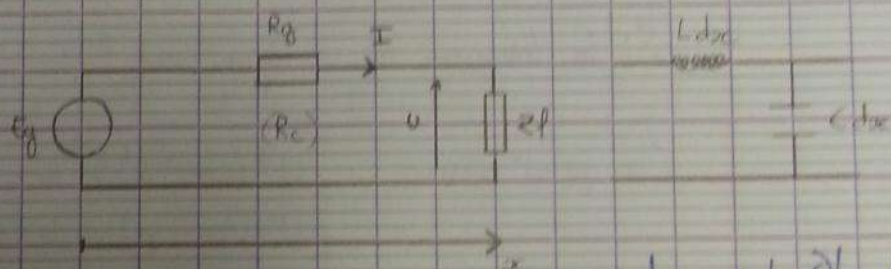


Chap II Lignes en régime transitoire.

- régime transitoire = impulsions. (plus de notion de fréquence, donc plus de période et de longueur d'onde).
- ↳ les impédances complexes ne sont plus valables ($j\omega L$, $-j\omega C$...)
Pas de STUB car ils déformeraient les signaux.

I. Propagation transitoire sur une ligne sans perte.



$$dV = -L \frac{\partial I}{\partial t} dx$$

$$dI = -C \frac{\partial V}{\partial t} dx$$

↳ Transformée de Laplace (p)

$$\begin{cases} dV = -L p I dx \\ dI = -C p V dx \end{cases} \Rightarrow \frac{d^2 V}{dx^2} = L C p^2 V$$

$$V(x, p) = A e^{-\gamma x} + B e^{+\gamma x}$$

$$I(x, p) = \frac{1}{R_c} (A e^{-\gamma x} + B e^{+\gamma x})$$

$$R_c = \sqrt{\frac{L}{C}}$$

$$\gamma = p \sqrt{LC}$$

$$\begin{aligned}
 U(x, p) &= U^+ (x, p) + U^- (x, p) \\
 I(x, p) &= I^+ (x, p) + I^- (x, p)
 \end{aligned}$$

$$\frac{U^+(x, p)}{I^+(x, p)} = \frac{U^-(x, p)}{I^-(x, p)} = R_c$$

Simplification des constantes.

tel B = amplitude à l'origine.

$$U^+(0, p) = A$$

$$U^-(0, p) = B$$

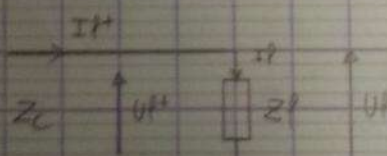
Si la longueur de la ligne est l : $U^-(l, p) = B e^{kp}$

On peut écrire :

$$\begin{cases}
 U^+(x, p) = U(0, p) e^{-kx} \\
 U^-(x, p) = U(l, p) e^{-k(l-x)}
 \end{cases}$$

$$U(x, p) = U^+(0, p) e^{-kx} + U^-(l, p) e^{-k(l-x)}$$

II. Effet d'une charge.



$$\frac{U_l}{I_l} = Z_l$$

On considère les ondes incidentes : I_1^+, U_1^+

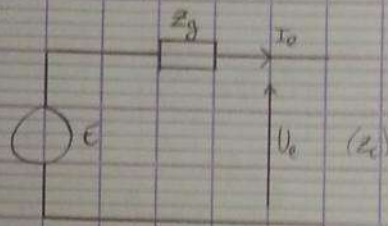
$$\frac{U_1^+}{I_1^+} = Z_c$$

$$\frac{U_l}{I_l} = \frac{U_1^+ + U_1^-}{I_1^+ + I_1^-} = Z_l$$

Γ : coeff de réflexion de la tension.

$$\frac{U_1^+ + U_1^-}{U_1^+ - U_1^-} = \frac{Z_l}{Z_c} ; \quad \frac{U_1^-}{U_1^+} = \frac{Z_l - Z_c}{Z_l + Z_c} = \Gamma$$

