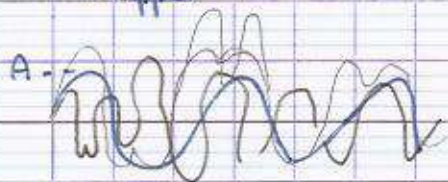


Rappel



representat° temp

$s(t)$

$$s(t) = A \sin(\omega t)$$

$s(t)$

representat° mathématique

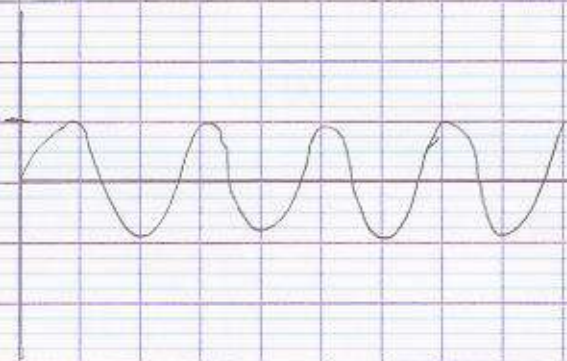
Theoreme de Fourier: Tout signal periodique est decomposable en une somme de sinusoides de frequence et d'amplitudes donnees

representat° spectrale



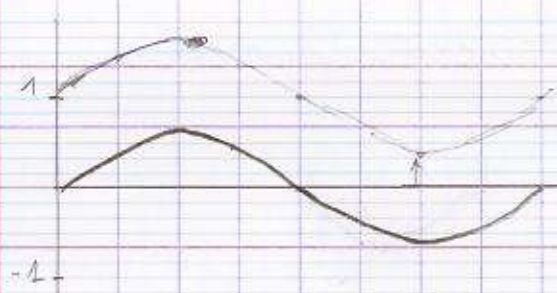
1) La modulation d'amplitude

$A=1$

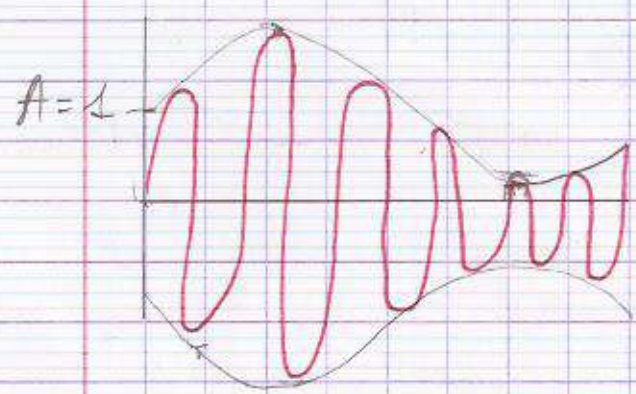


{ AM: Amplitude Modulation
DBAP: Double Bande Avec Porteuse

porteuse $p(t) = A \cos(2\pi f_c t)$



$\text{signal } s(t) = S \cos(\underbrace{2\pi F \cdot t}_{\Omega})$
 cste
 $\downarrow$



$m(t) = (1 + k s(t)) \times p(t)$

La modulation marche si
 $0 < k < 1$

$m(t) = (1 + k S \cos(2\pi F t)) \cdot p(t)$

1) a) Exprimer [...] amplitude : $m(t) = (1 + k s(t)) \cdot p(t)$

avec $p(t) = A \cos(\omega t)$

$s(t) = \text{signal à transmettre}$

$\cos(a) \cos(b)$
 $= \cos(a+b) + \cos(a-b)$

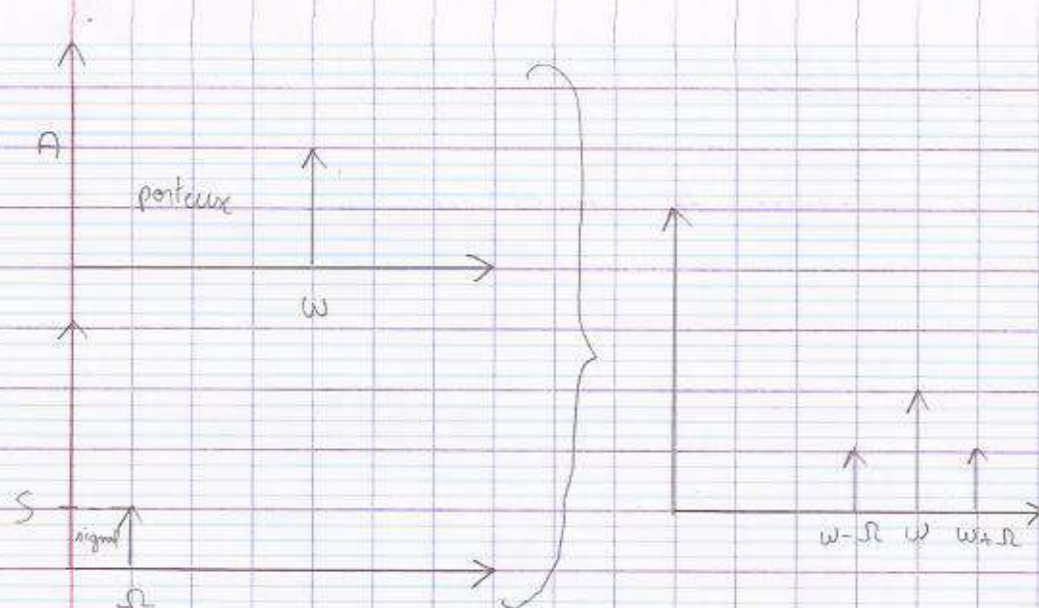
b) $k S \cos(\Omega t) \Rightarrow m(t) = (1 + k S \cos(\Omega t)) \cdot A \cos(\omega t)$
 $= A \cos(\omega t) + k \cdot A \cdot S \cos(\Omega t) \cos(\omega t)$

$m(t) = A \cos(\omega t) + k A S \cos(\omega t + \Omega t) + k A S \cos(\omega t - \Omega t)$
 $= \underbrace{A \cos(\omega t)}_{\text{amplitude}} + \underbrace{k A S \cos((\omega + \Omega)t)}_{\text{amplitude}} + \underbrace{k A S \cos((\omega - \Omega)t)}_{\text{amplitude}}$

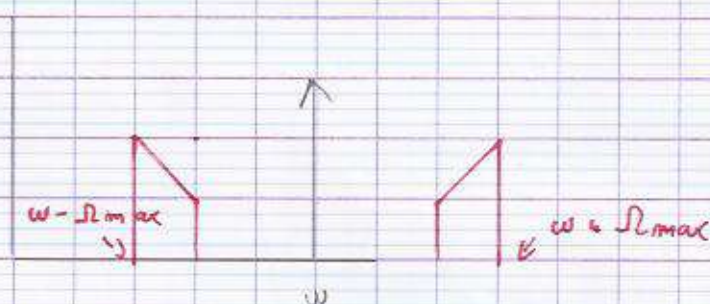
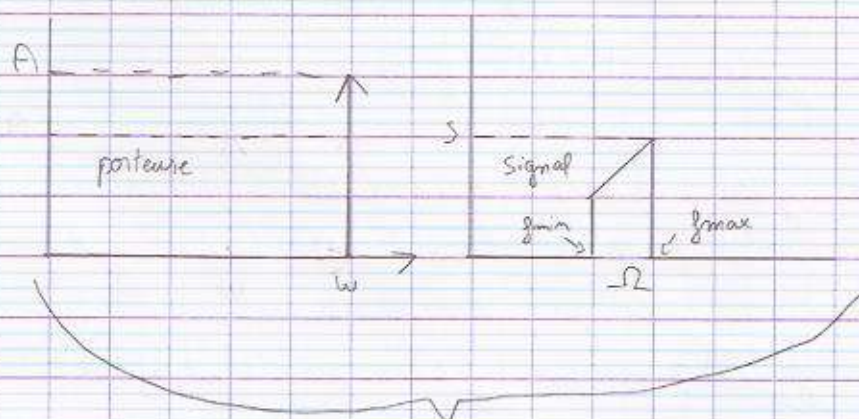
somme $\Rightarrow$
 de sinusoides



en posant $\Omega < \omega$



en cas de spectre borné



Pour construire le spectre de $m(t)$, porteuse $(p(t))$ modulé par un signal $(s(t))$, on procède ainsi :

- on trace une raie à la pulsation ω
- on translate le spectre de $s(t)$ à droite de ω

