4:

O.P.P.S. ds le vide : $\vec{E}(M, t) = E_0 \cos(kx - \omega t) \vec{e}_y$
 $\vec{E}$ est porté par $\vec{e}_y$ et la direction de propagation est O_x .

1. $\vec{E} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ E_y \\ 0 \end{pmatrix}$ et $\text{div } \vec{E} = \vec{\nabla} \cdot \vec{E}$

$$\text{div } \vec{E} = \begin{pmatrix} \partial/\partial x \\ \partial/\partial y \\ \partial/\partial z \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix}$$

$$= \frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z}$$

$$= 0 + \frac{\partial E_y}{\partial y} + 0$$

$$\text{div } \vec{E} = \frac{\partial E_y}{\partial y} = 0$$

D'après la première équation de Maxwell (équation de Maxwell-Gauss)
on a $\text{div } \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon}$. Or, on a montré que $\text{div } \vec{E}$ est nul.

Donc $\rho = 0$.

On en déduit donc qu'il n'y a pas de charges dans le milieu.
Autrement dit, on est dans le milieu vide.

2. $\|\vec{B}\| = \frac{1}{c} \|\vec{E}\| \quad \Rightarrow B_0 = \frac{E_0}{c}$

$\vec{B}$ est porté par $\vec{e}_z$ car $(\vec{E}, \vec{B}, \text{axe de propagation})$ est un trièdre direct.

Donc $\vec{B}(M, t) = \frac{E_0}{c} \cos(kx - \omega t) \vec{e}_z$.

3. Equation de Maxwell-Faraday : $\text{rot}(\vec{E}) = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$

Or en notation complexe on a $\text{rot}(\vec{E}) = i\vec{k} \wedge \vec{E}$
et $\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = -i\omega \vec{B}$

D'où $i\vec{k} \wedge \vec{E} = i\omega \vec{B}$

soit $\vec{k} \wedge \vec{E} = \omega \vec{B}$

On en déduit donc $\vec{B} = \frac{\vec{k} \wedge \vec{E}}{\omega}$

$$= \frac{1}{\omega} \begin{pmatrix} k \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} 0 \\ E \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$= \frac{1}{\omega} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ kE \end{pmatrix}$$

$$= \frac{1}{\omega} \cdot k \cdot E(M, t) \cdot \vec{e}_z$$

$$\vec{B} = \left(\frac{k}{\omega} E_0 \right) \cos(kx - \omega t) \vec{e}_z$$

Donc $B_0 = k \frac{E_0}{\omega}$ or $k = \frac{\omega}{c}$

soit $B_0 = \frac{E_0}{c}$ et $\vec{B}(M, t) = \frac{E_0}{c} \cos(kx - \omega t) \vec{e}_z$

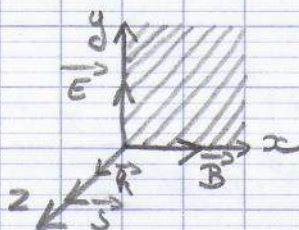
On retrouve bien l'équation obtenu à la question 2.

Propagation électromagnétique

TAI

Exercice 5: Rmq: Une OEM est mon matériel $\Leftrightarrow$ propagation dans le vide.

1. Le faisceau laser se propage sur l'axe Oz. Autrement dit la direction de propagation est l'axe Oz. De plus on a $(\vec{u}, \vec{E}, \vec{B})$ qui forme un trièdre direct. Donc $(\vec{E}, \vec{B})$ est dans le plan (yOx) . Enfin, $\vec{k}$ et $\vec{S}$ sont colinéaires à $\vec{u}$ (axe de propagation).



