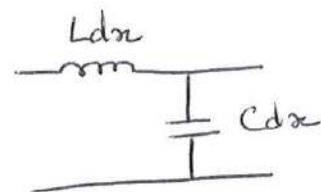
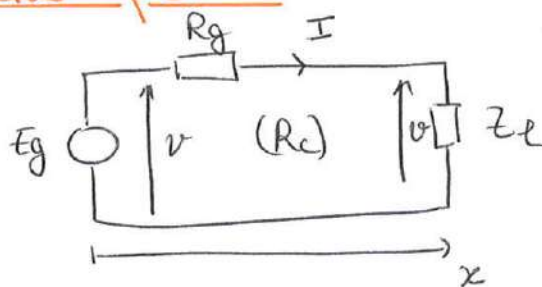


## Chapitre II :

Avec un régime transitoire, la source n'est plus sinusoïdale, il n'y a donc plus de fréquence et donc plus de longueur d'onde. Les notions complexes d'impédance ( $j\omega L$  et  $\frac{1}{j\omega C}$ ) ne sont plus valables ( $\Rightarrow$  utilisation de Laplace).

On ne peut pas utiliser le système d'adaptation car les capacités et bobines déforment le signal et on ne peut pas prendre le risque de ne pas voir le signal de sortie dû à la déformat°.

### I/ Propagation transitoire sur une ligne sans perte



$$dV = -L \frac{\partial I}{\partial t} dx$$

$$dI = -C \frac{\partial V}{\partial t} dx$$

### Transformée de Laplace

$$dV = -L p I dx$$

$$dI = -C p V dx$$

$$\boxed{\frac{d^2 V}{dx^2} = LC p^2 V}$$

$$\begin{cases} V(x, p) = A e^{-kx} + B e^{+kx} \\ I(x, p) = \frac{1}{R_c} (A e^{-kx} - B e^{+kx}) \end{cases}$$

$$R_c = \sqrt{\frac{L}{C}}$$

$$k = p \sqrt{LC}$$

$$V(x, p) = V^+(x, p) + V^-(x, p)$$

$$I(x, p) = I^+(x, p) + I^-(x, p)$$

$$\frac{V^+(x, p)}{I^+(x, p)} = \frac{V^-(x, p)}{I^-(x, p)} = R_c$$

## Simplification des constantes

$$\begin{aligned} U^+(0,p) &= A \\ U^-(0,p) &= B \end{aligned} \quad \text{donc } A \text{ et } B \text{ sont les amplitudes à l'origine.}$$

Si la longueur de la ligne est  $l$

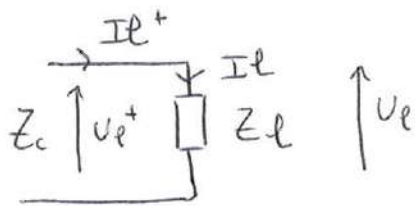
$$U^-(l,p) = B e^{kl}$$

On peut écrire

$$\begin{cases} U^+(x,p) = U^+(0,p) e^{-kx} \\ U^-(x,p) = U^-(l,p) e^{-k(l-x)} \end{cases}$$

$$U(x,p) = U^+(0,p) e^{-kx} + U^-(l,p) e^{-k(l-x)}$$

## II/ Effet de la charge



$$\frac{U_e}{I_e} = Z_L$$

On considère les ondes incidentes :  $I_e^+, U_e^+$

$$\frac{U_e^+}{I_e^+} = Z_c$$

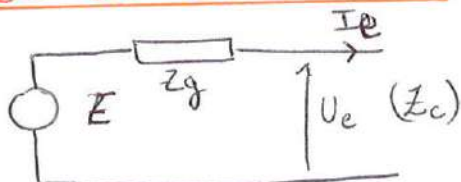
$$\frac{U_e}{I_e} = \frac{U_e^+ + U_e^-}{I_e^+ + I_e^-} = Z_L$$

$$\frac{U_e^+ + U_e^-}{U_e^+ - U_e^-} = \frac{Z_L}{Z_c}$$

$$\frac{U_e^-}{U_e^+} = \frac{Z_L - Z_c}{Z_L + Z_c} = \Gamma_e : \text{coef. de réflexion de la terminaison}$$

On cherche à se que  $\Gamma_e = 0$ .

