

Canaux de transmission

Introduction générale

* liaison fixe point à point

A $\longrightarrow$ B
simplex
unilatéral
(oreillette présentateur)

A $\longrightarrow$ B

duplex alterné
(interphone)

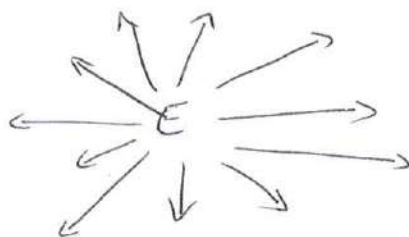
A $\longrightarrow$ B
 $\longleftarrow$

full duplex
(téléphonie ss passer par l'océan)

* liaison mobile point à point

L'un des lieux est mobile ou les deux

* liaison de diffusion



emetteur unique
un nb indéfini de
recepteur

Chapitre I: propagation guidée sur câble en régime harmonique (sinusoïdale)

Chapitre II: propagation guidée sur câble en régime transitoire (par impulsions)

Chapitre III: propagation guidée sur fibre optique

Chapitre IV: propagation en espace libre

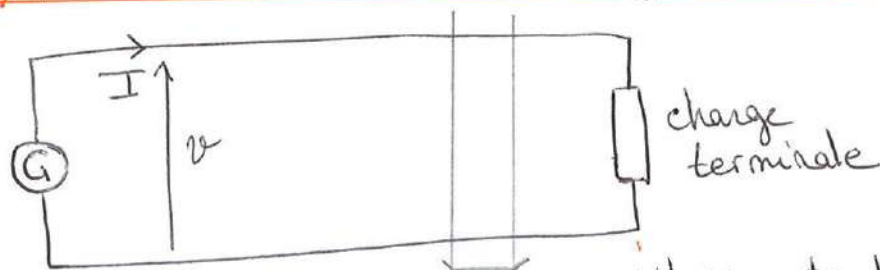
Chapitre I:

I/Transmission sur une ligne à 2 conducteurs

1.1) Réalisation naturelle

- ↳ ligne à 2 conducteurs //
- ↳ ligne à conducteurs torsadés
(permet de réduire les bruits)
- ↳ ligne à conducteurs torsadés avec écrans
(permet d'annuler presque totalement les perturbations électromag. extérieurs)
- ↳ câble coaxial.

1.2) Modélisation d'une ligne de transmission



$$v = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_r \mu_r}}$$

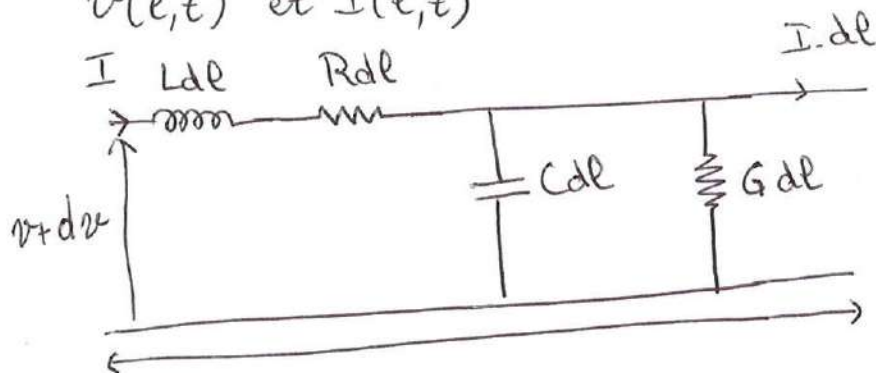
c = vitesse de la lumière
ds le vide

ϵ_r = permittivité diélectrique

μ_r = perméabilité magnétique



$v(l,t)$ et $I(l,t)$



R modélise les effets résistifs des deux conducteurs qui ne sont pas parfaits. [ohm/m]

G modélise l'effet ^{conductif} de l'isolant qui sépare les deux conducteurs. G est une conductance (effet Joule). [siemens/m]

L modélise l'effet inductif
Il traduit l'effet d'auto-induction (à tendance à freiner les variations du courant). [henry/m]

C : effet capacitif mis en évidence par les 2 conducteurs séparés par l'isolant. [Farad/m]

Ces grandeurs sont des constantes primaires de la ligne.