2. Par définition $\vec{S} = \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu}$.

Dans le vide on a les propriétés suivantes:

$$\begin{cases} \mu = \mu_0 \\ \vec{E} \perp \vec{B} \end{cases} \Rightarrow \vec{E} \wedge \vec{B} = E \cdot B \cdot \vec{u}$$

$$\text{Donc } \vec{S} = \frac{E \cdot B}{\mu_0} \vec{u}.$$

3. $P_{\text{moy}} = P_{\text{ray}} = \Phi(\vec{S}) = \iint_{\Sigma} \vec{S} \cdot d\vec{\Sigma}$

$$\text{Donc } P_{\text{moy}} = S \iint_{\Sigma} 1 \cdot d\vec{\Sigma}$$

$$= S \cdot \Sigma \quad \text{or } \Sigma = \pi R^2 \text{ (surface du rayon)}$$

$$\text{d'où } P_{\text{moy}} = \frac{EB}{\mu_0} \cdot \pi R^2$$

$$\text{Or } E = cB \text{ soit } B = \frac{E}{c}$$

$$\text{d'où } \frac{EB}{\mu_0} = \frac{E^2}{c\mu_0} = \frac{E_0^2 \cos^2(kz - \omega t)}{c\mu_0}$$

$$\text{Donc } P_{\text{moy}} = \frac{1}{2} \frac{E_0^2}{c\mu_0} \cdot \pi R^2$$

car la valeur moyenne de $\cos^2(f(t))$ est de $\frac{1}{2}$.

$$\text{AN: } P_{\text{moy}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{(10^7)^2 \cdot \pi \cdot (4 \times 10^{-3})^2}{3 \times 10^8 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7}}$$

$$= \frac{10^{14} \cdot \pi \cdot 2 \times 2 \times 4 \times 10^{-6}}{2 \times 3 \times 4 \times \pi \times 10^1}$$

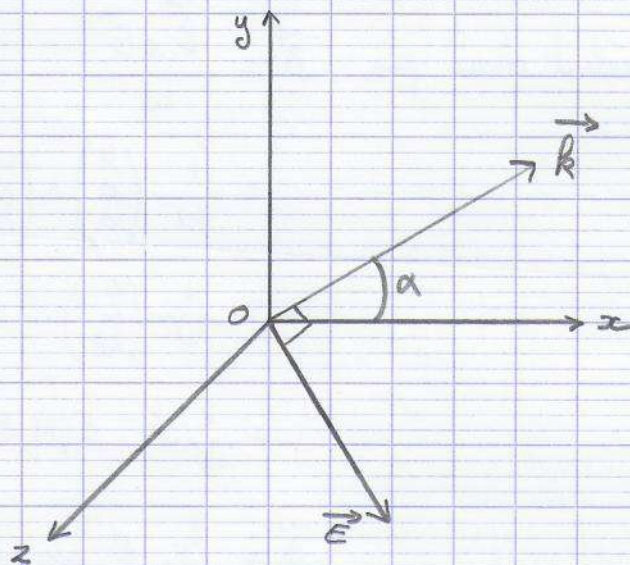
$$P_{\text{moy}} = \frac{2}{3} \cdot 10^7 \text{ W}$$

Propagation électromagnétique

TAI

Exercice 6:

1.



$$\alpha = 30^\circ$$

- car $\vec{k}$ est colinéaire à direction de propagation et que P' OEMPPS se propage dans le plan (x, oy)
- car $\vec{E}$ est selon Oz (vers les $z > 0$) et car $\vec{E}$ et $\vec{B}$ sont transverses (chacun d'eux est perpendiculaire à l'axe de propagation donc à $\vec{k}$).

2. $\vec{k} \in (x, oy)$ donc $\vec{k} \begin{pmatrix} k_x \\ k_y \\ 0 \end{pmatrix}$

On en déduit $\vec{E}(x, y, t) = E_0 \cos(k_x x + k_y y - \omega t) \vec{e}_z$

3. Equation de Maxwell-Faraday : $\text{rot}(\vec{E}) = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$

Or en notation complexe on a $\text{rot}(\vec{E}) = i\vec{k} \wedge \vec{E}$
et $\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = -i\omega \vec{B}$

D'où $i\vec{k} \wedge \vec{E} = i\omega \vec{B}$

soit $\vec{k} \wedge \vec{E} = \omega \vec{B}$

On en déduit donc que $\vec{B} = \frac{\vec{k} \wedge \vec{E}}{\omega}$
 $= \frac{1}{\omega} \begin{pmatrix} k \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} 0 \\ E \\ 0 \end{pmatrix}$
 $= \frac{1}{\omega} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ kE \end{pmatrix}$
 $= \frac{1}{\omega} k \cdot E(M, t) \cdot \vec{e}_y$

$$\vec{B} = \frac{k}{\omega} E_0 \cos(k_x x + k_y y - \omega t) \vec{e}_y$$

Donc $B_0 = \frac{k}{\omega} E_0$

Propagation électromagnétique

TAI

Exercice 7:

