

25.01.12

Canaux de transmission

Introduction

Chap 1 → Propagatⁿ guidée sur câble en régime harmonique (cad sinusoïdale, entrée et sortie sinusoïdale)

Chap 2 → _____ transitoire
(cad en numéri^a 0-1).

Chap 3 → _____ ds les fibres opti^a

Chap 4 → _____ en espace libre

Chap 5 → Productⁿ d'ondes électromagnéti^a (antennes)

≠ Transmission:

Fixe

- Liaison pt à pt : expéditeur et destinⁿ localisés.
- Simplex: unilatérale
- Duplex alternée: bilatérale mais alternée (interphone)
- Full duplex: bilatérale ms pas alternée.

Liaison pt à pt mobile → Lié portable.

Liaison par diffusion: émetteur uni^a vers un nbre indéfini de récepteurs.

Chap 1: Propa. guidée sur câble en régime harmoni^a

I. Transmission sur une ligne à 2 conducteurs métall^a

1) Réalisatⁿ matérielle.

≠ formes, lignes: - à 2 conducteurs // : 2 conducteurs de cuivre séparés par un isolant ex câble de cuivre.

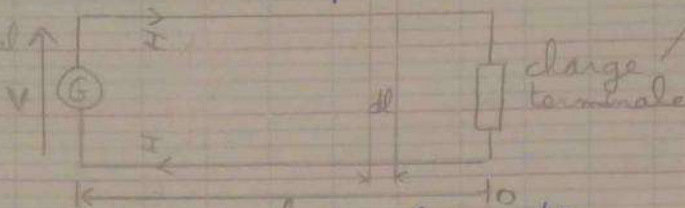
- à 2 conducteurs torsadés: 2 fils électri^a séparés par un isolant ms torsadés de manière à réduire l'électromagnétisme - ligne tél, câblage etc.

- torsadés à écran: m chose avec un écran pr annuler les perturbatⁿ extérieures.

- câble coaxial: conducteur central et périph^a séparés par un isolant de - en - utilisé - Câble d'antenne.

2) Modélisation de lignes de transmission

Modèle électrique



représente l'impédance d'entrée qui va être connectée au câble.

impédance = mesure l'opposiⁿ du circuit au passage d'un courant.

$$u = Zi \quad Z: \text{impédance} = R + jX \quad (R: \text{partie réelle})$$

$$\text{imp bobine} = jL\omega$$

$$\text{imp capacité} = \frac{1}{j\omega C}$$

$$y = 1/z \quad \text{l'admittance}$$

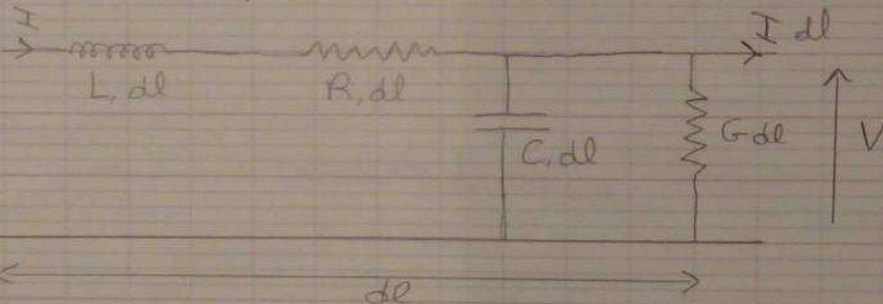
la réactance.

La propagatⁿ du courant se fait à la vitesse: $v = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_r \mu_r}}$

ϵ_r : perméabilité diélectrique

μ_r : perméabilité magnétique

On étudie: $I(l, t)$ et $V(l, t)$



R va modéliser les effets résistifs des 2 conducteurs qui ne st pas parfaits, et qui dégagent une certaine nrg.

G est l'effet conductif de l'isolant séparant les 2 conducteurs qui n'est pas parfait. Imperfectⁿ modéliser par la conductance, il y'a aussi un effet joule.

L ——— inductif des conducteurs, effet d'auto-inductⁿ qui freine les variatⁿ du courant.

C modélise l'effet capacitif mis en évidence par les deux conducteurs séparés par l'isolant.

R → en ohm/m.

C → en Farad/m.

L → en Henry/m.

G → en Siemens/m.

Ces grandeurs st les constantes primⁿ du circuit.