III. Effet de la source



$$U_e = E - Z_g I_o$$

$$U_e = U_e^+ + U_e^-$$

$$U_e = U_e^+ + U_e^- = E - Z_g (I_e^+ - I_e^-)$$

$$U_e^+ + U_e^- = E - \frac{Z_g}{Z_c} (U_e^+ - U_e^-)$$

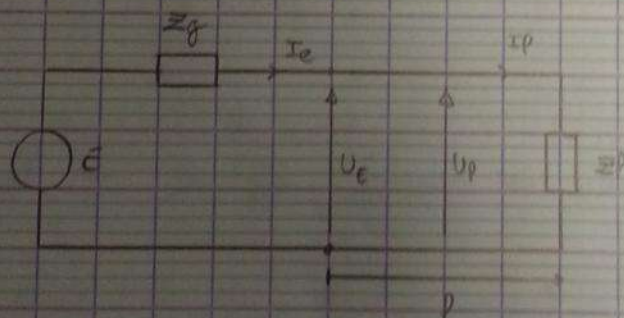
$$\Gamma_e = \frac{Z_g - Z_c}{Z_g + Z_c}$$

$$U_e^+ = \frac{Z_c}{Z_g + Z_c} E + \frac{Z_g - Z_c}{Z_g + Z_c} U_e^-$$

$$\hookrightarrow U_e^+ = \frac{Z_c}{Z_g + Z_c} E + \Gamma_e U_e^-$$

Onde réfléchie
(aussi expression
d'un pont diviseur
de tension)

IV. Ligne placée entre la source et la charge



$$\begin{cases} U_e^+ = \frac{Z_c}{Z_c + Z_g} E + \Gamma_e U_e^- \\ U_p^- = \Gamma_p U_p^+ \\ U_p^+ = U_e^+ e^{-\gamma l} \\ U_e^- = U_p^- e^{-\gamma l} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \Gamma_e U_e^- &= \Gamma_e U_p^- e^{-\gamma l} \\ &= \Gamma_e \Gamma_p U_p^+ e^{-\gamma l} \\ &= \Gamma_e \Gamma_p e^{-2\gamma l} U_e^+ \end{aligned}$$

On en déduit donc :

$$U_e^+ = \frac{Z_c}{Z_c + Z_g} E \frac{1}{1 - \Gamma_e \Gamma_p e^{-2kl}}$$

$$U_p^+ = \frac{Z_c}{Z_c + Z_g} E \frac{e^{-kl}}{1 - \Gamma_e \Gamma_p e^{-2kl}}$$

$$U_p^- = \frac{Z_c}{Z_c + Z_g} E \frac{\Gamma_p e^{-kl}}{1 - \Gamma_e \Gamma_p e^{-2kl}}$$

$$U_e^- = \frac{Z_c}{Z_c + Z_g} E \frac{\Gamma_p e^{-2kl}}{1 - \Gamma_e \Gamma_p e^{-2kl}}$$

Dev. limité :

$$\frac{1}{1-a} \sim 1 + a + a^2 + \dots \rightarrow \frac{1}{1 - \Gamma_e \Gamma_p e^{-2kl}} = 1 + \Gamma_e \Gamma_p e^{-2kl} + (\Gamma_e \Gamma_p e^{-2kl})^2 + \dots$$

$$U_e^+ = \frac{Z_c}{Z_c + Z_g} E \left(1 + \Gamma_e \Gamma_p e^{-2kl} + (\Gamma_e \Gamma_p e^{-2kl})^2 + \dots \right)$$

Premier
terme de
développement

Deuxième
terme de
développement

Troisième
terme de
développement

• Si la source est adaptée : $Z_g = Z_c \rightarrow$ Pas de réflexion à l'entrée.

$$\rightarrow \Gamma_e = 0$$

$$U_e^+ = \frac{E}{2}$$

$$U_p^+ = \frac{E}{2} e^{-kl}$$

$$U_p^- = \frac{E}{2} \Gamma_p e^{-kl}$$

$$U_e^- = \frac{E}{2} \Gamma_p e^{-2kl}$$

L'onde directe est exotée absorbée ($\Gamma_e = 0$).