## III/ Effet de la source



$$U_e = E - Z_g I_e$$

$$U_e = U_e^+ + U_e^-$$

$$V_e = V_e^+ + V_e^- = E - Z_g(I_e^+ + I_e^-)$$

$$V_e^+ + V_e^- = E - \frac{Z_g}{Z_c}(V_e^+ + V_e^-)$$

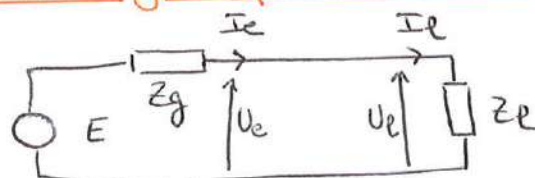
$$V_e^+ = \frac{Z_c}{Z_g + Z_c} E + \frac{Z_g - Z_c}{Z_g + Z_c} V_e^-$$

$$\Gamma_e = \frac{Z_g - Z_c}{Z_g + Z_c}$$

$$V_e^+ = \underbrace{\frac{Z_c}{Z_g + Z_c} E}_{\text{représente l'onde motrice}} + \underbrace{\Gamma_e V_e^-}_{\text{réflexion à l'entrée de } V_e^-}$$

(équation d'un pont diviseur de tension)

#### IV / La ligne placée entre la source et la charge



$$\begin{cases} V_e^+ = \frac{Z_c}{Z_g + Z_c} E + \Gamma_e V_e^- \\ V_e^- = \Gamma_\ell V_\ell^+ \\ V_\ell^+ = V_e^+ e^{-k\ell} \\ V_e^- = V_\ell^- e^{-k\ell} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \Gamma_e V_e^- &= \Gamma_e V_\ell^- e^{-k\ell} \\ &= \Gamma_e \Gamma_\ell V_\ell^+ e^{-k\ell} \\ &= \Gamma_e \Gamma_\ell V_e^+ e^{-2k\ell} \end{aligned}$$

On en déduit donc

$$V_e^+ = \frac{Z_c}{Z_g + Z_c} E \frac{1}{1 - \Gamma_e \Gamma_\ell e^{-2k\ell}}$$

$$V_\ell^+ = \frac{Z_c}{Z_g + Z_c} E \frac{e^{-k\ell}}{1 - \Gamma_e \Gamma_\ell e^{-2k\ell}}$$

$$V_\ell^- = \frac{Z_c}{Z_g + Z_c} E \frac{\Gamma_\ell e^{-k\ell}}{1 - \Gamma_e \Gamma_\ell e^{-2k\ell}}$$

$$V_e^- = \frac{Z_c}{Z_g + Z_c} E \frac{\Gamma_\ell e^{-2k\ell}}{1 - \Gamma_e \Gamma_\ell e^{-2k\ell}}$$

$$\frac{1}{1-a} \approx 1 + a + a^2 + a^3 \quad (\text{développement limité})$$

$$\Rightarrow \frac{1}{1 - \Gamma_e \Gamma_\ell e^{-2kl}} = 1 + \Gamma_e \Gamma_\ell e^{-2kl} + (\Gamma_e \Gamma_\ell e^{-2kl})^2 + \dots$$

$$U_e^+ = \frac{Z_c}{Z_g + Z_c} E (1 + \Gamma_e \Gamma_\ell e^{-2kl} + (\Gamma_e \Gamma_\ell e^{-2kl})^2 + \dots)$$

L'onde part du générateur, lorsqu'elle parcourt  $\ell$ , on multiplie par  $e^{-k\ell}$ , puis l'onde est réfléchi soit par la charge, soit par la source alors on multiplie par  $\Gamma_\ell$  ou  $\Gamma_e$ .

Dans un système physique réel, l'onde ne se propage jamais à l'infini mais rien n'empêche qu'elle se propage très longtemps.

Une source adaptée:  $Z_g = Z_c$

$\Gamma_e = 0$  (il n'y a pas de réflexion à l'entrée)

$$U_e^+ = \frac{E}{2}$$

$$U_e^+ = \frac{E}{2} e^{-k\ell}$$

$$U_e^- = \frac{E}{2} \Gamma_\ell e^{-k\ell}$$

$$U_e^- = \frac{E}{2} \Gamma_\ell e^{-2kl}$$

L'onde est ensuite absorbée puisque  $\Gamma_e = 0$ .