3) Equations des télégraphistes

$$\begin{cases} dV(l,t) = R dl I(l,t) + L dl \frac{\partial I(l,t)}{\partial t} \\ dI(l,t) = G dl V(l,t) + C dl \frac{\partial V(l,t)}{\partial t} \end{cases}$$

En régime sinusoïdal $\Rightarrow \begin{cases} dV(l) = (R dl + jL dl \omega) I(l) \\ dI(l) = (G dl + jC dl \omega) V(l) \end{cases}$

Donc $\frac{dV(l)}{dl} = (R + jL\omega) I(l)$ et $\frac{dI(l)}{dl} = (G + jC\omega) V(l)$

$\Rightarrow \frac{d^2 V(l)}{dl^2} = (R + jL\omega)(G + jC\omega) V(l)$

La solutⁿ genl de cette eq diff: $V(l) = A e^{\gamma l} + B e^{-\gamma l}$

$\gamma^2 = (R + jL\omega)(G + jC\omega) = (\alpha + j\beta)^2$

α : cste d'atténuatⁿ

β : cste de phase

α et β m^{me} signe et par convention > 0 .

On appellera "lignes sans perte" les lignes où les pertes joules st négligeables.

$\hookrightarrow \alpha = 0 \Rightarrow R \text{ et } G = 0$

$\hookrightarrow \beta^2 = LC\omega^2 \Rightarrow \boxed{\beta = \omega \sqrt{LC}}$

$Z_c = \sqrt{\frac{R + jL\omega}{G + jC\omega}}$

imp. caractériⁿ de la ligne.

(entre 30 et 600 Ω)
tel

$i = \frac{u}{Z}$

$I(l) = \frac{1}{Z_c} (A e^{\gamma l} - B e^{-\gamma l})$

Les grandeurs α, β, Z_c st les cste second^{es} de la ligne.

4) Interprétation Impédance

$$v(l) = A e^{(\alpha + j\beta)l} + B e^{-(\alpha + j\beta)l}$$

$$\Leftrightarrow v(l) = \underbrace{A e^{\alpha l} e^{j\beta l}}_{V_i} + \underbrace{B e^{-\alpha l} e^{-j\beta l}}_{V_r}$$

V_i : qd on se déplace de l'origine vers le récepteur. V_i représente l'onde incidente.

V_r l'onde réfléchie

But: réduire V_r pour avoir que V_i .

$$\begin{cases} v(l) = v_i(l) + v_r(l) \\ I(l) = I_i(l) + I_r(l) \end{cases}$$

5) Vitesse de propagation et longueur d'onde.

(pas de perte)

Si $\alpha = 0$, $v(l) = A e^{j\beta l} + B e^{-j\beta l}$

$$v_i(l, t) = \text{Re}[V_i(l) e^{j\omega t}] = A \cos(\omega t + \beta l)$$

$$v_r(l, t) = \text{Re}[V_r(l) e^{j\omega t}] = B \cos(\omega t - \beta l)$$

On déf la vitesse de propagation $\hat{c}$ étant la vitesse que devrait avoir un observateur pour avoir une phase cte.

À l_0 à l'instant t_0 : $\varphi_0 = \omega t_0 + \beta l_0 = \omega(t_0 + \Delta t) + \beta(l_0 + \Delta l)$
l'observateur se déplace de Δl en un tps Δt .

$$\omega \Delta t + \beta \Delta l = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{\Delta l}{\Delta t} = -\frac{\omega}{\beta} \Leftrightarrow \overset{\text{vitesse}}{v} = \frac{\omega}{\beta} \quad (\text{le signe déf le sens})$$

On

$$\boxed{\beta = \omega \sqrt{LC} \text{ car } \alpha = 0} \Rightarrow v = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$\epsilon_0 = \frac{1}{36\pi} \cdot 10^9$$

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$$

Pr 2 conducteurs non rayonnant : $LC = \epsilon \mu = \epsilon_0 \epsilon_r \mu_0 \mu_r$

Long. d'onde: distance parcourue par l'onde pdt une période T .