- on translate le spectre $s(f)$ en symétrie à gauche de ω

Le spectre de $m(t)$ est la somme de ces 3 composantes

2) Les variantes de la modulation d'Amplitude

DBSP: Double Bande Sans Porteuse

La DBSP est semblable à la DBAP et permet de réduire l'énergie dans le signal sans retirer d'information utile

$$m_{\text{DBSP}}(t) = k s(t) \cdot p(t)$$

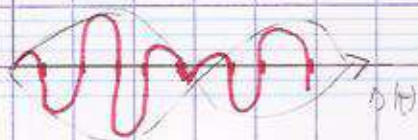
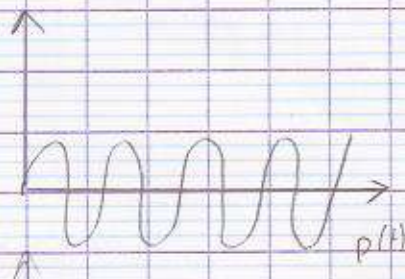
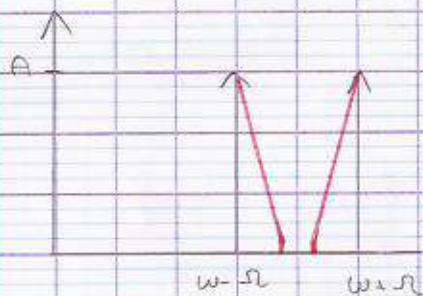
$$m_{\text{DBSP}}(t) = k s(t) \cdot A \cos(\omega t)$$

$$s(t) = S \cos(\Omega t) \quad (\text{pour } S=1 \text{ et } k=1)$$

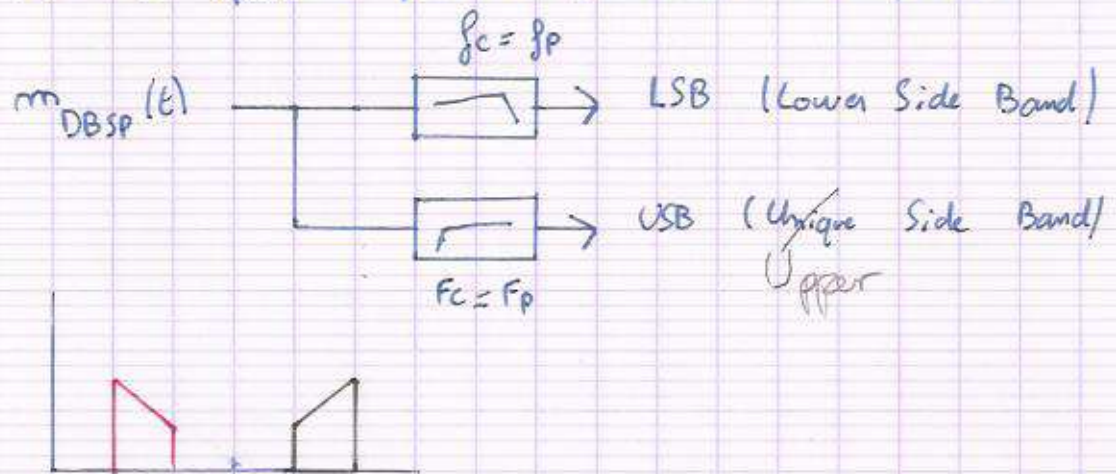
donc:

$$\begin{aligned} m_{\text{DBSP}}(t) &= \cos(\Omega t) \cdot A \cos(\omega t) \\ &= A [\cos((\omega + \Omega)t) + \cos((\omega - \Omega)t)] \end{aligned}$$

Ce qui donne en termes de spectre (pour $k s(t) = \cos(\Omega t)$
- pour $s(t)$ bornee)



3) Les opérations pour la modulation d'amplitude

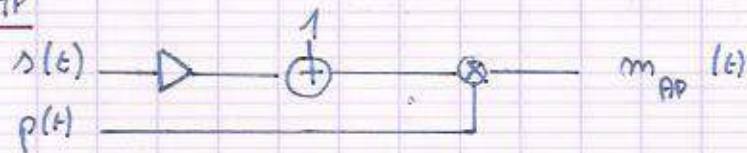


$$m_{AP}(t) = (1 + k_s s(t)) \cdot p(t)$$

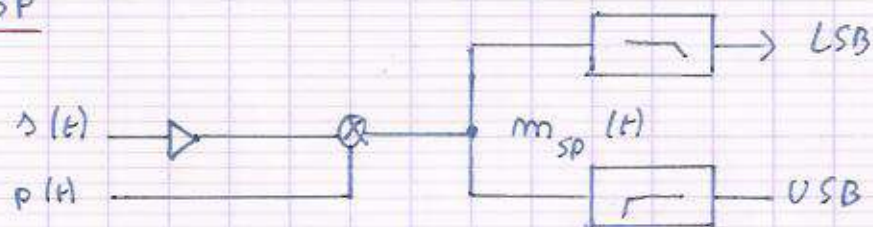
$$m_{SP} = k_s s(t) \cdot p(t)$$

Schema en bloc :

DBAP



DBSP

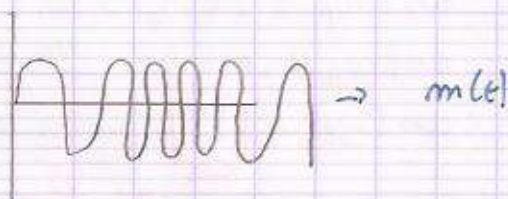
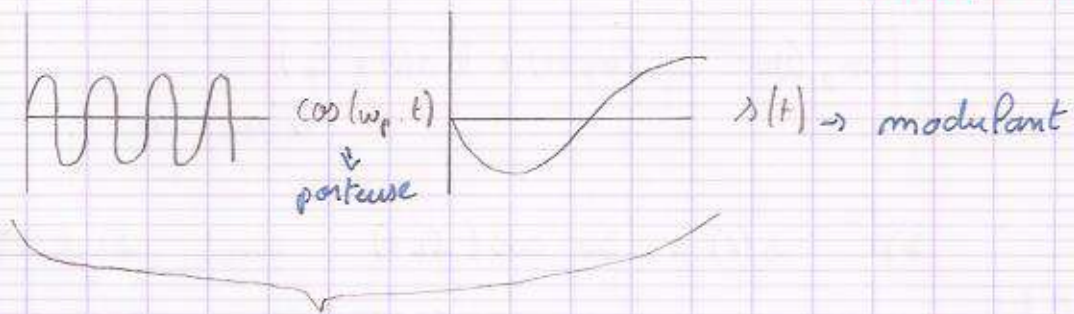


TD 2 : La modulation de fréquence

1)

forme générale d'une sinusoïde: $A \cos(\omega t + \varphi)$

$$\omega(t) = \underbrace{\omega_p}_{\text{pulsat° porteuse}} + k s(t)$$

on pose $A=1$, $\varphi=0$

$$m_{FM}(t) = \cos(\omega(t) \cdot t)$$

~~$$m_{FM}(t) = \cos(\omega_p \cdot t + k \cdot s(t) \cdot t)$$~~

$$A \cos(\underbrace{\omega t + \varphi}_{\theta})$$

La pulsation est la dérivée de l'angle du cosinus

pulsation :

$$\omega = \theta'$$

$$\omega(t) = \theta'(t)$$

$$\Rightarrow \theta(t) = \int \omega(t) dt$$

$$\text{Note: } \int s(t) dt = \int_0^t s(u) du$$

$$\begin{aligned} m_{FM}(t) &= \cos(\theta(t)) \\ &= \cos\left(\int \omega(t) dt\right) \\ &= \cos\left(\int (\omega_p + k \cdot s(t)) dt\right) \end{aligned} \quad \left| \begin{aligned} &= \cos\left(\int \omega_p + k \int s(t) dt\right) \\ &= \cos\left(\int_0^t \omega_p du + k \int_0^t s(u) du\right) \end{aligned} \right.$$

$$m_{FM}(t) = \cos(\omega_p(t) + k \int_0^t s(u) du)$$

PM)

Forme générale d'une sinusoidale: $A \cos(\omega t + \varphi)$

$$\varphi(t) = \varphi_0 + k s(t)$$

A=1

$$m_{PM}(t) = \cos(\omega_p(t) + k s(t) + \varphi_0)$$

$\hookrightarrow \text{not} = 0$

2) $s(t) = S_0 \cos(\Omega t)$ avec $\Omega = 2\pi F$

FM)

$$m_{FM}(t) = \cos(\omega_p t + k \int_0^t S \cos(\Omega u) du)$$

Note: $\beta \rightarrow$ indice modulation

$$= \cos(\underline{\omega_p} t + \underline{k S} \cdot \frac{\sin \underline{\Omega}(t)}{\underline{\Omega}})$$

$$= \cos(\underline{\omega_p} t + \frac{k S}{\underline{\Omega}} \sin \underline{\Omega}(t))$$

$\cos(\Omega t) = \frac{\sin(\frac{\Omega t}{\Omega}}{\Omega}$

Si β grand, la fréquence variea bcp
Si β petit, ————— pas bcp

$$\beta = \frac{k S}{\Omega} = \frac{k S}{2\pi F}$$

Rappel:

$$\cos(A+B) =$$

$$\cos a \cos b - \sin a \sin b$$

$$m_{FM}(t) = \cos(\omega_p t + \beta \sin(\Omega t))$$

$$= \cos(\omega_p t) \cdot \cos(\beta \sin(\Omega t)) - \sin(\omega_p t) \sin(\beta \sin(\Omega t))$$

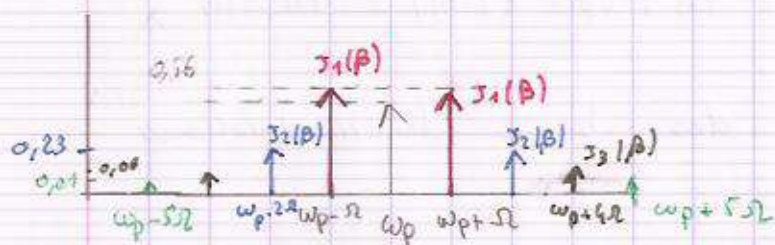
Après application très chiant de la formule de Bonnet
on obtient

$$m_{FM}(t) = J_0(\beta) \cos(\omega_p t) \ominus J_1(\beta) \sin((\omega_p + \Omega)t) \oplus J_1(\beta) \sin((\omega_p - \Omega)t) \\ \oplus J_2(\beta) \sin((\omega_p + 2\Omega)t) \ominus J_2(\beta) \sin((\omega_p - 2\Omega)t) \ominus J_3(\beta) \sin((\omega_p + 3\Omega)t) \\ \oplus J_3(\beta) \sin((\omega_p - 3\Omega)t) + \dots$$

on prend la val abs de l'amplitude donc les $-1+$
ne sont pas important
on se fiche que ce soit cos ou sin car les deniers des
raies sont identiques.

suite question 2)

Pour $\beta = 1,5$, le spectre est



On remarque que plus l'amplitude s'éloigne plus les amplitudes baissent, ceci est **FAUX**.