1.3) Equations des télégraphistes

$$dV(l,t) = R dl \cdot I(l,t) + L dl \frac{\partial I(l,t)}{\partial t}$$

$$dI(l,t) = G dl \cdot V(l,t) + C dl \frac{\partial V(l,t)}{\partial t}$$

En sinusoïdale, on écrit $V(l)$, $I(l)$

$$\frac{\partial V}{\partial t} = j\omega V$$

$$\frac{\partial I}{\partial t} = j\omega I$$

$$\begin{cases} dV(l) = R dl \cdot I(l) + L dl \cdot j\omega I(l) \\ dI(l) = G dl \cdot V(l) + C dl \cdot j\omega V(l) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{dV(l)}{dl} = (R + Lj\omega) I(l) \\ \frac{dI(l)}{dl} = (G + Cj\omega) V(l) \end{cases}$$

$$\frac{d^2 V(l)}{dl^2} = (R + j\omega L)(G + j\omega C) V(l)$$

solution générale de l'équation différentielle

$$V(l) = A e^{\gamma l} + B e^{-\gamma l}$$

$$\gamma^2 = (R + j\omega L)(G + j\omega C)$$

$$\gamma^2 = (\alpha + j\beta)^2$$

α est appelé constante d'atténuation
 β est la constante de phase
 γ est la constante de propagation

A et B dépendent des conditions limites.

On prendra α et $\beta > 0$ par convention.

On étudiera que les lignes sans perte $\Rightarrow$ effet Joule négligeable de R et G sont nul de $\alpha = 0$

$$I(l) = \frac{1}{Z_c} (A e^{\gamma l} - B e^{-\gamma l})$$

$$Z_c = \sqrt{\frac{R + j\omega L}{G + j\omega C}}$$

Z_c : impédance caractéristique de la ligne, il dépend des caractéristiques physiques de la ligne (R, L, G et C).

Les 4 grandeurs α , β , γ et Z_c sont les constantes secondaires de la ligne car elles dépendent des ctes. primaire de la ligne.

1.4) Interprétation physique

$$V(l) = A e^{(\alpha + j\beta)l} + B e^{-(\alpha + j\beta)l}$$

$$V(l) = \underbrace{A e^{\alpha l} e^{j\beta l}}_{V_A} + \underbrace{B e^{-\alpha l} e^{-j\beta l}}_{V_B}$$

V_A : onde incidente $\Rightarrow$ liaison source $\rightarrow$ charge

V_B : onde réfléchi $\Rightarrow$ liaison charge $\rightarrow$ source

$$V(l) = V_A(l) + V_B(l)$$

$$I(l) = I_A(l) + I_B(l)$$

1.5) Vitesse de propagation, longueur d'onde

$$\alpha = 0$$

$$V(l) = A e^{j\beta l} + B e^{-j\beta l}$$

On définit la vitesse de propagation $\hat{c}$ étant la vitesse que devrait avoir un observateur pour voir une phase cste.

(3)

$$V(l) = V_i(l) + V_r(l)$$

$$V_i(l,t) = A \cos(\omega t + \beta l)$$

$$V_r(l,t) = B \cos(\omega t - \beta l)$$

Vitesse de propagation par rapport à l'onde incidente.

à t_0 : l'abscisse l_0

$$\varphi = \omega t_0 + \beta l_0 = \omega(t_0 + \Delta t) + \beta(l_0 + \Delta l)$$

L'observateur se déplace de Δl en un tps Δt

$$\omega \Delta t + \beta \Delta l = 0 \Rightarrow \underbrace{\frac{\Delta l}{\Delta t}}_{\text{vitesse}} = \frac{\omega}{\beta}$$

on définit $\boxed{v = \frac{\omega}{\beta}}$ — pulsation $[\text{rad.s}^{-1}]$
— cste de phase

$$\alpha = 0 \text{ et } \beta = \omega \sqrt{LC} \Rightarrow v = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

Pr une ligne à deux conducteurs isolée et non conductante

$$LC = \epsilon \mu = \epsilon_0 \epsilon_r \mu_0 \mu_r \quad \frac{10^3}{36\pi} \quad 4\pi \cdot 10^{-7}$$