1. a.

$$\vec{E}_1 = \begin{pmatrix} E_0 \cos(\alpha) \cdot \cos(kz - \omega t) \\ E_0 \sin(\alpha) \cdot \cos(kz - \omega t) \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{Donc } \vec{E}_1 = \begin{cases} E_x = E_0 \cos(\alpha) \cdot \cos(kz - \omega t) \\ E_y = E_0 \sin(\alpha) \cdot \cos(kz - \omega t) \\ E_z = 0 \end{cases}$$

$$\vec{E}_1 = \begin{cases} E_x = E_{0x} \cos(kz - \omega t) \\ E_y = E_{0y} \cos(kz - \omega t) \\ E_z = 0 \end{cases}$$

$$\text{soit } \begin{cases} E_{0x} = E_0 \cos(\alpha) \\ E_{0y} = E_0 \sin(\alpha) \end{cases}$$

La phase est donc $(kz - \omega t)$ et ne dépend que de z (direction de propagation).
Il n'y a donc pas de déphasage entre les 2 composantes.
De plus, $E_{0x} \neq E_{0y}$ donc ce n'est pas une polarisation circulaire.

$$\frac{E_{0y}}{E_{0x}} = \frac{E_0 \sin(\alpha)}{E_0 \cos(\alpha)} = \tan(\alpha)$$

$\Rightarrow$ C'est donc une polarisation rectiligne.

b. $\vec{E}_z = \begin{cases} E_x = E_{0z} \cos(kz - \omega t) \\ E_y = E_{0z} \sin(kz - \omega t) \\ E_z = 0 \end{cases}$

La phase est donc $(kz - \omega t)$ et ne dépend que de z (direction de propagation).

déphasage entre les 2 composantes: Soit $\alpha = kz - \omega t$ et $\beta = -\alpha = \omega t - kz$

$$\begin{cases} \cos(\alpha) = \cos(-\beta) = \cos(\beta) \\ \sin(\alpha) = \sin(-\beta) = -\sin(\beta) = \cos(\beta + \frac{\pi}{2}) \end{cases}$$

car $\sin x = -\cos(x + \frac{\pi}{2})$

Donc $\varphi = \varphi_x - \varphi_y = 0 - \frac{\pi}{2} = -\frac{\pi}{2}$

On a donc un décalage de $-\frac{\pi}{2}$.

De plus $E_{0x} = E_{0y} = E_{0z}$

$\Rightarrow$ C'est donc une polarisation circulaire à droite.

Propagation électromagnétique

TAI

Exercice 8:

1. L'onde est polarisée linéairement. Donc le déphasage est nul.
De plus elle est polarisée linéairement à $\frac{\pi}{3}$ de G_y .

$$\text{Donc } \frac{E_{0z}}{E_{0y}} = \tan \frac{\pi}{3} = \frac{E_{01} \sin \frac{\pi}{3}}{E_{01} \cos \frac{\pi}{3}}$$

Enfin, l'onde se propage suivant G_x donc

$$\vec{E}_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ E_{01} \cos \frac{\pi}{3} \cos(kx - \omega t) \\ E_{01} \sin \frac{\pi}{3} \cos(kx - \omega t) \end{pmatrix}$$

2. grand axe de l'ellipse suivant G_z et 3 fois plus grand que le petit axe donc $E_{0z} = 3E_{0x}$.