La largeur de spectre d'un signal FM est supérieure à celle d'un signal AM.

La largeur de bande maximale dépend de β .

Règle de Carson : $B_c = 2f_m (\beta + 1)$

PM)

Les signaux en PM :



Le spectre de la dérivée d'un signal est le même que celui de ce signal, à son amplitude près.

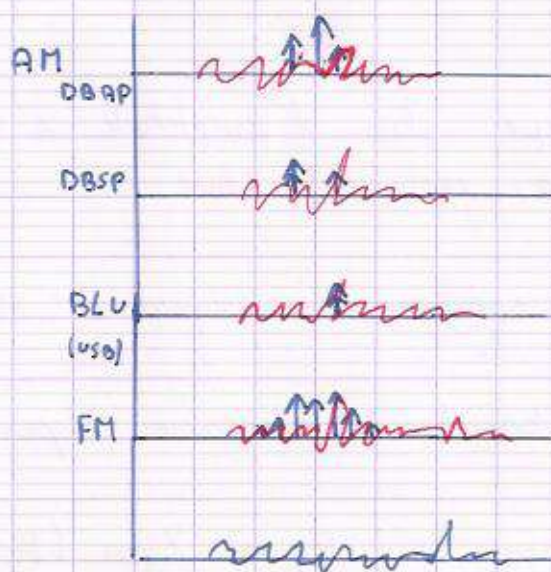
Comme la modulation de phase d'un signal est équivalente à la modulation de fréquence de la dérivée de ce signal.

Donc le spectre de la PM sera le même que celui de la FM.

aux amplitudes près.

$$\begin{aligned} FM(\lambda'(t)) &= \cos(\omega_p t + k \int \lambda'(H) dt) \\ &= \cos(\omega_p t + k \lambda(H)) = PM \lambda(t) \end{aligned}$$

Resistance des bruits des modulations



$n = \text{Bruit}$

La modulation FM a introduit une redondance spectrale qui permet au signal modulé d'être plus résistant au bruit. Cela se fait au détriment de la largeur spectrale occupée.

1) Ce que l'on veut réaliser et pourquoi

Quand on a des signaux utiles qui sont centrés sur des frequences distinctes, on va vouloir les separer.

Ceci est dû a l'orthogonalite.

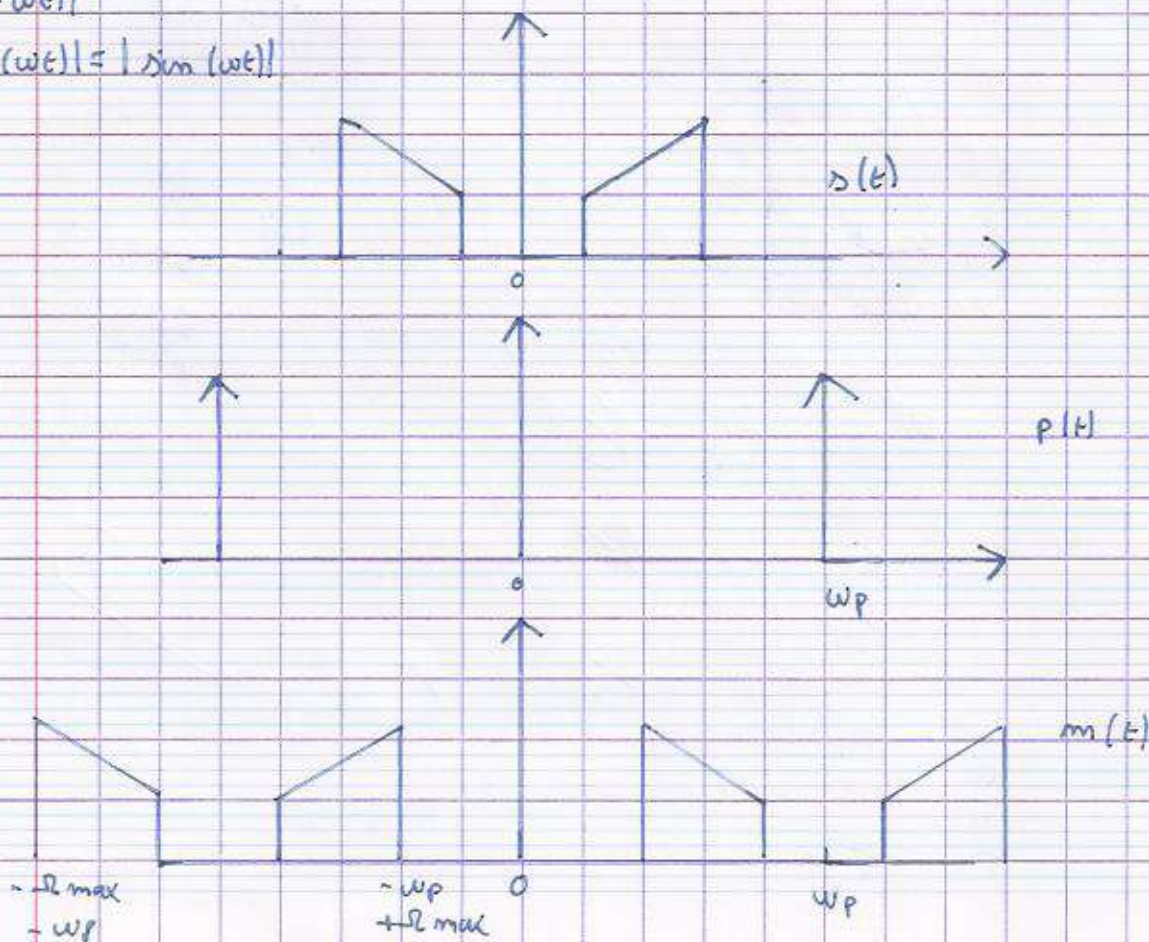
Le but du multiplexage est de transmettre plusieurs signaux dans un seul canal en les distinguant par leurs frequence de porteur

2) La translation de frequence

AMSP: $m(t) = k \cdot s(t) \cdot p(t)$

$|\cos(\omega t)| = |\cos(-\omega t)|$

$|\sin(-\omega t)| = |-\sin(\omega t)| = |\sin(\omega t)|$

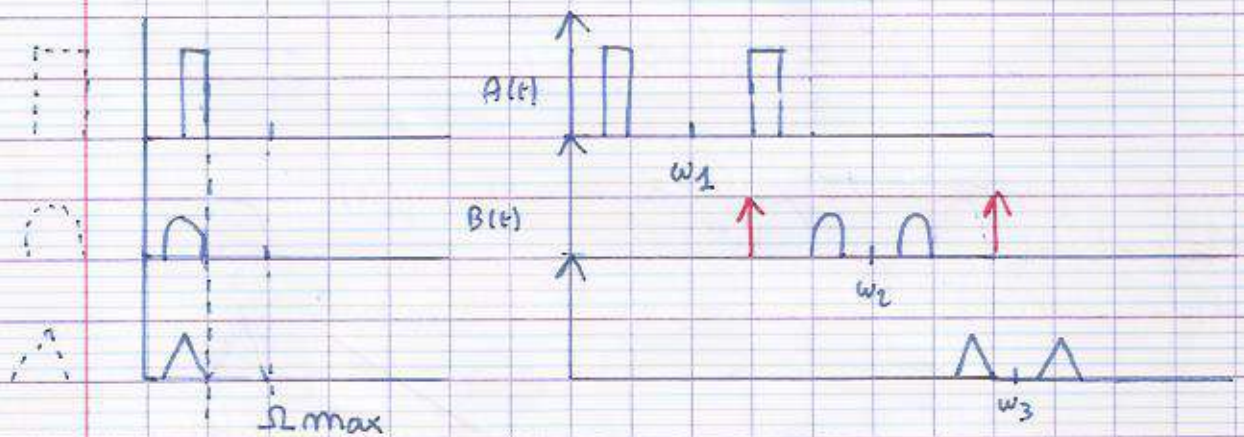


multiplication d'un signal par une sinusoïde:
détermination du spectre

- translaten le spectre de $s(t)$ vers la droite d'une valeur ω_p (partie négative comprise)
- reconstituer les parties négatives ou positives

L'opération de modulation d'amplitude sans porteur est en fait une translation de fréquence
Dans une AMSP il faut que $\omega_p > \Omega_0$