$$= \frac{\epsilon_r \mu_r}{c^2}$$

$$v = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_r \mu_r}}$$

Longueur d'onde

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{2\pi}{\beta}$$

$$\lambda = vT = \frac{\omega}{\beta} \times \frac{2\pi}{\omega}$$

1.6) lignes sans perte

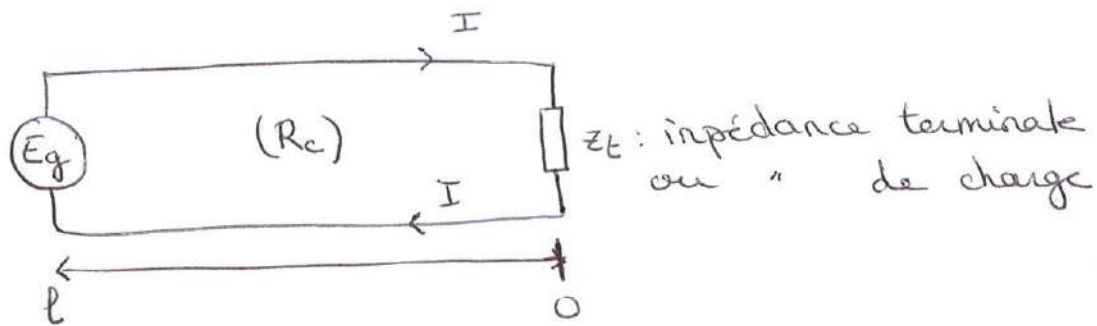
$$R = G = 0$$

$$V(l) = A e^{j\beta l} + B e^{-j\beta l}$$

$$I(l) = \frac{1}{Z_c} (A e^{j\beta l} - B e^{-j\beta l})$$

$$Z_c = \sqrt{\frac{L}{C}} = R_c : \text{résistance caractéristique}$$

1.7) Coefficient de réflexion



Au niveau de la charge

$$l = 0$$

$$V(0) = A + B$$

$$I(0) = \frac{1}{R_c} (A - B)$$

$$Z_t = \frac{V(0)}{I(0)} = \frac{R_c (A + B)}{(A - B)}$$

Coefficient de réflexion ns permet de calculer l'impédance de l'onde réfléchi sur l'impédance de l'onde incidente: $\Gamma = \frac{B}{A} = \rho e^{j\varphi}$

ρ = module / l'intensité de la réflexion

φ = déphasage de la tension réfléchi par rapport à la tension incidente

$$Z_t = R_c \frac{\frac{A}{A} + \frac{B}{A}}{\frac{A}{A} - \frac{B}{A}} = R_c \frac{1 + \Gamma}{1 - \Gamma}$$

$$\Gamma = \frac{Z_t - R_c}{Z_t + R_c}$$

1.8) Abaque de Smith

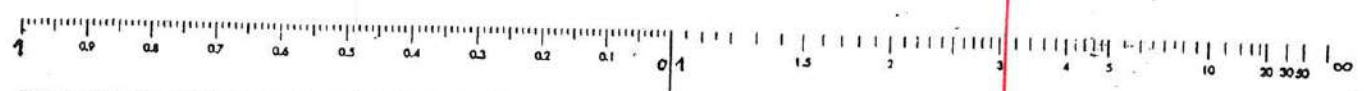
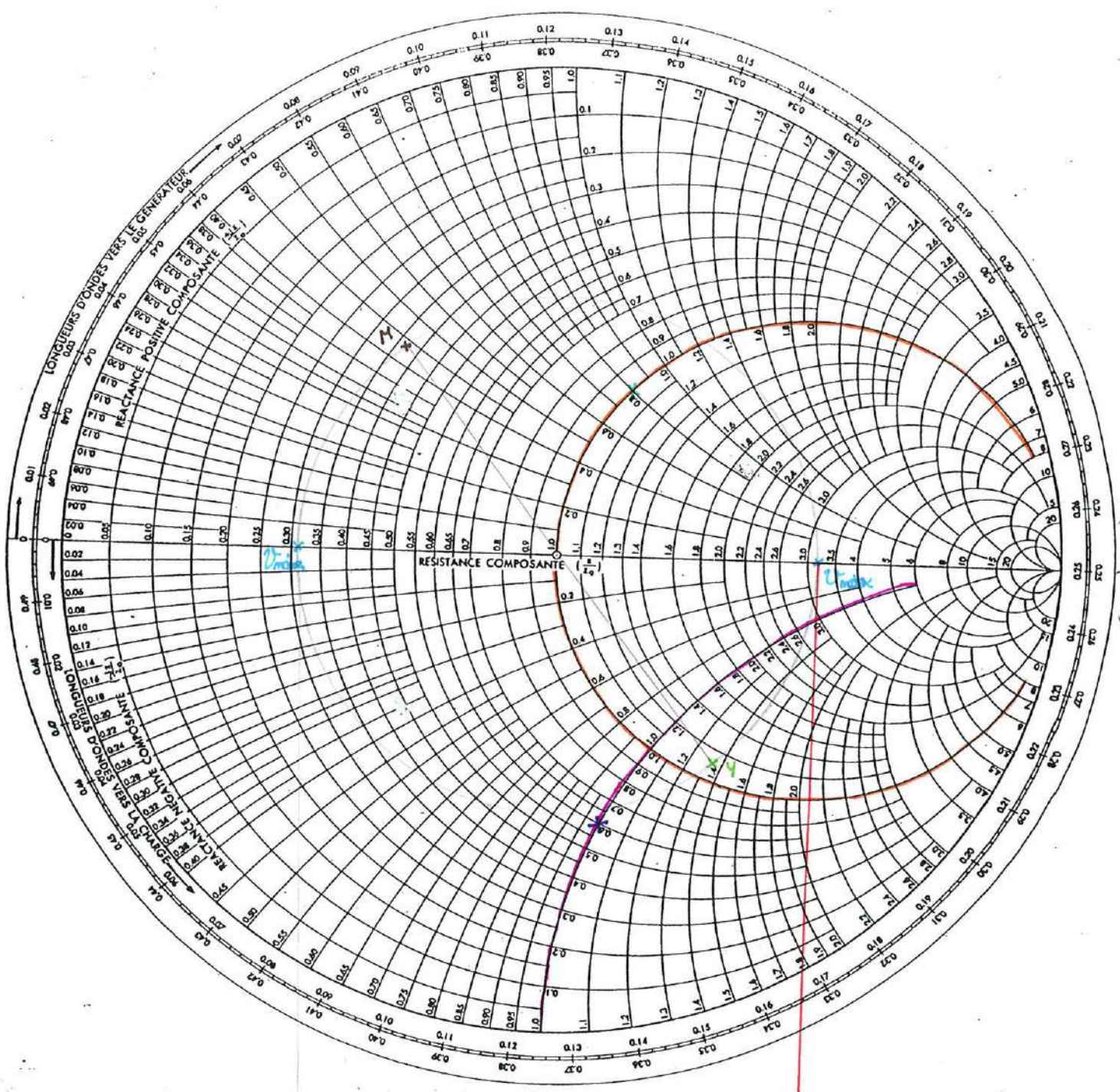
impédance réduite