$$\boxed{\lambda = vT = \frac{v}{f} = \frac{2\pi}{\beta}}$$

2

27.01.12 Chap 1 I 6) Ligne sans perte.

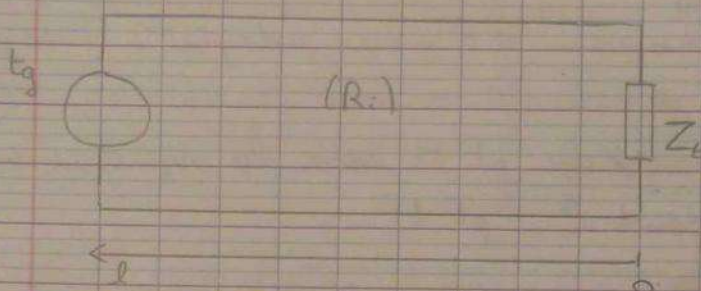
réel $\rightarrow$ résiste $\rightarrow$ caractéristique de la ligne

$$Z_c = \sqrt{\frac{L}{C}} = R_c$$

$$v(l) = A e^{j\beta l} + B e^{-j\beta l}$$

$$I(l) = \frac{1}{R_c} (A e^{j\beta l} - B e^{-j\beta l})$$

7) Coeff de réflexion



$$\begin{cases} v(0) = A + B \\ I(0) = \frac{1}{R_c} (A - B) \end{cases}$$

$$v(0) = Z_L I(0)$$

$$\Leftrightarrow Z_L = \frac{v(0)}{I(0)} = \frac{A+B}{A-B} R_c$$

On va def Γ le coeff de réflexion : $\Gamma = B/A = \rho e^{j\varphi}$ ρ : est la module, l'intensité de réflexion φ : est le déphasage (entre l'onde réfléchie et l'onde incidente)

$$Z_L = R_c \left(\frac{1 + B/A}{1 - B/A} \right) = R_c \left(\frac{1 + \Gamma}{1 - \Gamma} \right)$$

$$\Leftrightarrow \Gamma = \frac{Z_L - R_c}{Z_L + R_c}$$

Ainsi le coeff de réflexion dépend de l'imp terminale (wt imposée) et de la résistance.

8) Abaque de Smith

On appelle impédance réduite : $z = \frac{Z}{R_c}$

$$z_t = \frac{1 + \Gamma}{1 - \Gamma} \quad \text{et} \quad \Gamma = \frac{z_t - 1}{z_t + 1}$$

On divisera l'imp l'impédance par R_c

On a un triple repérage cad on va pu représenter :

$$\rightarrow \Gamma = \rho e^{j\varphi}$$

$$\rightarrow z = r + jx$$

$$\rightarrow \Gamma = a + jb$$

$$\Gamma = \rho e^{j\varphi}$$

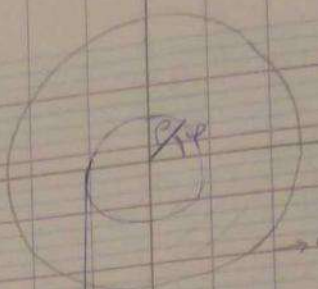
Pour le pt C, on a:

$$x=0, r=1$$

$$\text{Donc } Z = R_c$$

On constate que $\Gamma=0$, donc pas de réflexion, donc la puissance

émise par la source sera maximum et il y aura adaptation. Cas idéal.



→ dernier cercle ($\rho=1$)

cf. feuille, où on peut trouver $|\rho|$.

L'admittance d'un pt M sera la symétrisée par rapport au point C, pt M'.

Soit une ligne sans perte: $R_c = Z_c = 50 \Omega$.

On crée un coeff de réflexion $\Gamma_n = 0,54 e^{j128^\circ}$

Trouver l'impédance Z_n et l'admittance Y_n .

30 01 12

9) Variatⁿ de la tension le long de la ligne: rapport d'onde stationnⁿ

$$v(l) = A e^{j\beta l} + B e^{-j\beta l} = A \left(e^{j\beta l} + \frac{B}{A} e^{-j\beta l} \right) = A e^{j\beta l} (1 + \Gamma e^{-2j\beta l})$$

$$\Rightarrow v(l) = A e^{j\beta l} (1 + \rho e^{j(\varphi - 2\beta l)})$$

$$-1 \leq |\rho| \leq 1 \quad |v(l)| = |A| |1 + \rho e^{j(\varphi - 2\beta l)}|$$

$$\Rightarrow |A| |1 - \rho| \leq |v(l)| \leq |A| |1 + \rho|$$

$$V_{\min} \leq |v(l)| \leq V_{\max}$$

$V_{\min}$ est un nœud de tension

↳ l'abscisse l_n du nœud est tq: $\varphi - 2\beta l_n = \pi \text{ (modulo } 2\pi)$

$V_{\max}$ est un ventre de tension

↳ l_v est déterminé pour: $\varphi - 2\beta l_v = 0 \text{ (modulo } 2\pi)$

Invariable et localise sur l'abaque de Smith.