Une charge adaptée:  $Z_\ell = Z_c$

$\Gamma_\ell = 0$  (il n'y a pas de réflexion à la charge)

$$U_e^+ = \frac{Z_c}{Z_g + Z_c} E$$

$$U_e^+ = \frac{Z_c}{Z_g + Z_c} E e^{-k\ell}$$

L'onde est ensuite absorbée par la charge puisque  $\Gamma_\ell = 0$ .

## V / Lignes en régime transitoires entre sources et charge résistives

ligne sans perte  $Z_c = \sqrt{\frac{L}{C}}$   $k = p\sqrt{LC}$   $Z_g = R_g$

On pose  $\tau$  le temps de propagation sur le tronçon de ligne

$$U_e^+(t) = \frac{Z_c}{R_g + Z_c} (e(t) + \Gamma_e \Gamma_l e(t - 2\tau) + \Gamma_e^2 \Gamma_l^2 e(t - 4\tau) + \dots)$$

$$U_e^+(t) = \frac{Z_c}{R_g + Z_c} [e(t - \tau) + \Gamma_e \Gamma_l e(t - 3\tau) + \Gamma_e^2 \Gamma_l^2 e(t - 5\tau) + \dots]$$

$$U_e^-(t) = \frac{Z_c}{R_g + Z_c} \Gamma_l [e(t - \tau) + \Gamma_e \Gamma_l e(t - 3\tau) + \Gamma_e^2 \Gamma_l^2 e(t - 5\tau) + \dots]$$

$$U_e^-(t) = \frac{Z_c}{R_g + Z_c} \Gamma_e [e(t - 2\tau) + \Gamma_e \Gamma_l e(t - 4\tau) + \Gamma_e^2 \Gamma_l^2 e(t - 6\tau) + \dots]$$

Tension à la charge:

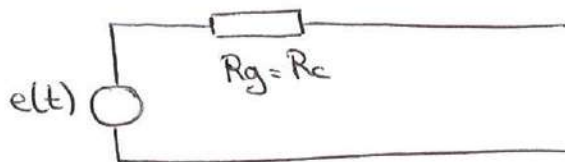
$$U_l(t) = \frac{Z_c}{Z_g + Z_c} (1 + \Gamma_e) [e(t - \tau) + \Gamma_e \Gamma_l e(t - 3\tau) + \Gamma_e^2 \Gamma_l^2 e(t - 5\tau) + \dots]$$

Tension à la source:

$$U_e(t) = \frac{Z_c}{Z_g + Z_c} e(t) + \frac{Z_c}{Z_g + Z_c} (1 + \Gamma_e) \Gamma_l [e(t - 2\tau) + \Gamma_e \Gamma_l e(t - 4\tau) + \dots]$$