$$z = \frac{Z}{R_c}$$

$r = -1$
chaque cercle
est pour r cst.

$x = -1$
chaque arc de
cercle est pour
 x cst.

$z_0 = 1 + 0,8j$
 $z_e = 0,6 - j$



$\rho = |r|$

ROS

ABAQUE DE SMITH

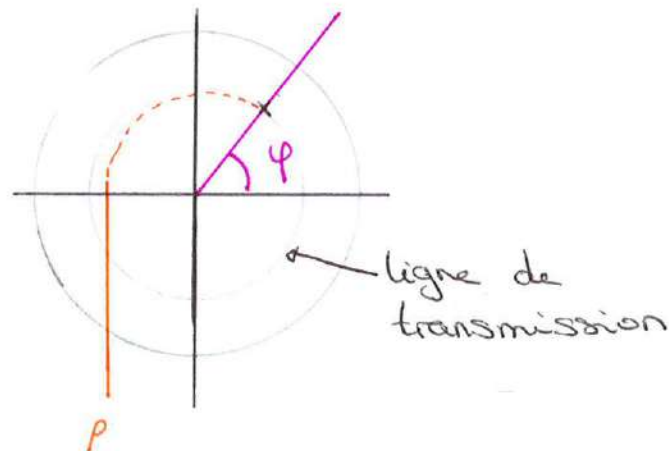
$$\text{donc } z_t = \frac{1 + \Gamma}{1 - \Gamma} \quad \text{et} \quad \Gamma = \frac{z_t - 1}{z_t + 1}$$

$$\Gamma = \rho e^{j\varphi} = a + jb$$

$$z = \underline{R} + jX$$

quand $r=0$ et $x=0 \Rightarrow z=0$ donc court-circuit

quand $r=\infty$ et $x=0 \Rightarrow z=\infty$ dc circuit ouvert



Lorsque $r=1 \Rightarrow \rho=0$. Il n'y a donc pas d'onde de réflexion.

Admittance : $y = \frac{1}{z}$

On travaille en admittance lorsque l'on a des circuits en parallèles.

$$\Gamma = \frac{z - 1}{z + 1} = \frac{1 - y}{1 + y}$$

Pour trouver l'admittance, en pratique, on cherche le symétrique de l'impédance par rapport à 1 sur l'abaque de Smith.

$$z_R = 0,36 + j0,44$$

$$y_R = 1,13 - j1,31$$

$$\Gamma = 0,49 e^{j128}$$

On pose $R_c = 50 \text{ ohm}$, on peut de déterminer Z_R en multipliant z_R par R_c .