3) Le multiplexage fréquentiel

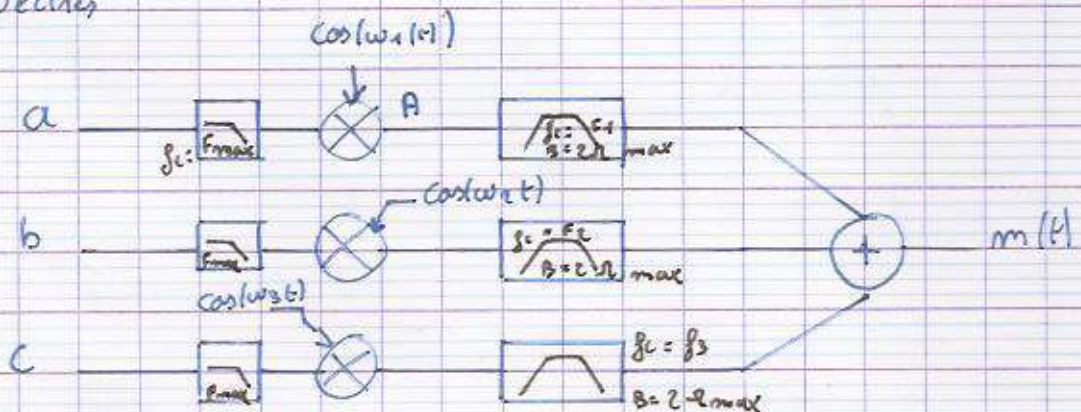


On utilise la modulation AM pour translaten les spectres

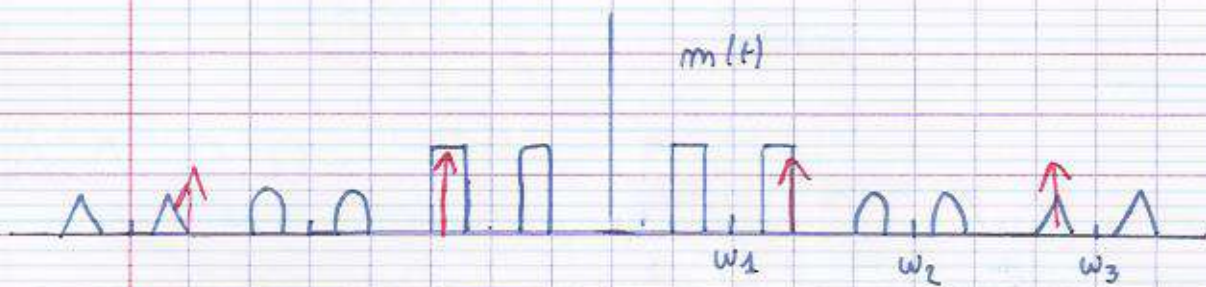
f_c = fréquence de coupure

f_c = fréquence central
 B = largeur de bande

ω_1 : la pulsation de $A(t)$



$$A(t) = a(t) \times \cos(\omega_1 t)$$



Le bruit hors bande peut parasiter les signaux voisins
 Pour contraindre ceci on utilise des filtres passe-bas

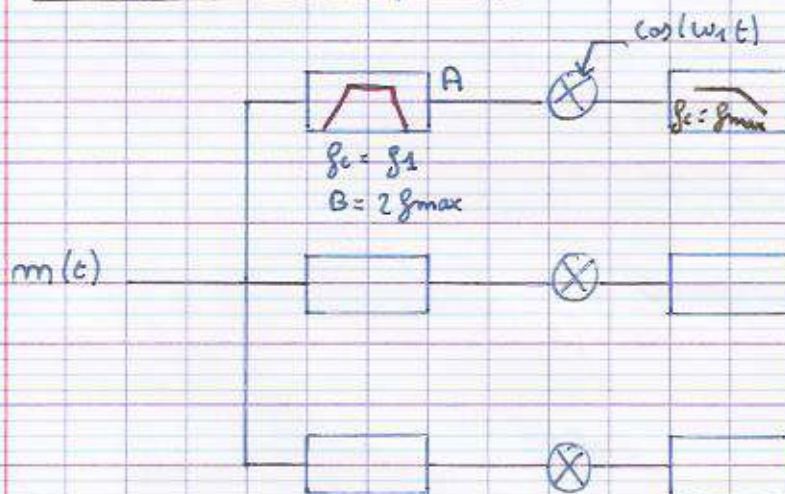
contrainte sur w_1 , w_2 , w_3 !

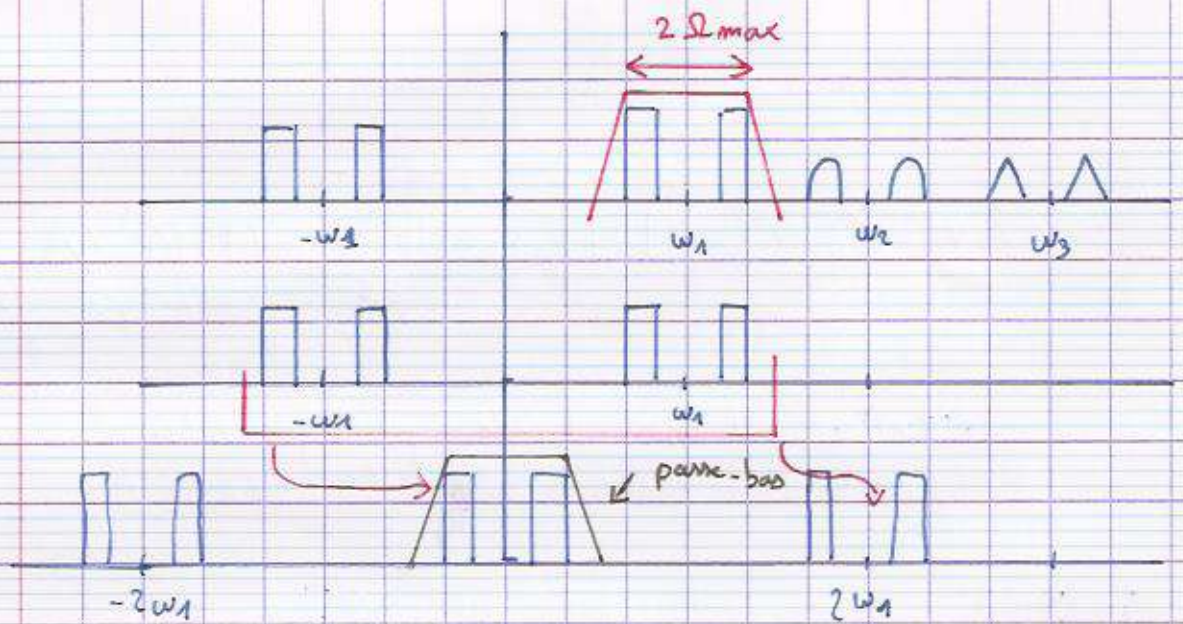
Pour que le système marche bien, il faut faire attention que w_1 et w_2 soient assez espacés. donc :

$$w_2 - w_1 > 2 \Delta_{\text{max}} \text{ (théorique) + marge (pratique)}$$

ou $(w_3 - w_2)$ de $\frac{1}{10}$ à $\frac{1}{4}$ de la largeur des 2 lobes

4) Le demultiplexage

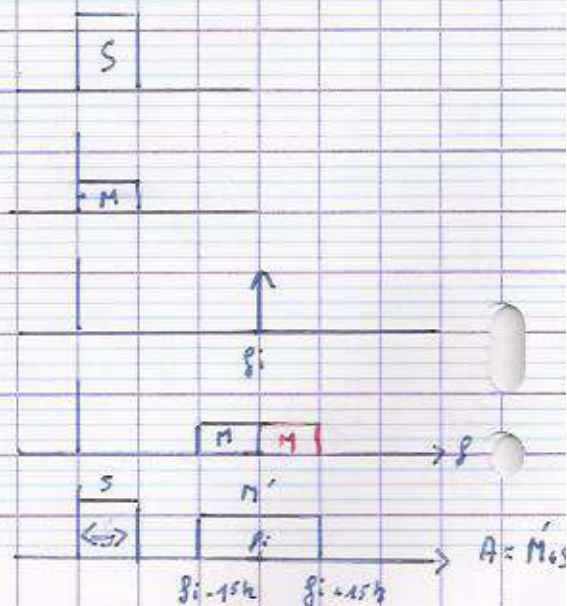
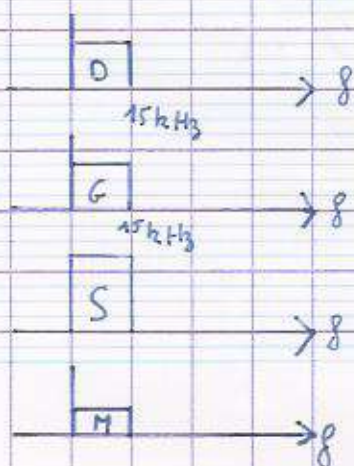
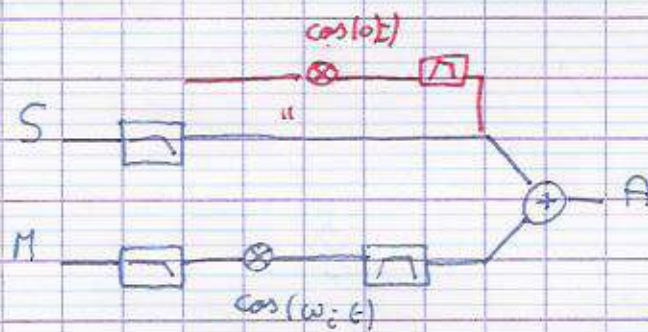




5) Un exemple de multiplexage fréquentiel

$$\begin{aligned} D & \quad G \\ S &= D + G \\ M &= D - G \end{aligned} \quad \begin{aligned} D &= (S + M) / 2 \\ G &= (S - M) / 2 \end{aligned}$$

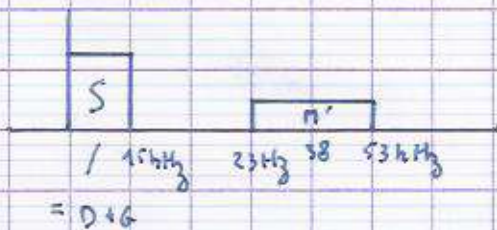
On envoie S et M .