### Quelques cas particuliers

#### 1) Source adaptée et extrémité en circuit ouvert



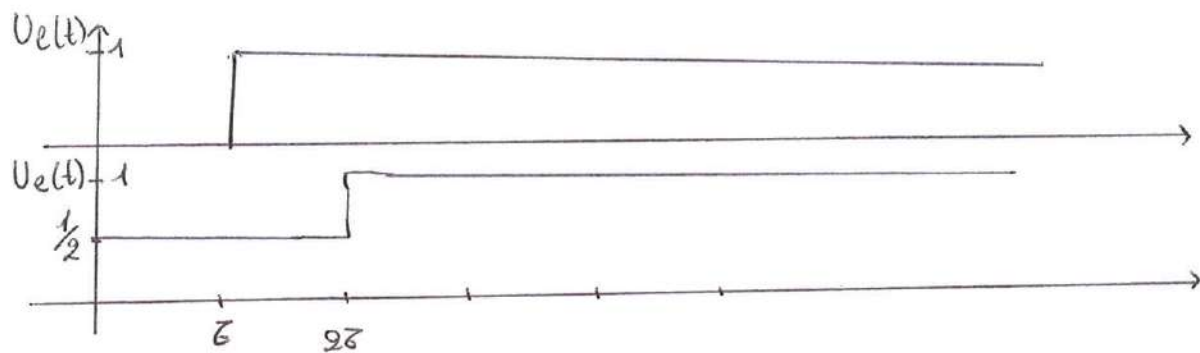
$$\Gamma_e = 0$$

$$Z_l \rightarrow \infty \Rightarrow \Gamma_l = 1$$

$$U_l(t) = \frac{1}{2} \times 2 \times e(t - \tau) = e(t - \tau)$$

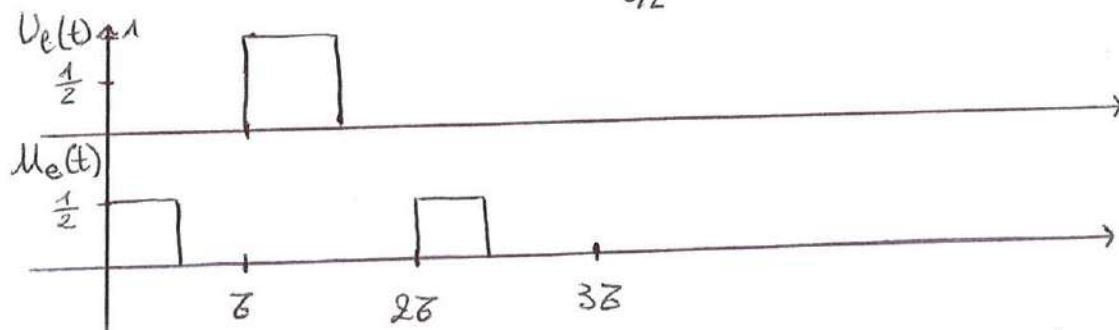
$$U_e(t) = \frac{1}{2} e(t) + \frac{1}{2} \times e(t - 2\tau)$$

## Réponse à un échelon de tension de 1 Volt



## Réponse à une impulsion de courte durée inférieure à $2\tau$

$$\square_{\tau/2}$$



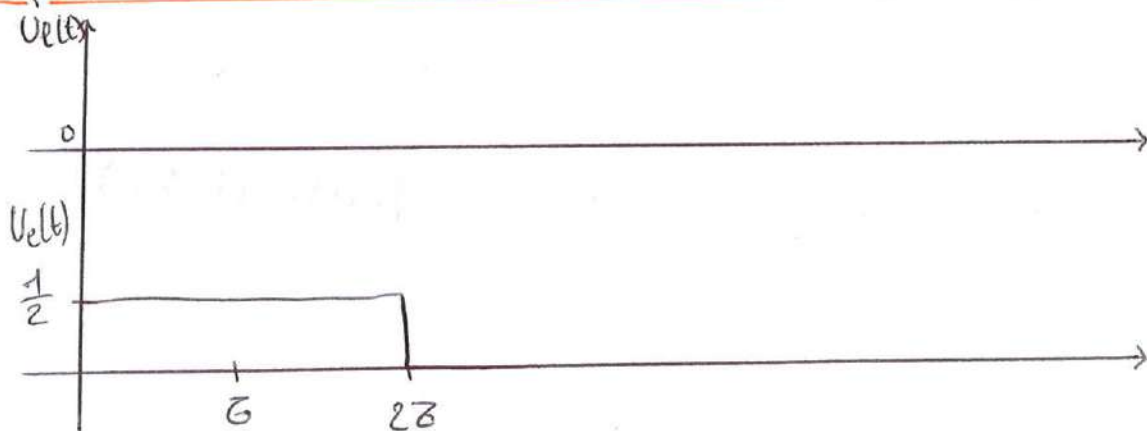
On remarque que une seule impulsion du générateur d'entrée génère deux impulsions à l'entrée de la ligne. Si on générait une impulsion tous les  $4\tau$  ça entraînerait une double fréquence donc il y a une erreur inconnue.

## 2) Source adaptée, extrémité en court-circuit

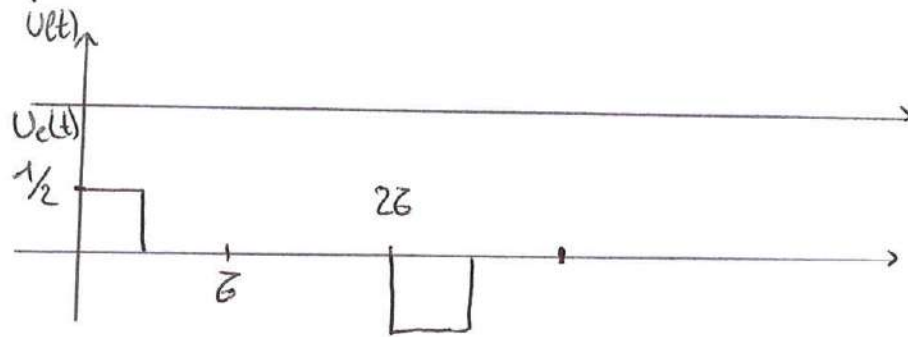
$$\Gamma_e = 0 \text{ et } Z_e = 0 \Rightarrow \Gamma_l = -1$$