$$\begin{aligned} Z_R &= 50 (0,36 + j0,44) \\ &= 18 + 22j \end{aligned}$$

et Y_R en multipliant y_R par $Y_c = \frac{1}{R_c}$

$$Y_R = (2,26 - j2,7) \cdot 10^{-2}$$

1.9) Variation de la tension le long de la ligne : rapport d'onde stationnaire

$$\begin{aligned} V(l) &= A e^{j\beta l} + B e^{-j\beta l} \\ &= A \left(e^{j\beta l} + \frac{B}{A} e^{-j\beta l} \right) \\ &= A \left(e^{j\beta l} + \Gamma e^{-j\beta l} \right) \\ &= A e^{j\beta l} (1 + \Gamma e^{-2j\beta l}) \end{aligned}$$

$$\Gamma = \rho e^{j\varphi}$$

$$V(l) = A e^{j\beta l} (1 + \rho e^{j(\varphi - 2\beta l)})$$

$$|V(l)| = |A| |1 + \rho e^{j(\varphi - 2\beta l)}|$$

le module d'une exponentielle complexe est comprise entre ± 1 donc

$$|A| |1 - \rho| \leq |V(l)| \leq |A| |1 + \rho|$$

$$V_{\min} \leq |V(l)| \leq V_{\max}$$

$V_{\min}$ est un noeud de tension

$l_{\text{noeud}} = l_n$ définit pour $\varphi - 2\beta l_n = \pi \text{ (modulo } 2\pi)$

$V_{\max}$ est un ventre de tension

$l_{\text{ventre}} = l_v$ définit pour $\varphi - 2\beta l_v = 0 \pmod{2\pi}$

Les nœuds et les ventres sont parfaitement localisés et sont invariables stationnaires.

ROS = TOS (Taux d'onde stationnaire)

$$\text{ROS} = S = \frac{V_{\max}}{V_{\min}} = \frac{1 + \rho}{1 - \rho}$$

$|V(l)|$ est périodique de période L

$$\varphi - 2\beta(l + L) = \varphi - 2\beta l + 2\pi$$

$$2\beta L = 2\pi \Rightarrow L = \frac{\pi}{\beta}$$

$$\lambda = \frac{2\pi}{\beta}$$

$$L = \frac{\lambda}{2}$$

Deux maxima ou deux minima sont séparés de $\frac{\lambda}{2}$ et la distance séparant un maxima et un minima est de $\frac{\lambda}{4}$.

Il y a deux points sur la ligne où l'impédance est réelle (lorsque $x = 0$ c.à.d. le long de la ligne). $V_{\min}$ est où l'impédance minimale réelle est.

1.10) L'impédance ramenée

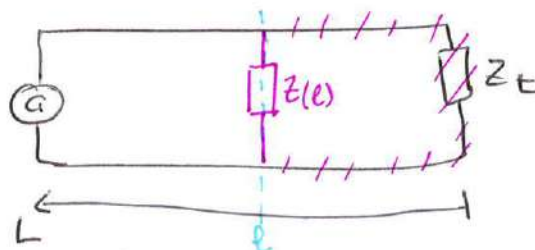
On se positionne en l , impédance caractéristique R_c .

$$Z(l) = \frac{U(l)}{I(l)}$$

$$\Gamma(l) = \frac{Z(l) - R_c}{Z(l) + R_c}$$

$$Z(l) = R_c \frac{Z_t + jR_c \tan(\beta l)}{R_c + jZ_t \tan(\beta l)}$$

Du point de vue du générateur



$$\Gamma(l) = \Gamma e^{-2j\beta l} \quad \text{avec} \quad \Gamma = \frac{Z_L - R_c}{Z_L + R_c}$$

II / Adaptation d'une ligne de transmission

↳ transfert de puissance de la source à la ligne

↳ transfert de puissance de la ligne à sa terminaison.

2.1) Adaptation de la terminaison

$$\Gamma = 0$$

$$\Gamma = \frac{B}{A} = \frac{Z_L - R_c}{Z_L + R_c}$$

$$\boxed{Z_L = R_c}$$

si $Z_L \neq R_c \Rightarrow$ réflexion de onde stationnaire

$$Z_L = R + jX$$

L'impédance de charge représente l'impédance d'entrée du circuit relié à la ligne (ex; une antenne, un amplificateur...), elle n'a aucune raison d'être égale à R_c .