TD 3 : Le multiplexage fréquentiel (suite)

$$f_i > 2 \times 15 \text{ kHz} + \text{marge} \\ 30 \text{ kHz} + \text{marge} (8 \text{ kHz})$$

$$f_i = 38 \text{ kHz}$$



on justifie ce choix par rapport aux fonctionnement
des anciens modèles de récepteurs mono, S est
en bande de base (il ne bouge pas).

TD 4: La numérisation de l'information

La numérisation d'un signal permet de convertir un signal à temps continu et variations continues en une suite de nombres discrets

Temps continu $\rightarrow t \in \mathbb{R}$

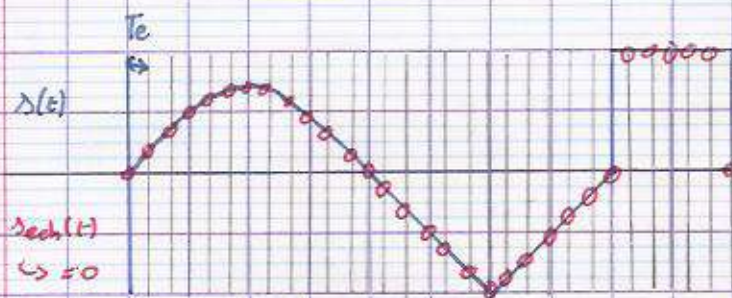
Variation continues $\rightarrow f(t) \in \mathbb{R}$

2) L'échantillonnage (ent à stocher)

$$t = T \cdot Te$$

$\uparrow$
 $e \in \mathbb{N}$

$\hookrightarrow \in \mathbb{R}$, appelé "pas d'échantillonnage"



$$= f(t) \text{ quand } t = T \cdot Te$$

$$p_{gm}(t) = 1 \text{ quand } t = T \cdot Te$$

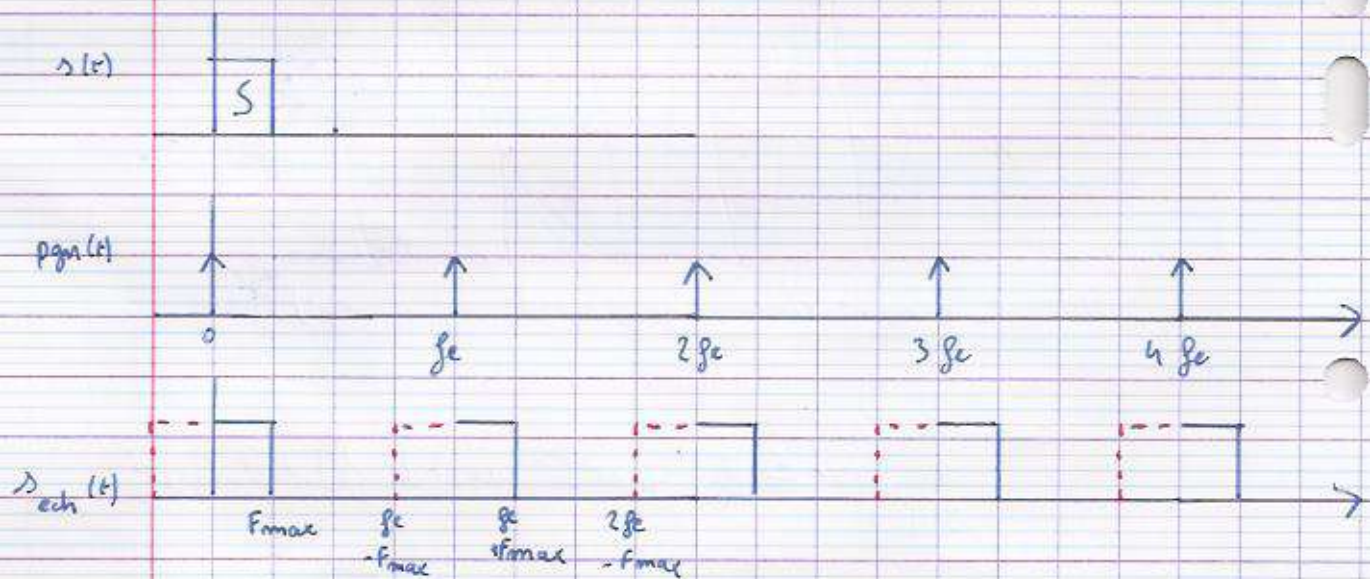
$= 0 \text{ sinon}$



$$f_{ech}(t) = f(t) \times p_{gm}(t)$$

Theoreme de Shannon

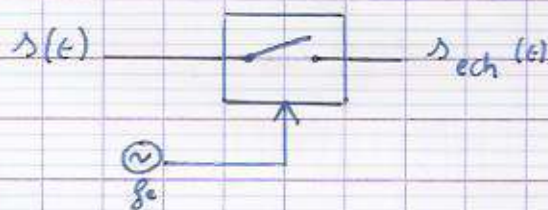
- * donc une raie a la frequence f_e
 - $p_{gm}(t)$ est une fonction periodique de periode T_e^*
 - $p_{gm}(t)$ est de moyenne non nul donc il y a une raie a la frequence 0
 - $p_{gm}(t)$ est un signal pseudo-rectangulaire et possede donc des harmoniques a $2f_e, 3f_e, 4f_e, \dots$
- L> Ce signal est identique en temporel ou frequentiel



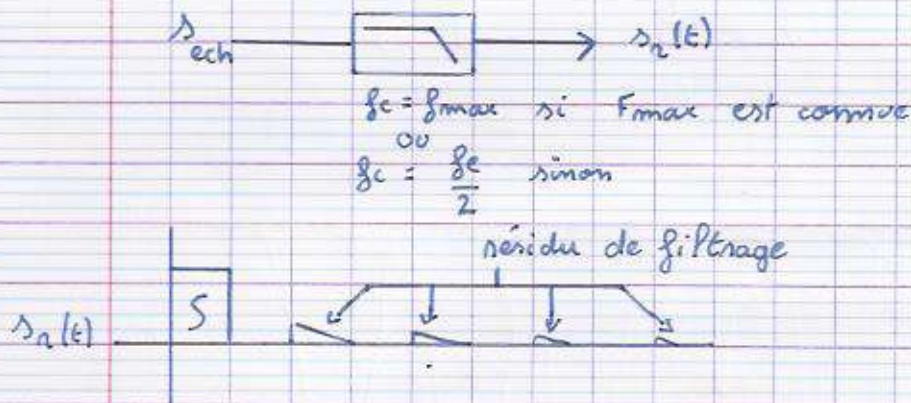
$$f_e > 2 F_{max} + \text{marge}$$

Nyquist-Shannon

Schema de l'echantillonneur :



Schema de restitution



Pour que $s_n(t)$ soit plus fidèle à $S(t)$, on peut:

- augmenter l'ordre ou la qualité du filtre
- on coupe à $f_c = f_{\max}$ au lieu de $f_e/2$
- On peut augmenter f_e pour que les résidus soient plus atténués.

Erreur systématique = résidu de filtrage

3) La quantification

La quantification consiste à transformer une valeur réelle à l'arrondi le plus proche

$k \in \mathbb{R} =$ pas de quantif

$$\begin{array}{l}
 V \\
 \downarrow \\
 \in \mathbb{R}
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 \text{arrondi} \\
 \text{au } k \text{ le plus} \\
 \text{proche}
 \end{array}
 \rightarrow v_q = V \times k$$

$k \in \mathbb{Z}$

V	k	v_q	V
2,2	0,25	2,25	9
-6,1	0,25	-6	-24

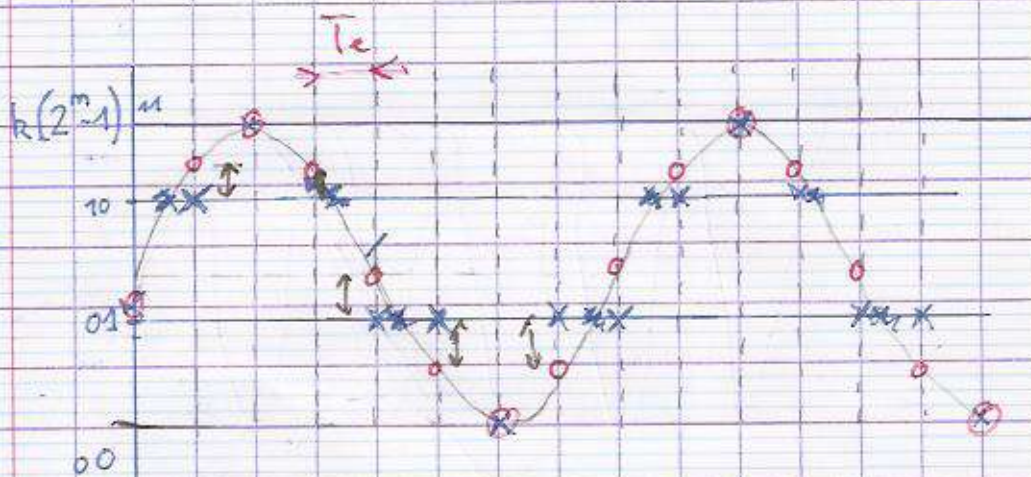
liste de v_q possible: 0; 0,25; 0,5; ...

