

Corrigé**1. Transmission sur porteuse rectangulaire (4 points)**

Une transmission hertzienne s'appuie sur une modulation d'une fonction sinusoïdale.

Justifier la (ou les) raison(s) qui font que l'on emploie jamais une modulation de fonction rectangulaire en transmission hertzienne, malgré que cette fonction soit périodique et pouvant à ce titre définir une « fréquence porteuse ».

Une fonction rectangulaire périodique de période $T = 1/F$ peut se décomposer en une somme infinie de fonctions sinusoïdales de fréquences $F, 2F, 3F, \dots$ (théorème de Fourier). Ainsi une modulation s'appliquant sur une fonction rectangulaire serait équivalente à une infinité de modulations s'appliquant sur des fonctions sinusoïdales de fréquences $F, 2F, 3F, \dots$ et occuperait donc, pour une seule transmission d'information, une infinité de « canaux » (1 canal hertzien = 1 fréquence porteuse). Cette situation est ridicule car la transmission d'une information ne nécessite qu'un seul canal (1 seule fréquence porteuse), « l'infinité moins un » autres ne servent à rien ... mis à part réserver des fréquences qui ne peuvent donc plus être utilisées pour d'autres transmissions !!! (donc « polluer » inutilement le spectre radioélectrique)

En revanche, peut-on le faire dans le cas d'une transmission sur un câble électrique ?

Oui, car le câble ne rayonne pas d'énergie électromagnétique et ne « pollue » donc pas le spectre.

Toutefois, la remarque précédente est toujours valable, sauf si l'on utilise le câble pour une seule transmission.

2. Amplificateur à transformateur ? (4 points)

Un amplificateur sous forme d'un système CVV peut réaliser un facteur d'amplification de tension supérieur à 1 ($k > 1$).

Un transformateur électrique est un circuit basé sur le couplage magnétique total entre un circuit 1 « primaire » et un circuit 2 « secondaire ». Son fonctionnement peut être décrit par les relations suivantes :

- rapport de tensions : $V_2 = k V_1$

- rapport de courants : $I_1 = k I_2$

Montrer que, même si k est supérieur à 1, on ne peut pas dire qu'un transformateur est un amplificateur. Bien mettre en évidence les différences.

Si k est supérieur à 1, on a bien $V_2 > V_1$, alors qu'au contraire $I_2 < I_1$. La première inégalité pourrait « faire croire » qu'un transformateur puisse jouer le rôle d'un amplificateur. Mais le concept d'amplification est lié à une augmentation de puissance entre l'entrée et la sortie (voilà pourquoi d'ailleurs un système amplificateur nécessite une source extérieure d'alimentation qui fournit la puissance différence). Calculons les puissances d'entrée et de sortie d'un transformateur :

$P_1 = V_1 I_1$ $P_2 = V_2 I_2 = k V_1 1/k I_1 = V_1 I_1 = P_1$, les puissances sont les mêmes : il n'y a pas amplification !

En outre, un amplificateur de tension (CVV) doit idéalement consommer un courant nul à son entrée ($I_1 = 0$).

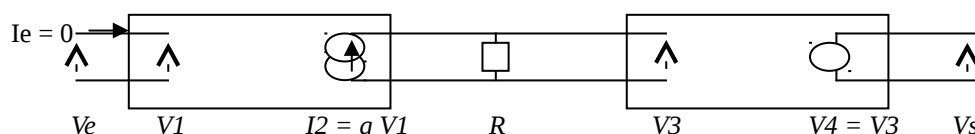
Si tel était le cas pour un transformateur, on aurait $I_2 = 0$ aussi, la puissance de sortie serait donc nulle ($V_2 I_2 = 0$), ce qui signifie que l'on aurait peut-être une tension V_2 plus grande que V_1 , mais que l'on ne pourrait pas utiliser (charger) cette sortie V_2 (car alors I_2 ne serait plus nul, en contradiction avec notre hypothèse)

3. Cascade de structures amplificatrices (4 points, doublés = 8 points ... ajustement de barème)

On peut réaliser une amplification de facteur k en tension en branchant successivement les trois circuits suivants :

- un CVI de rapport g
- une résistance électrique de valeur R
- un CVV de rapport 1.

Représenter schématiquement cet agencement et exprimer son facteur d'amplification en tension. (2 points)

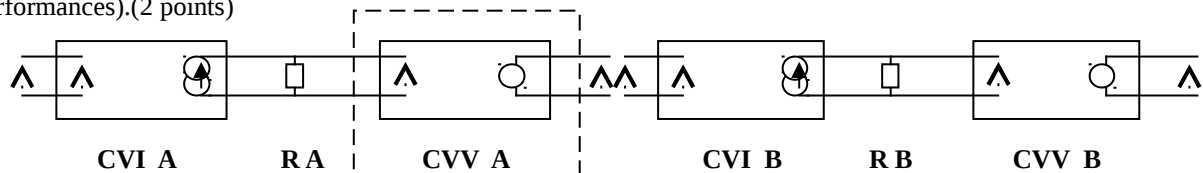


On a successivement :

$V_1 = V_e$, $I_2 = gV_1$, $V_3 = R I_2$, $V_4 = V_3$, $V_s = V_4$ qui amènent à : $V_s = gR V_e$
 L'ensemble réalise donc une amplification idéale en tension de facteur égal à « gR », avec $I_e = 0$ et V_s indépendant de la charge.