$$Z(l) = R_c \frac{Z_L + jR_c \tan(\beta l)}{R_c + jZ_L \tan(\beta l)}$$

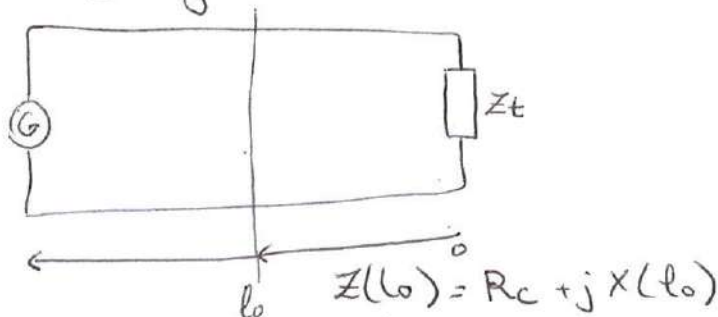
$$\rightarrow Z(l_0) = R_c + jX(l_0)$$

$$\rightarrow Z(l_0) = R(l_0) + jX(l_0)$$

2.2) Adaptation à un seul élément réactif:

adaptation simple stub

$$Z(l_0) = R_c + jX(l_0)$$



En l_0 , on rajoute une impédance $-jX(l_0)$
Cette impédance, on peut la rajouter en série
ou en parallèles.

$$X_i = -X(l_0)$$

Si $X_i > 0 \Rightarrow$ inductance

$$\text{donc } X_i = L\omega \Leftrightarrow L = \frac{X_i}{\omega}$$

$$\text{Si } X_i < 0 \Rightarrow C = \frac{1}{X_i \omega} \text{ (capacité)}$$

On utilise, pour $f > 100 \text{ MHz}$, des trons de
ligne pour fabriquer cette impédance car
les bobines et les condensateurs sont soit trop
gros, soit trop petit ou des parasites de
le câblage.

On prend un bout de ligne de caractéristique
 R_0 et de longueur d :

$$Z(d) = R_0 \frac{Z_t + jR_0 \tan(\beta d)}{R_0 + jZ_t \tan(\beta d)}$$

$\hookrightarrow$ terminée par un court circuit *

$\hookrightarrow$ terminée par un circuit ouvert *

$$\times Z_t = 0$$

$$\begin{aligned} \text{donc } Z(d) &= R_0 \frac{jR_0 \tan(\beta d)}{R_0} \\ &= jR_0 \tan(\beta d) \end{aligned}$$

$$\times Z_t = +\infty$$

$$\begin{aligned} \text{donc } \lim_{d \rightarrow \infty} Z(d) &= R_0 \frac{Z_t}{jZ_t \tan(\beta d)} = \frac{R_0}{j \tan(\beta d)} \\ &= -jR_0 \cotan\left(\frac{2\pi d}{\lambda}\right) \end{aligned}$$

Pour un court circuit:

$$Z_{cc}(d) = jR_0 \tan\left(\frac{2\pi d}{\lambda}\right)$$

↳ c'est une inductance si $0 < d < \frac{\lambda}{4}$

$$L_w = R_0 \tan\left(\frac{2\pi d}{\lambda}\right)$$

↳ c'est une capacité si $\frac{\lambda}{4} < d < \frac{\lambda}{2}$

$$\frac{1}{C_w} = -R_0 \tan\left(\frac{2\pi d}{\lambda}\right)$$

Pour un circuit ouvert:

$$Z_{co}(d) = -jR_0 \cotan\left(\frac{2\pi d}{\lambda}\right)$$

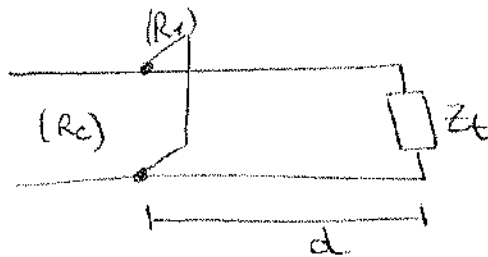
↳ c'est une capacité si $0 < d < \frac{\lambda}{4}$