Un système numérique stock un total d'infos sur m bits

$$V \in [0; 2^m - 1]$$

k = pas de quantification, il est connu

$$V_q \in [0; (2^m - 1) \cdot k]$$



- $\Delta(t)$

- Δ_{ech}

- Δ_{echq}

$$e_{necm} \in \left[-\frac{k}{2}; \frac{k}{2}\right]$$

$$e_{necm} \text{ crête à crête} = \text{Max}(e_{necm}) - \text{Min}(e_{necm})$$

$$e_{necm} \text{ cc} = k$$

$$SNR = \frac{\text{Amplitude signal}}{\text{Amplitude bruit}} = \frac{(2^m - 1)k}{k} = 2^m - 1$$

$$A_{scc} = (2^m - 1)k$$

$$e_{necm} \text{ crête} = k/2$$



$$e_{necm} \text{ crête-crête} = k$$

Système de transmission

TD n° 5

Q1) FSK

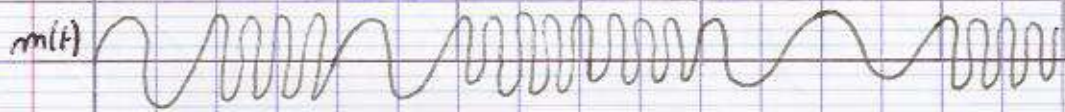
Frequency Shift Keying

$$m(t) = A \cos(\omega_c t)$$

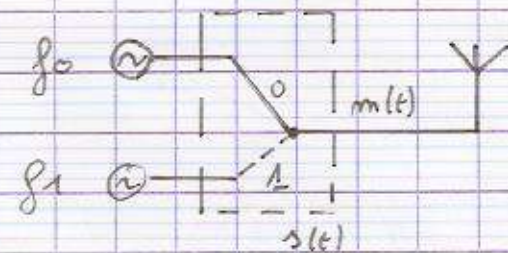
$$\text{L} \rightarrow \text{si } s(t) = 0 \rightarrow \omega = \omega_0$$

$$\text{si } s(t) = 1 \rightarrow \omega = \omega_1$$

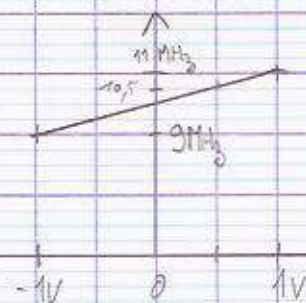
$s(t)$ 0 1 0 1 1 0 0 1



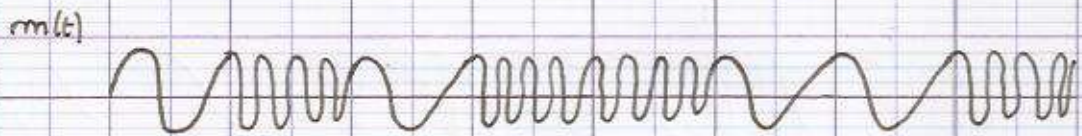
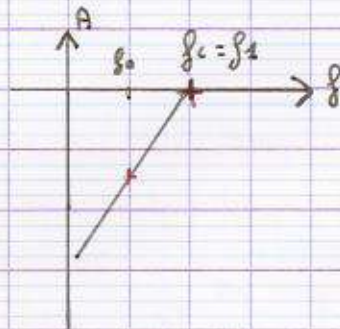
Schema du modulateur



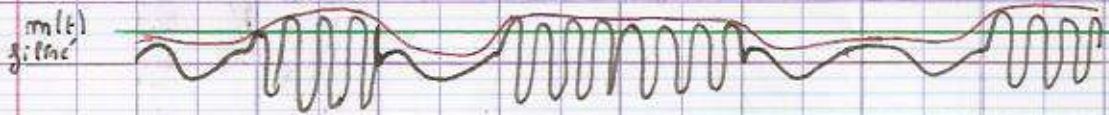
ou



Demodulation FSK



— comparateur
— détecteur
d'enveloppe



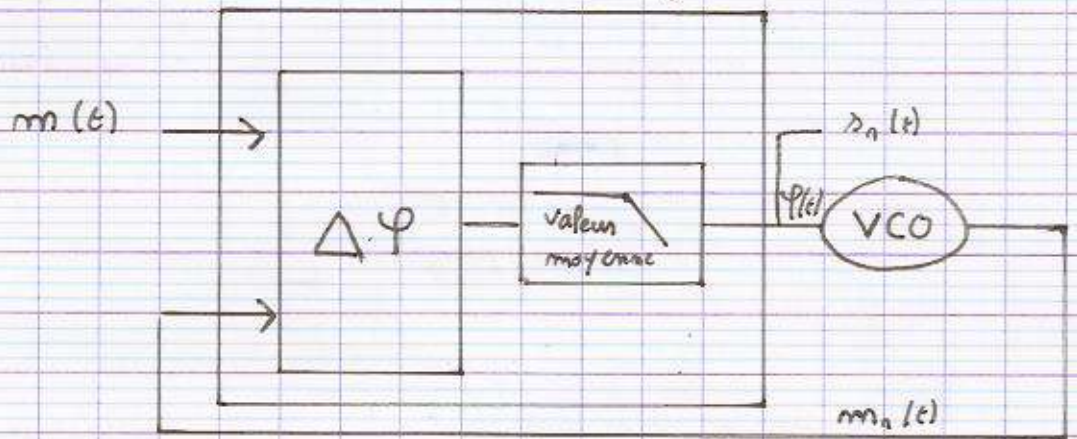
$s(t)$ 0 1 0 1 1 0 0 1

On peut faire la même chose pour la FM

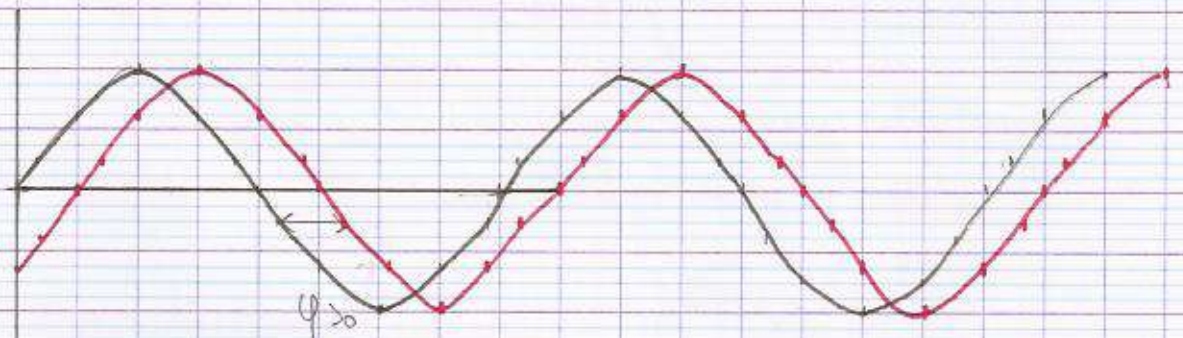
Phase lock loop

Demodulation par PLL

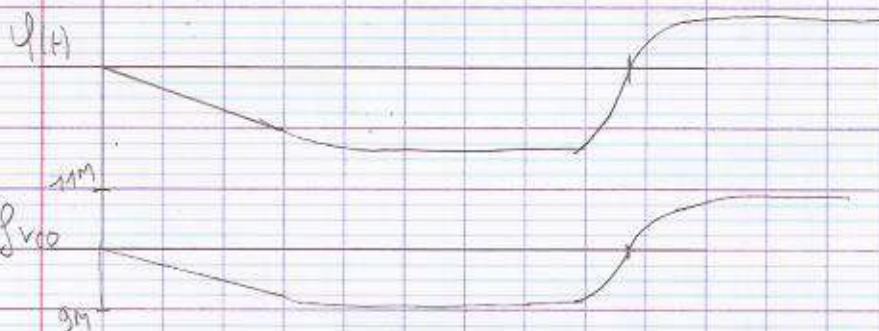
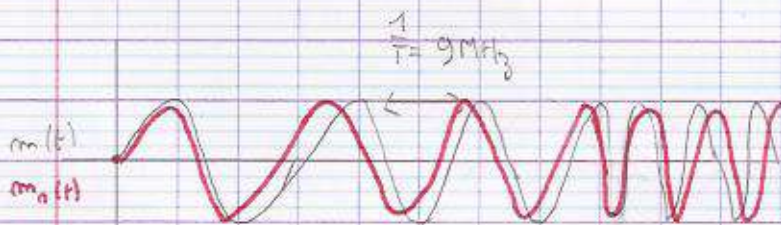
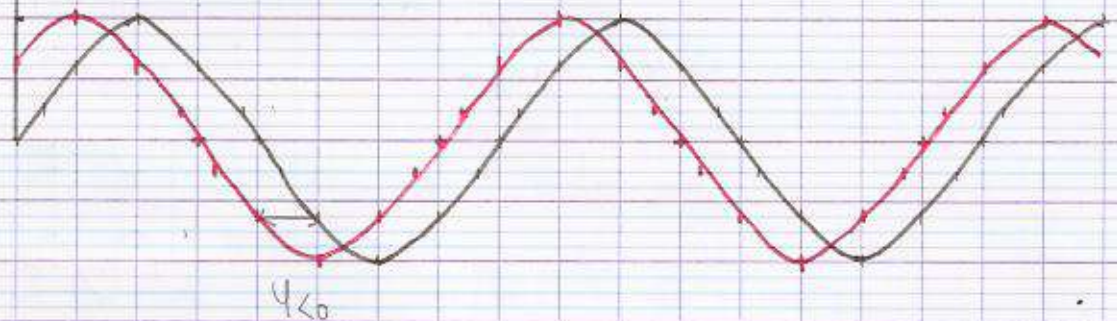
détecteur de phase



$m(t)$ en avance sur
 $m_n(t)$ $\varphi > 0$



$m(t)$ en retard sur
 $m_n(t)$ $\varphi < 0$



Si $f(m(t))$ accélère :

- $m(t)$ prend de l'avance de phase
- φ augmente
- f_{VCO} augmente
- f_{VCO} s'arrête d'augmenter quand $f_{VCO} = f(m(t))$. C'est le moment où φ n'augmente plus, car les 2 signaux ont la même fréquence

On a créé une machine à recopier la fréquence d'un signal
Quand la fréquence de $m(t)$ est lente, $\varphi(t) < 0$
et quand $f(m(t))$ est rapide $\varphi(t) > 0$

$\varphi(t)$ est un indicateur de la fréquence instantanée de $m(t)$ donc $\varphi(t)$ est notée $\Delta_a(t)$.