Avec un déphasage de $\frac{\pi}{2}$ on a donc :

$$\vec{E}_2 = \begin{pmatrix} E_{02} \cos(\omega t - ky) \\ 0 \\ 3E_{02} \cos(\omega t - ky - \frac{\pi}{2}) \end{pmatrix}$$

3.

$$\vec{E}_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ E_{03} \cos(\omega t - \frac{k\sqrt{2}}{2}x - \frac{k\sqrt{2}}{2}z) \\ 0 \end{pmatrix}$$

Propagation électromagnétique

TAI

Exercice 9:

1. Équation cartésienne de l'ellipse :

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad \text{avec } a > b > 0.$$

Posons $\alpha = kz - \omega t$ et $\beta = -\alpha = \omega t - kz$

Alors $\cos(\alpha) = \cos(-\beta) = \cos(\beta)$
 $\sin(\alpha) = \sin(-\beta) = -\sin(\beta)$

Or $\sin x = -\cos(x + \frac{\pi}{2})$

Donc $-\sin(\beta) = \cos(\beta + \frac{\pi}{2})$

déphasage $\varphi = \varphi_x - \varphi_y = 0 - \frac{\pi}{2} = -\frac{\pi}{2}$

De plus on a $E_{0x} \neq E_{0y}$.

Donc c'est une vibration elliptique dont E_{0x} est le grand axe et E_{0y} est le petit axe (car $E_{0x} > E_{0y} > 0$).

$$\begin{aligned} \frac{E_x^2}{E_{0x}^2} + \frac{E_y^2}{E_{0y}^2} &= \frac{E_{0x}^2 \cos^2(kz - \omega t)}{E_{0x}^2} + \frac{E_{0y}^2 \sin^2(kz - \omega t)}{E_{0y}^2} \\ &= \cos^2(kz - \omega t) + \sin^2(kz - \omega t) \\ \frac{E_x^2}{E_{0x}^2} + \frac{E_y^2}{E_{0y}^2} &= 1 \end{aligned}$$

L'onde est donc polarisée elliptiquement à droite.

Axes (O_x) et (O_y) car se propage selon (O_z)

2.

$$\begin{aligned}\frac{E_x^2}{E_0^2} + \frac{E_y^2}{E_0^2} &= \frac{E_0^2 \cos^2(kz - \omega t)}{E_0^2} + \frac{E_0^2 \sin^2(kz - \omega t)}{E_0^2} \\ &= \cos^2(kz - \omega t) + \sin^2(kz - \omega t) \\ \frac{E_x^2 + E_y^2}{E_0^2} &= 1.\end{aligned}$$

Donc $E_x^2 + E_y^2 = E_0^2$ (équation analytique d'un cercle).

Il s'agit donc d'une vibration circulaire d'axe O_x et O_y .

On montre de la même manière que pour la question 1. que l'on a un déphasage de $\frac{-\pi}{2}$.

On en conclut qu'il s'agit d'une vibration circulaire à droite.

Propagation électromagnétique

TAI

Exercice 10:

1.
$$\vec{E} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ E_0 \cos(kx - \omega t) \end{pmatrix} = \underline{E_0 \cos(kx - \omega t) \vec{e}_z}$$

$$\omega = 2\pi f = 2\pi \cdot 10^{14} \text{ rad.s}^{-1} \quad \text{donc } \underline{f = 10^{14} \text{ Hz.}}$$

2. équation de Maxwell-Faraday : $\text{rot}(\vec{E}) = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$

Or en notation complexe on a $\text{rot}(\vec{E}) = i\vec{k} \wedge \vec{E}$
et $\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = -i\omega \vec{B}$

$$\text{Soit } -i\vec{k} \wedge \vec{E} = -i\omega \vec{B}$$

$$\begin{aligned} \text{d'où } \vec{B} &= \frac{\vec{k} \wedge \vec{E}}{\omega} \\ &= \frac{1}{\omega} \begin{pmatrix} k \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ E \end{pmatrix} \\ &= \frac{1}{\omega} \begin{pmatrix} 0 \\ -kE \\ 0 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

$$\underline{\vec{B} = \frac{k}{\omega} E_0 \cos(kx - \omega t) \vec{e}_y}$$

$$\text{Or } \omega = kc \text{ donc } B_0 = \frac{k}{\omega} E_0 = \frac{E_0}{c}$$

AN: $B_0 = \frac{10^6}{3 \times 10^8} = \underline{\underline{\frac{1}{3} \cdot 10^{-2} \text{ tesla.}}}$

$$\underline{3.} \quad \vec{S} = \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu}$$