On peut déterminer ROS : Rapport d'Onde Stationnaire (TOS anglais)

$$ROS = S = \frac{V_{max}}{V_{min}} = \frac{1+\rho}{1-\rho} \quad 1 \leq S \leq +\infty$$
S USA

La tension sur la ligne est périodique et de période : L
Période : $L \rightarrow \varphi - 2\beta(l+L) = \varphi - 2\beta l + 2\pi$

On a $\lambda = \frac{2\pi}{\beta}$ D'où $L = \frac{\lambda}{2}$ $\Leftrightarrow L = \frac{\pi}{\beta}$

On en déduit que :
 - 2 ventres de tension et distincts de $\frac{\lambda}{2}$
 - 2 noeuds
 - 1 noeud et 1 ventre de tension $\frac{\lambda}{4}$

10) Not° d'impédance ramenée

On se positionne à l qgc $\neq 0$.

$R_c = \frac{Z(l) = \frac{V(l)}{I(l)}}{\Gamma(l) = \frac{Z(l) - R_c}{Z(l) + R_c}}$

$Z(l) = R_c \frac{Z_t + jR_c \tan(\beta l)}{R_c + jZ_t \tan(\beta l)}$ Z_t impé terminaison.

$\rightarrow Z(l)$ impé ramenée à l'indice l .

$\Gamma(l) = \Gamma e^{-2j\beta l}$ $\Gamma = \frac{Z_t - R_c}{Z_t + R_c}$ $|\Gamma(l)|$: coeff de réflexion à l .

En conclu le module de $\Gamma(l)$ (= module Γ), l'argument de $\Gamma(l)$ est périodique et de période spatiale $\lambda/2$.

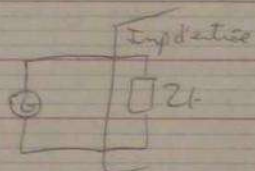
II. Adaptation d'une ligne de transmission

Pour optimiser le transfert d'énergie de la source vers la terminaison. On considère 2 étapes :

- Transfert de la source vers la ligne.
- ————— ligne à la terminaison.

1) Adaptation de la terminaison

La terminaison est adaptée s'il n'y a aucune onde réfléchie, c'est-à-dire si $\Gamma = 0$. : $\Gamma = \frac{Z_t - R_c}{Z_t + R_c} \Rightarrow \boxed{Z_t = R_c}$



Z_t représente l'impédance d'entrée où est connectée la ligne.

Ligne peut être connectée à une antenne, générateur... Il y a donc peu de chance pour que $Z_t = R_c$, on va rajouter des choses sur la ligne pour avoir $Z_t = R_c$.

$$Z(l) = R_c \frac{Z_t + j R_c \tan(\beta l)}{R_c + j Z_t \tan(\beta l)}$$

On a toujours un l_0 tq :

① $\hookrightarrow Z(l_0) = R_c + j X(l_0)$

② $\hookrightarrow Z(l_0) = R(l_0) + j X(l_0)$

③ Partie réelle de l'imp = R_c , il suffira d'annuler la partie imag.

Si adaptation faite, en aval du circuit aussi

^{1 partie imaginaire}

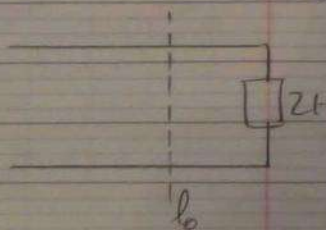
2) Adaptation à un seul elt réactif, adaptation simple stub ^{piston}

$$Z(l_0) = R_c + j X(l_0)$$

On rajoute un élément réactif : $-j X(l_0)$

On met en série un elt tq : $X_i = -j X_0$

(en //, on passe en admittance)



$$Z(l_0) = R_c + j X_0$$

X_i est l'elt additionnel

Si $X_i > 0 \Rightarrow$ bobine $L_i = \frac{X_i}{\omega}$ ($Z_L = j\omega L$)

$X_i < 0 \Rightarrow$ condensateur $C_i = \frac{1}{X_i \omega}$

0.12 (Chap. II - 2 Adaptation à un seul elt réactif)

- $X_i > 0 \Rightarrow$ bobine
- $X_i < 0 \Rightarrow$ condensateur

Les fréq vont $\hat{e}$ à 100 MHz

Si fréq élevée, alors probl de câblage et de réalisatⁿ par L et C.
 On va avoir des val tp. petites par réaliser ^{précisément}. On va les réaliser grâce à des lignes, on rajoute des tronçons de ligne par calculer les impédances.