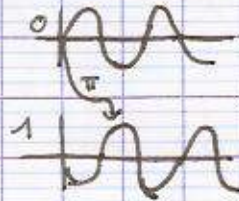
PSK 2

↓

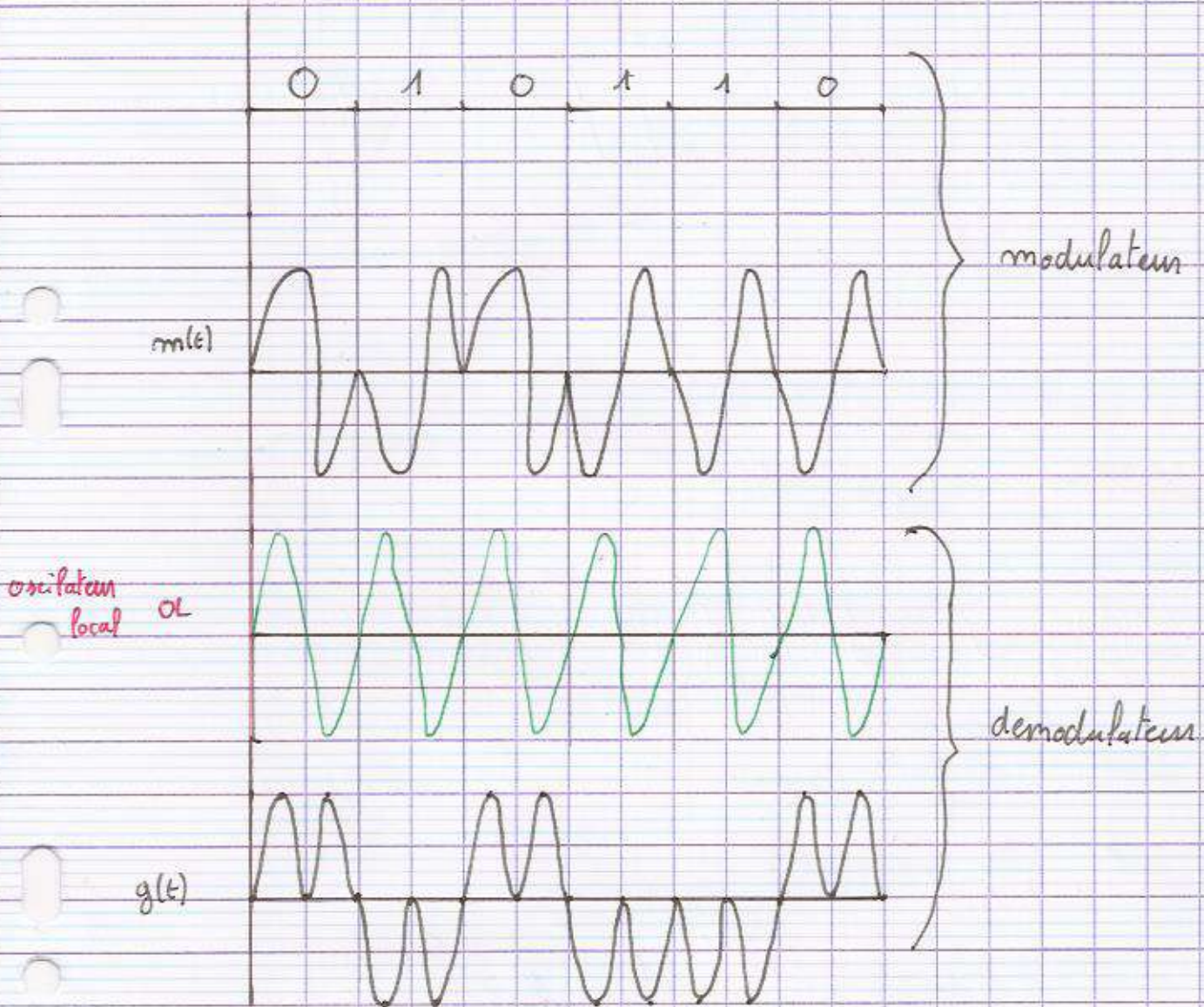
Phase shift keying, on va utiliser $m(t) = A \cos(\omega_p t + \varphi)$

si $\Delta(t) = 0 \Rightarrow \varphi = 0$

$\Delta(t) = 1 \Rightarrow \varphi = \pi$



TD n° 5 suite



Démodulateur PSK



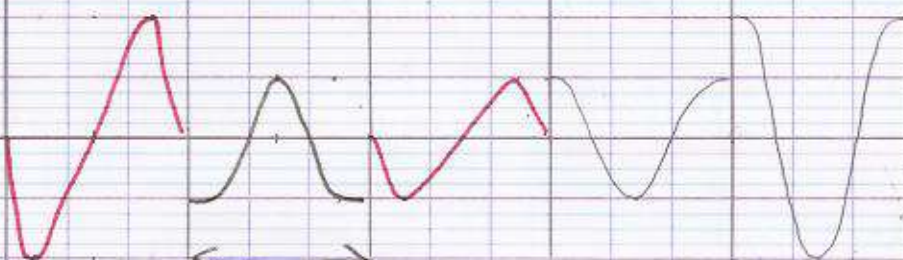
Si $\cos(\omega_p t)$ est décalé d'une demi période, cela

inverse $g(f)$ et $s_n(t)$. Pour être sûr de ne pas être inversé, on envoie toujours un paquet de bits test.

QAM : Quadrature and Amplitude modulation

	φ	A	RE	Im
000	0	1	1	0
001	90	1	0	1
010	180	1	-1	0
011	270	1	0	-1
100	0	0,5	1/2	0
101	90	0,5	0	1/2
110	180	0,5	-1/2	0
111	270	0,5	0	-1/2

0 1 0 1 0 1 1 1 0 1 1 1 0 1 1



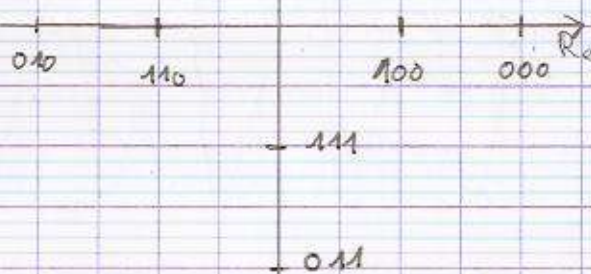
temps de symbole $\rightarrow T_s$

$$R = \frac{1}{T_s}$$

Rapidité en bauds

QAM 8

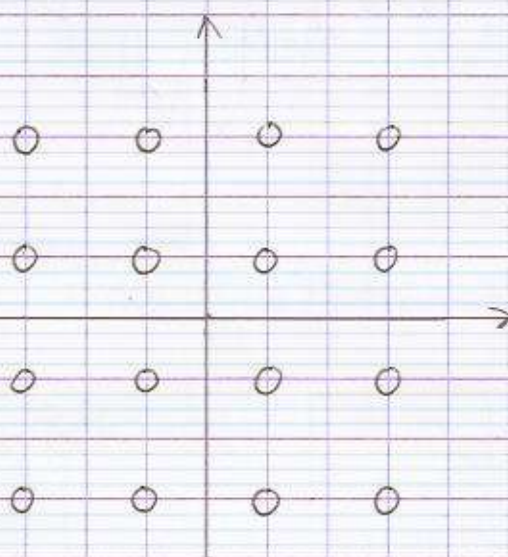
$m = 3 \text{ bits}$



S: R = 1 Mbaud

debit binaire

$$D = 3 \times 1M = 3M \text{ bits/s}$$



QAM 16

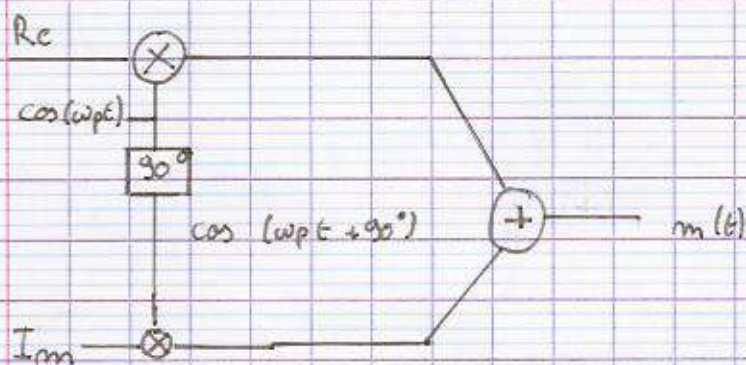
$m = 4 \text{ bits}$

$$D = m \times R = 6M \text{ bits/s}$$

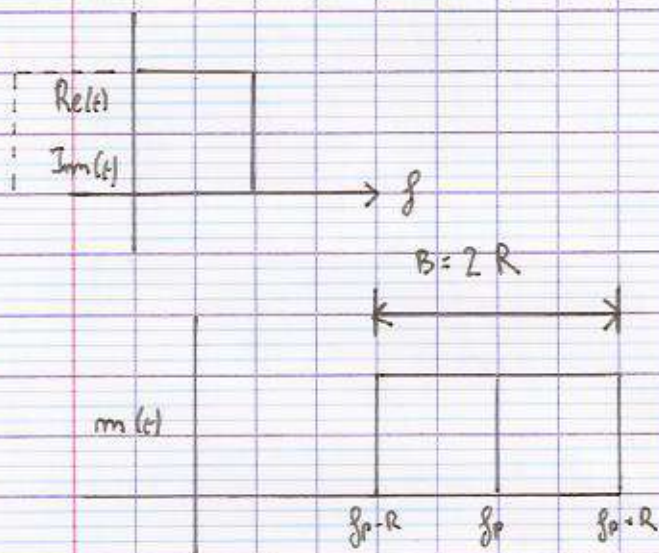
En augmentant

Les QAM d'ordre élevé sont plus sensibles au bruit, donc même si l'envoi est bien plus rapide, les signaux reçus seront donc perturbés.