$$\frac{1}{C_w} = R_0 \cotan\left(\frac{2\pi d}{\lambda}\right)$$

↳ c'est une inductance si $\frac{\lambda}{4} < d < \frac{\lambda}{2}$

$$L_w = -R_0 \cotan\left(\frac{2\pi d}{\lambda}\right)$$

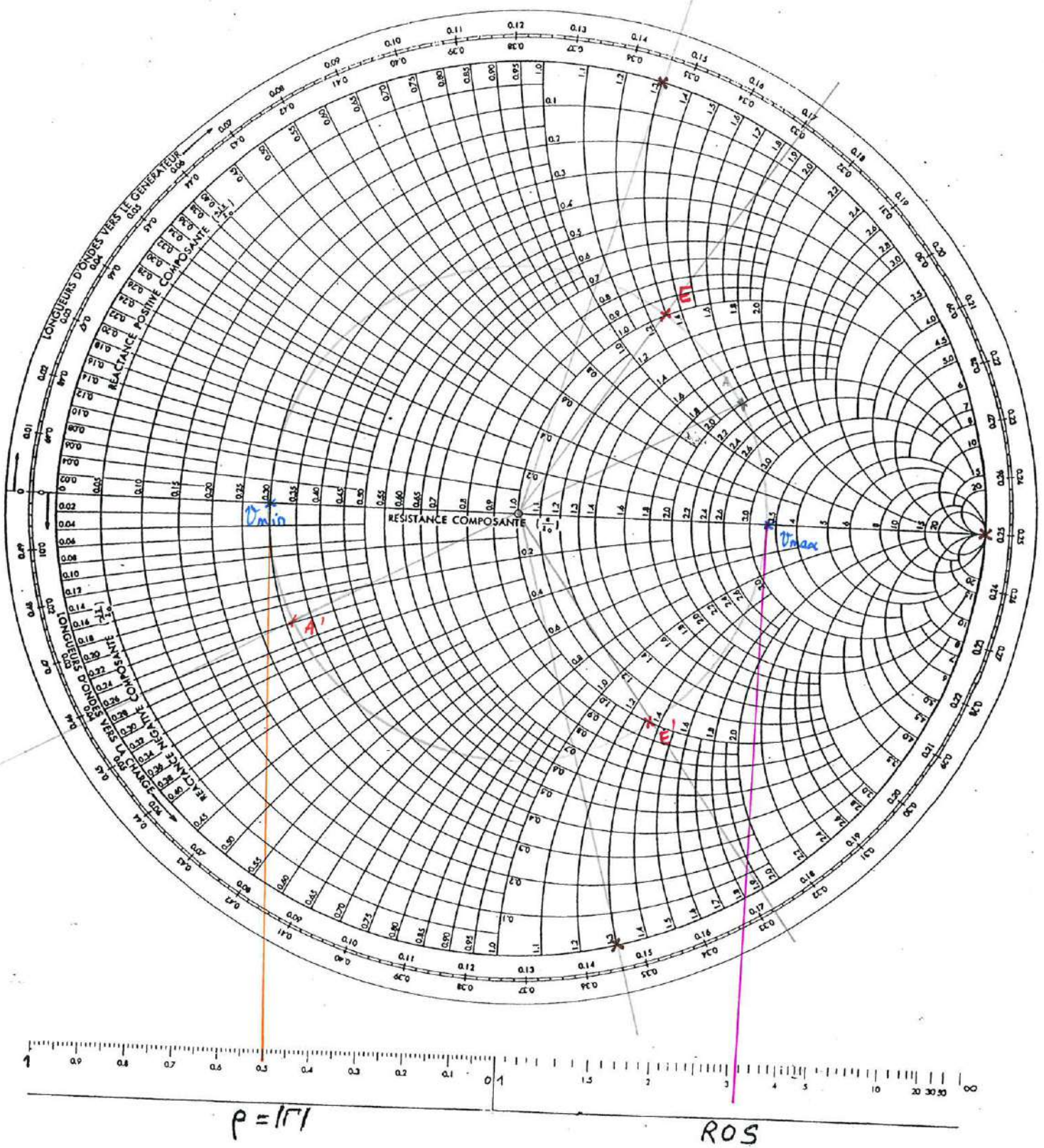
En pratique, on rajoute des tronçons de ligne en parallèles qui s'appellent STUB.



Exemple

$R_0 = 100$ alimenté par une source sinusoïdale. Cette ligne est terminée par une impédance de charge $Z_t = (200 + 150j)$. la fréquence est de 1 GHz.

Déterminez minima, maxima de tension de cette ligne ainsi que les admittances.



ABAQUE DE SMITH

$$Z_{\min} = 0,30 \times R_c = 30$$

$$Z_{\max} = 3,4 \times R_c = 340$$

L'admittance de $Z_{\min}$ est $Y_{\max}$.

L'admittance de A est $A'_2 = 0,31 - 0,24j$

$$\text{de } A' = 310 - 240j$$

En souhaitant réaliser l'adaptat° en sortie on place un stub en court circuit d'impédance caractéristique $R_c = 100 \text{ ohm}$.

Il y a 2 possibilités. Indiquez ces deux possibilités en plaçant E et E' sur l'abaque et quelles valeurs d'impédance doit-on annuler pr réaliser l'adaptation?