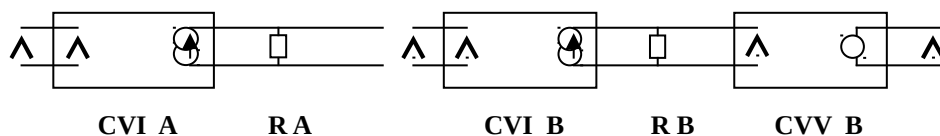
On souhaite itérer ce dispositif de manière à obtenir un système amplificateur muni globalement d'un facteur d'amplification plus grand. Pour cela, on peut simplement en placer deux à la suite l'un de l'autre en les connectant ainsi « en cascade ».

Représenter schématiquement ce nouvel agencement. Un des éléments est parfaitement inutile, lequel et pourquoi ? (inutilité au sens fonctionnel et relativement au facteur d'amplification : l'enlever ne change absolument rien aux performances). (2 points)



Le CVV de gain 1 ne sert qu'en sortie finale, il est indispensable pour assurer que la tension de sortie ne soit pas dépendante de la résistance de charge. En effet, s'il était absent, la sortie serait aux bornes de la résistance R, il est évident alors qu'une résistance de charge R_c branchée en sortie viendrait en parallèle sur R et modifierait ainsi le facteur d'amplification (gR deviendrait gR' avec $R' = R // R_c$). Par contre, si on est certain que le courant qui est à droite de R est nul, tout va bien.

Si on enlève le CVV A, cela ne change rien car le CVI B assurera un courant nul à droite de RA :



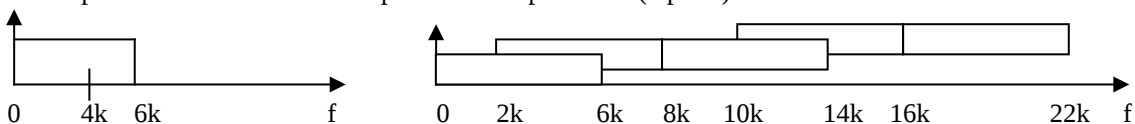
Par contre, on ne peut pas enlever le CVV B, sinon la résistance de charge R_c branchée sur le CVV B se trouverait branchée sur RB !

4. Échantillonnage et repliement de spectre (4 points)

La fréquence d'échantillonnage appliquée au signal téléphonique vaut $F_{ech} = 8000$ Hz. Quelle est donc la fréquence maximale F_{max} du signal téléphonique susceptible d'être transmise ? (1 point)

$$F_{ech} > 2 F_{max}, \text{ donc } F_{max} = 4000 \text{ Hz}$$

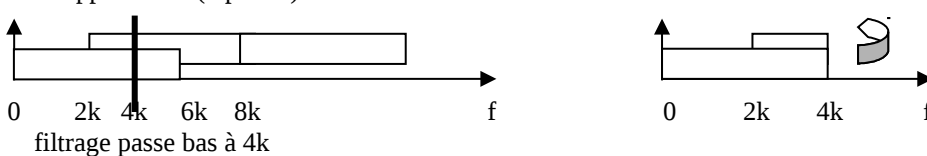
Supposons que l'on puisse envoyer sur l'échantillonneur une fonction dont la fréquence maximale serait égale à 6000 Hz. Représentez sur un dessin les spectres correspondants. (1 point)



L'échantillonnage provoque la « répétition » des spectres de part et d'autre de F_{ech} et de ses multiples. (Sur la figure, les spectres ont été décalés pour une meilleure visibilité). On voit que les spectres répétés se chevauchent.

À l'arrivée, on tente de récupérer la fonction initiale en opérant à un filtrage passe bas de fréquence de coupure $F_c = F_{ech} / 2$.

On observe alors un phénomène nommé « repliement de spectre ». Toujours à l'aide du dessin des spectres, justifier cette appellation. (2 points)



On voit qu'il y a superposition d'une partie du spectre initial (0-4k) et d'un « résidu » de spectre répété autour de F_{ech} , comme si, au delà de 4k, on avait « replié » le reste du spectre initial (4k-6k), d'où l'appellation « repliement de spectre ».

5. Démodulation QAM (4 points)

Une fonction modulée en « QAM » est de la forme suivante :

$$M(t) = A \cos (2\pi f t + \varphi)$$

A et φ sont elles-mêmes des fonctions de l'information binaire, mais A et φ sont des valeurs réelles.

Afin de réaliser la démodulation, on réalise deux multiplications sur M(t) : la première avec « $\cos 2\pi f t$ », la deuxième avec « $\sin 2\pi f t$ ».

Montrer que, grâce à des opérations complémentaires que l'on précisera, on peut facilement extraire les valeurs A et φ à partir de M(t).

$$M(t) \cdot \cos (2\pi f t) = A/2 \cdot (\cos (\varphi) + \cos (4\pi f t + \varphi))$$

$$M(t) \cdot \sin (2\pi f t) = A/2 \cdot (\sin (\varphi) - \sin (4\pi f t + \varphi))$$

Une opération complémentaire de filtrage passe-bas permet de se « débarrasser » des termes en « $4\pi f t$ » : on arrive alors respectivement aux expressions suivantes :

$$X = A/2 \cdot \cos \varphi$$

$$Y = A/2 \cdot \sin \varphi$$

Enfin : $X^2 + Y^2 = A^2/4$ et $\arctg (Y/X) = \varphi$ permettent d'extraire les valeurs de A et φ

Dessiner le schéma-bloc de l'ensemble « démodulateur QAM ».