$$U_c(t) = 0 \quad \text{et} \quad U_c(t) = \frac{1}{2} e(t) - \frac{1}{2} e(t - 2\tau)$$

## Réponse à un échelon de tension de 1 Volt



# Réponse à une impulsion de courte durée inférieure à $2\tau$



## 3) Source adaptée - Charge résistive

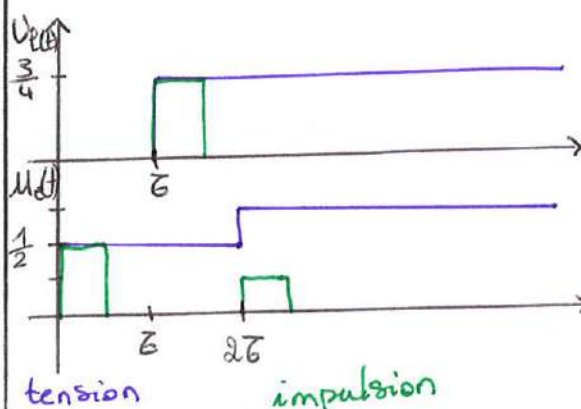
①  $R_e = 3Z_c$

②  $R_e'' = \frac{Z_c}{3}$

$$\begin{aligned} \text{① } \Gamma_L &= \frac{Z_L - Z_c}{Z_L + Z_c} \\ &= \frac{3Z_c - Z_c}{3Z_c + Z_c} \\ &= \frac{2Z_c}{4Z_c} \\ &= \frac{1}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} u_e(t) &= \frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{2}\right) e^{-(t-\tau)} \\ &= \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4}\right) e^{-(t-\tau)} \\ &= \frac{3}{4} e^{-(t-\tau)} \end{aligned}$$

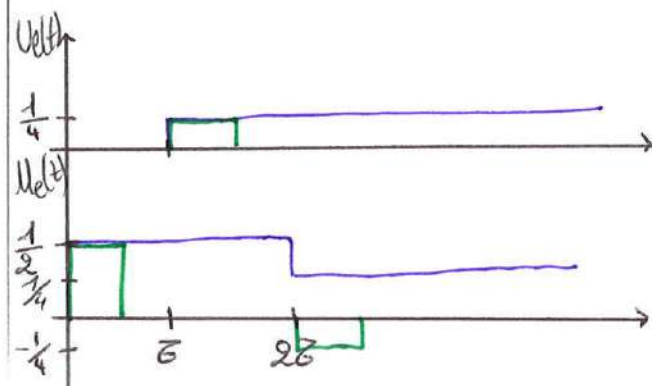
$$\begin{aligned} u_e(t) &= \frac{1}{2} e^{-t} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} e^{-(t-2\tau)} \\ &= \frac{1}{2} e^{-t} + \frac{1}{4} e^{-(t-2\tau)} \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \text{② } \Gamma_L &= \frac{Z_L - Z_c}{Z_L + Z_c} \\ &= \frac{\frac{Z_c}{3} - Z_c}{\frac{Z_c}{3} + Z_c} \\ &= \frac{-\frac{2Z_c}{3}}{\frac{4Z_c}{3}} \\ &= -\frac{1}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} u_e(t) &= \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{2}\right) e^{-(t-\tau)} \\ &= \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4}\right) e^{-(t-\tau)} \\ &= \frac{1}{4} e^{-(t-\tau)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} u_e(t) &= \frac{1}{2} e^{-t} + \frac{1}{2} \times -\frac{1}{2} e^{-(t-2\tau)} \\ &= \frac{1}{2} e^{-t} - \frac{1}{4} e^{-(t-2\tau)} \end{aligned}$$



En mode général, pour ces lignes en régime transitoire, on va faire en sorte que  $Z_c = Z_g$ .