Dans l'air on retrouve les mêmes propriétés que dans le vide

$$\text{cà d } \begin{cases} \mu = \mu_0 \\ \vec{E} \perp \vec{B} \end{cases} \Rightarrow \vec{E} \wedge \vec{B} = E \cdot B \vec{u}$$

$$\text{Donc } \underline{\vec{S} = \frac{E \cdot B}{\mu_0} \vec{u}}$$

De plus on a $E_0 = B_0 \cdot c$ (dans le vide ou l'air)

$$\text{Donc } S_0 = \frac{E_0^2}{c \mu_0}$$

$$\underline{\text{AN:}} \quad S_0 = \frac{(10^6)^2}{3 \cdot 10^8 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7}}$$

$$\underline{S_0 = \frac{1}{12\pi} 10^{11} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}}$$

Propagation électromagnétique

TAI

Exercice 11:

1. $\vec{E}(z, t) = E_0 \cos(kz - \omega t) \vec{e}_y$

$$\|\vec{E}\| = c \|\vec{B}\|$$

trièdre directe $\Rightarrow E$ sur y , k sur $z \Rightarrow B$ sur x .

$$\vec{B} = B_0 \cos(kz - \omega t) \vec{e}_x \quad \text{avec } B_0 = \frac{E_0}{c}$$

2. $\vec{S} = \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu} = \frac{\epsilon \cdot B}{\mu_0} \vec{u}$ (dans le vide)

$$= \frac{1}{\mu_0} \begin{pmatrix} 0 \\ E \\ 0 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} B \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\vec{S} = \frac{1}{\mu_0} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -EB \end{pmatrix}$$

3. $P_{\text{moy}} = \Phi(\vec{S}) = \iint_{\Sigma} \vec{S} \cdot d\vec{\Sigma} = S \cdot \Sigma$ avec $\Sigma = a^2$

$$= \frac{E^2}{c\mu_0} a^2 \quad \text{car } \|\vec{E}\| = c \|\vec{B}\|$$

$$= \frac{E_0^2 a^2}{c\mu_0} \langle \cos^2(kz - \omega t) \rangle$$

$$P_{\text{moy}} = \frac{1}{2} \frac{E_0^2 a^2}{c\mu_0}$$

Propagation électromagnétique

TAI

Exercice 12:

1. $\vec{E}(R, t) = E_0 \cos(kR - \omega t) \vec{e}_y$

OPPS ds le vide
↓
espace

avec $R = x$.

• $\|\vec{E}\| = c \|\vec{B}\|$

• trièdre direct et E sur y , k sur $x \Rightarrow B$ sur z .

$\vec{B} = B_0 \cos(kR - \omega t) \vec{e}_z$ avec $B_0 = \frac{E_0}{c}$.

2. $\vec{S} = \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu_0}$ (dans le vide $\mu = \mu_0$)

$= \frac{1}{\mu_0} \begin{pmatrix} 0 \\ E_0 \cos(kR - \omega t) \\ 0 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{E_0}{c} \cos(kR - \omega t) \end{pmatrix}$ car $E = cB$.

$\vec{S} = \frac{1}{\mu_0} \cdot \frac{E_0^2}{c} \cdot \cos^2(kR - \omega t) \vec{e}_x$

$S_0 = \frac{E_0^2}{c \mu_0} \text{ W.m}^{-2}$

$$\underline{3.} \quad P_{\text{moy}} = \mathbb{E}(\vec{S}) = \iint_{\Sigma} \vec{S} d\vec{\Sigma} = S\Sigma \quad \text{avec} \quad \Sigma = 4\pi R^2$$

$\uparrow$ sphère

$$= \left\langle \frac{E_0^2}{c\mu_0} \cos^2(kR - \omega t) \cdot 4\pi R^2 \right\rangle$$

$$= \frac{1}{2} \frac{E_0^2}{c\mu_0} 4\pi R^2$$

$$\underline{P_{\text{moy}} = 2\pi R^2 \frac{E_0^2}{c\mu_0} .}$$