Le modulateur QAM



Une modulation QAM est une somme de 2 modulations AMSP



$$\text{car } R = \frac{D}{m} \text{ donc } B = \frac{2D}{m}$$

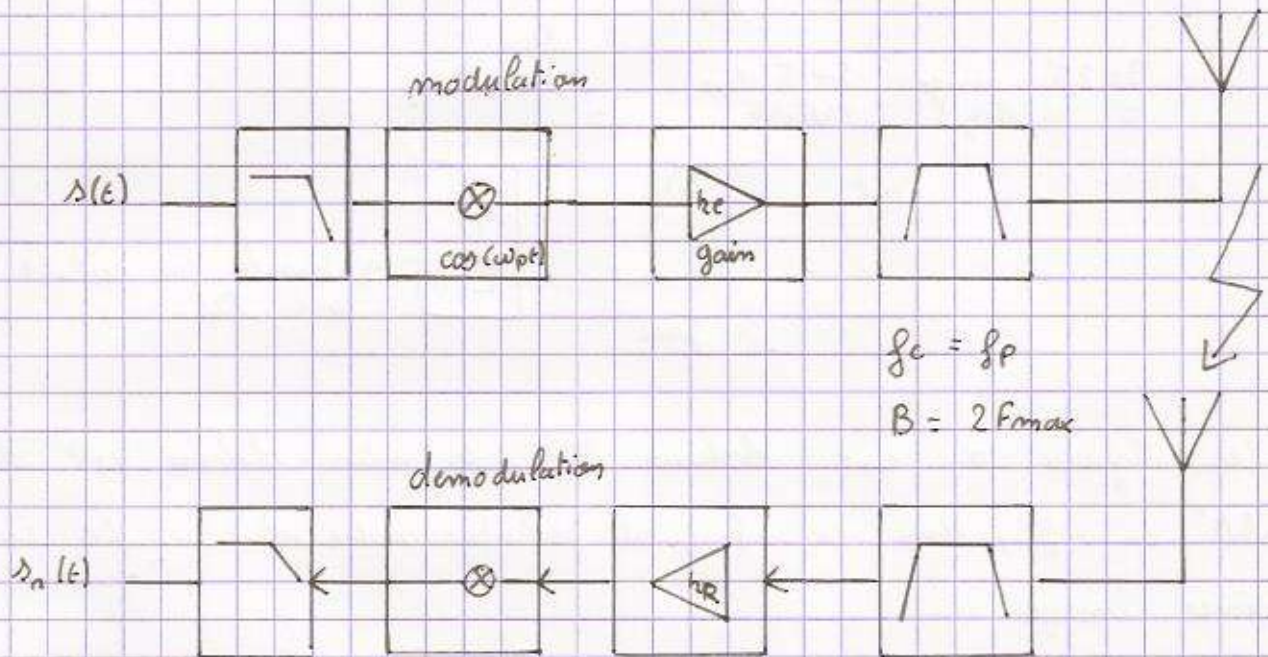
Pour augmenter la bande passante, on peut :

- augmenter l'ordre de la QAM (mais plus sensible au bruit)
- augmenter la bande mais gênant pour les voisins

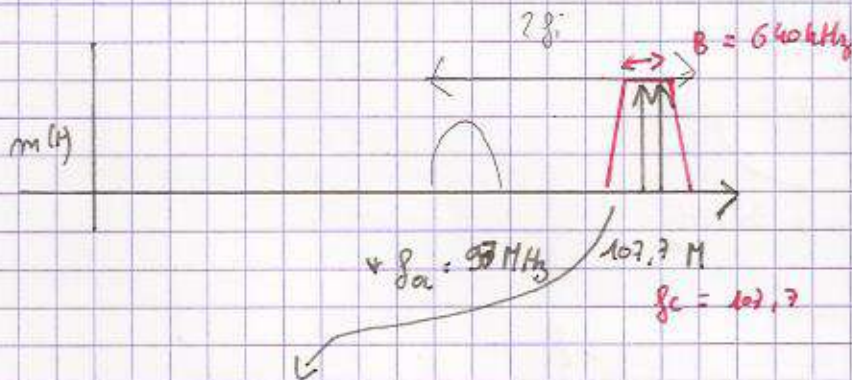
Système de transmission

TD n° 6

Schema émetteur - récepteur



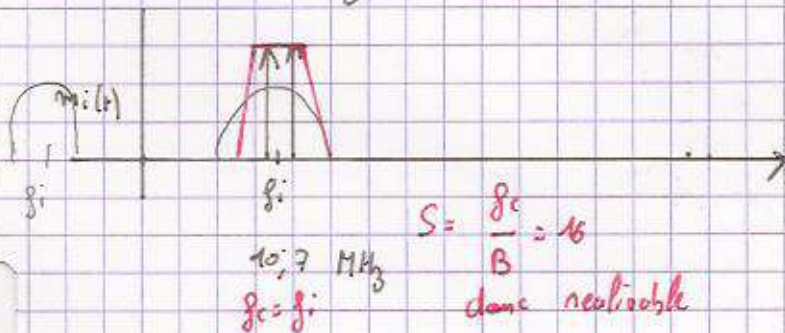
Analyse des récepteurs

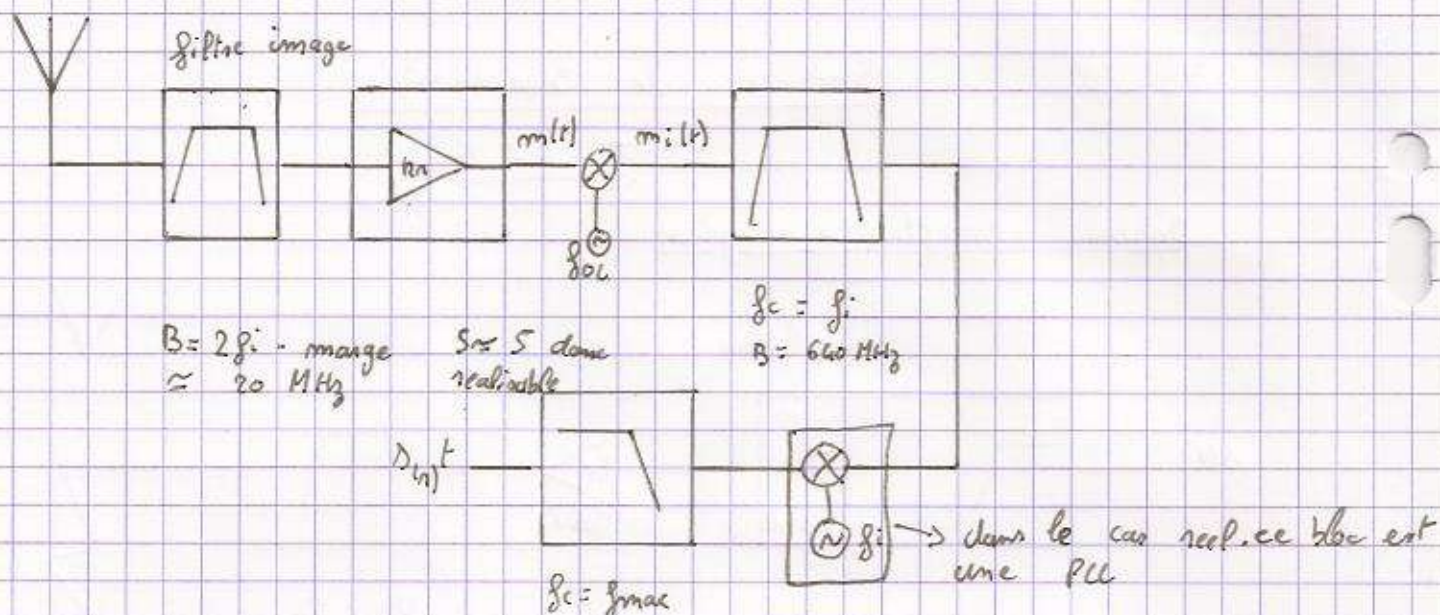


$$S = \frac{f_c}{B} \approx 180$$

selectivité du filtre trop important (> 100)

non réalisable





Les signaux a une distance $2 f_i$ de notre station vont être translatés en $-f_i$, donc en $+f_i$, et perturber notre station. Ce sont les fréquences image.

Pour le changement de fréquences :