~~$$Z_E = 100 + 130j$$~~

~~$$Z_{E'} = 100 - 130j$$~~

L'admittance de E est $1,3j$, l'admittance de E' est $-1,3j$.

$$\text{Pour aller à E, } 0,041 + 0,170 = 0,211$$

$$\text{donc } \frac{d}{\lambda} = 0,211$$

$$\text{Pour aller à E', } 0,041 + 0,328 = 0,369$$

$$\text{donc } \frac{d'}{\lambda} = 0,369$$

$$\lambda = 30 \text{ cm}$$

$$\text{donc } d = 0,211 \times 30 = 6,33 \text{ cm}$$

$$\text{et } d' = 0,369 \times 30 = 11,07 \text{ cm}$$

Déterminez la longueur des stubs S et S'
En déduire les valeurs des éléments, inductance ou capacité, réalisées par ces éléments additionnels.

le stub est en court circuit mais comme on le place en //, on se place à l'admittance

$$E' = 0,354 - 0,250 = 0,104$$

$$E = 0,250 + 0,146 = 0,396$$

$$S' = 0,104 \times 30 = 3,12 \text{ cm}$$

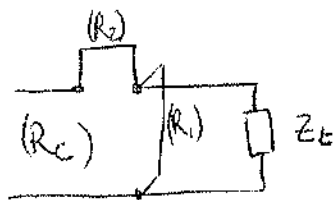
$$S = 0,396 \times 30 = 12,88 \text{ cm}$$

$$1,4j = Y_Z$$

$$Z = \frac{1}{1,4j} \Rightarrow \frac{-j}{1,4} = \frac{-j}{C\omega} \Rightarrow C = \frac{1,4}{\omega} = 2,23 \cdot 10^{-10} \text{ F}$$

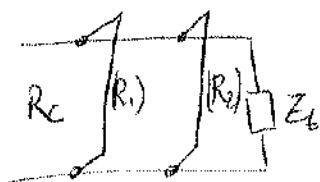
$$Z = \frac{1}{-1,4j} \Rightarrow \frac{j}{1,4} = jL\omega \Rightarrow L = \frac{1}{1,4\omega} = 1,13 \cdot 10^{-10} \text{ H}$$

2.3) Adaptation à plusieurs éléments réactifs



On peut placer un STUB en série et un en // à une distance quelconque, on a donc pas à calculer cette distance.

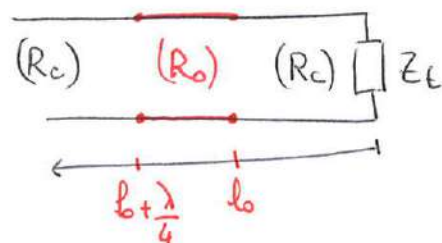
On peut également faire l'adaptation de 2 stub en //.



Ici on joue sur la partie réelle avec un Stub et sur la partie imaginaire avec l'autre.

2.4) Adaptation à l'aide d'une transformation en ligne $\frac{\lambda}{4}$ d'onde

$$Z(l_0) = R(l_0) + j0$$



On ajoute un tronçon de ligne R_0 obligatoirement $\neq$ de R_c et de longueur $\frac{\lambda}{4}$

$$Z(d) = R_0 \frac{Z_L + jR_0 \tan(\beta d)}{R_0 + jZ_L \tan(\beta d)}$$

$$d = \frac{\lambda}{4} \Rightarrow \tan(\beta d) \rightarrow \infty$$

$$Z(d) = \frac{R_0^2 \cdot j \tan(\beta d)}{j Z_L \tan(\beta d)} \Rightarrow \frac{R_0^2}{Z_L}$$

$$Z_L = R(l_0)$$

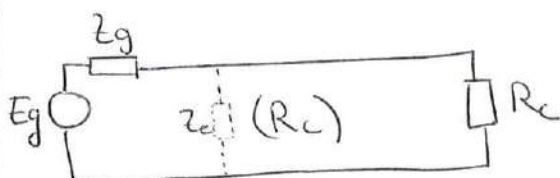
$$d = l_0 + \frac{\lambda}{4} \quad Z(d) = \frac{R_0^2}{R(l_0)}$$

$$Z(l_0 + \frac{\lambda}{4}) = R_c = \frac{R_0^2}{R(l_0)}$$

$$\Leftrightarrow R_0^2 = R(l_0) R_c$$

2.5) Adaptation de la source

$$Z_g = R_g + jX_g$$



Cela permet d'avoir la puissance max. fournie par le générateur transmise à la ligne. Le transfert d'énergie à l'entrée est max. si $Z_L = Z_g^*$
 Z_g^* partie conjuguée

2.6) Synthèse des conditions