3/3 C1

03-02-12 (Chap 1. II - 2 Adaptation à un seul elt réactif)

($X_i > 0 \Rightarrow$ bobine
 $X_i < 0 \Rightarrow$ condensateur)

Les fréq vont $\hat{e} > \hat{a}$ 100 MHz

Si fréq élevée, alors probl de cablage et de réalisation pr L et C.
 On va avoir des val tp. petites pr réaliser ^{précisément}. On va les réaliser grâce à des lignes, on rajoute des tronçons de ligne pr calculer les impédances: avec $\hat{e}$ résistance caractéristique R_0

$$Z(d) = R_0 \frac{Z_t + jR_0 \tan(\beta d)}{R_0 + jZ_t \tan(\beta d)}$$

$\hookrightarrow$ terminaison de ligne en court-circuit: $Z_t = 0$

$$\text{D'où: } Z(d) = jR_0 \tan(\beta d) = jR_0 \tan\left(\frac{2\pi}{\lambda} d\right)$$

$\hookrightarrow$ ————— en circuit-ouvert: $Z_t \rightarrow +\infty$

$$\text{D'où: } Z(d) = \frac{-jR_0}{\tan(\beta d)} = \frac{-jR_0}{\tan\left(\frac{2\pi}{\lambda} d\right)}$$

En court-circuit

$\hookrightarrow$ une bobine (ou inductance) si $0 < d < \lambda/4 \Rightarrow L_{eq} = R_0 \tan\left(\frac{2\pi}{\lambda} d\right)$

$\hookrightarrow$ un condensateur si $\lambda/4 < d < \lambda/2 \Rightarrow 1/C_{eq} = -R_0 \tan\left(\frac{2\pi}{\lambda} d\right)$

Si $d = \lambda/4$ alors $\rightarrow \pm \infty$ cad circuit ouvert.

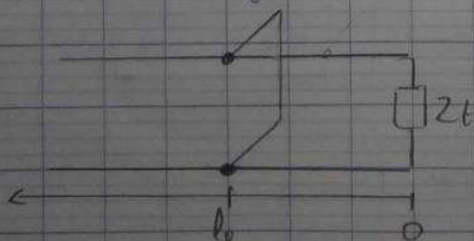
En circuit ouvert

$\hookrightarrow$ un condensateur si $0 < d < \lambda/4$

$\hookrightarrow$ une bobine si $\lambda/4 < d < \lambda/2 \Rightarrow L_{eq}$

Si $d = \lambda/4$ alors 0 cad court-circuit.

Tronçon de ligne: stub $\Rightarrow$ tjs ligne en // admittance qui s'additionne sur l'abaque.



Selon les cas on peut ajouter 2-3 stubs, ce qui permet de ne pas se positionner à l_0 .

3) Adaptation à l'aide d'un transformateur ou ligne quart d'onde
 On se place à l_0 tq $Z(l_0) = \frac{R_0}{j\omega L} \rightarrow 0$



$$Z(d) = R_0 \cdot \frac{Z_L + jR_0 \tan(\beta d)}{R_0 + Z_L j \tan(\beta d)}$$

$$d = \frac{\lambda}{4} \Rightarrow \tan(\beta d) \rightarrow +\infty$$

Donc $Z_d = \frac{R_0^2}{Z_L}$

→ sur la quart d'onde la ligne ajoutée

Pu qu'il y ait adaptation, il faut :

$$Z_d = Z(l_0 + \frac{\lambda}{4}) = R_0 \Rightarrow R_0 = \frac{R_0^2}{Z_L}$$

$$\Rightarrow R_0 = \sqrt{R_L Z_L} = \sqrt{R_L R_0}$$

⇒ Généralement on fait stub puis quart d'onde

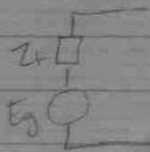
4) Adaptation de la source

On veut que la source délivre tte sa puissance disponible à la ligne.

Supposons : la ligne est adaptée au niveau de la terminaison, nous avons donc $Z_L = R_0$.

E_g , impédance $Z_g = R_g + jX_g$

Z_e : imp. en // vue de l'entrée, imp. d'entrée de la ligne.



La source adaptée si

$$Z_e = Z_g^*$$

conjugués

Synthèse des conditions