Si la charge est adaptée:

$$Z_L = Z_c \rightarrow \Gamma = 0$$

$$U_e^+ = \frac{Z_c}{Z_c + Z_g} E ; U_p^+ = \frac{Z_c}{Z_c + Z_g} E e^{-kP}$$

$$U_p^- = 0 ; U_e^- = 0$$

V. Lignes en régime transitoires entre source et charge résistives.

ligne sans perte $Z_c = \sqrt{\frac{L}{C}}$ $R = \rho \sqrt{LC}$ $Z_g = R_g$

On pose τ le temps de propagation sur le tronçon de ligne.

$$U_e^+(t) = \frac{Z_c}{Z_c + R_g} \left(e(t) + \Gamma_e \Gamma_p e(t - 2\tau) + \Gamma_e^2 \Gamma_p^2 e(t - 4\tau) + \dots \right)$$

$$U_p^+(t) = \frac{Z_c}{Z_c + Z_g} \left(e(t - \tau) + \Gamma_e \Gamma_p e(t - 3\tau) + \Gamma_e^2 \Gamma_p^2 e(t - 5\tau) + \dots \right)$$

$$U_p^-(t) = \frac{Z_c}{Z_c + Z_g} \Gamma_p \left(e(t - \tau) + \Gamma_e \Gamma_p e(t - 3\tau) + \dots \right)$$

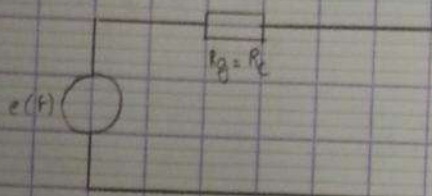
$$U_e^-(t) = \frac{Z_c}{Z_c + Z_g} \Gamma_e \left(e(t - 2\tau) + \Gamma_e \Gamma_p e(t - 4\tau) + \dots \right)$$

Tension à la charge: $U_p(t) = \frac{Z_c}{Z_c + Z_g} (1 + \Gamma_p) \left(e(t - \tau) + \Gamma_e \Gamma_p e(t - 3\tau) + \Gamma_e^2 \Gamma_p^2 e(t - 5\tau) + \dots \right)$

Tension à la source: $U_e(t) = \frac{Z_c}{Z_c + Z_g} e(t) + \frac{Z_c}{Z_g + Z_c} (1 + \Gamma_e) \Gamma_p \left(e(t - 2\tau) + \Gamma_e \Gamma_p e(t - 4\tau) + \dots \right)$

Quelques cas particuliers

1) Source adaptée et extrémité en circuit ouvert.



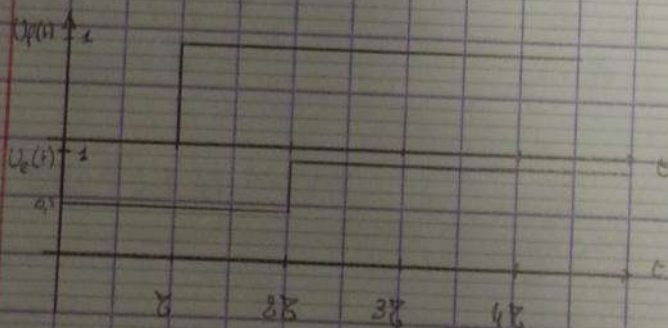
$$Z_c = Z_0 \rightarrow P_e = 0$$

$$Z_L \rightarrow \infty \quad P_l = 1$$

$$U_l(t) = \frac{1}{3} \times 2 (e(t-8)) = e(t-8)$$

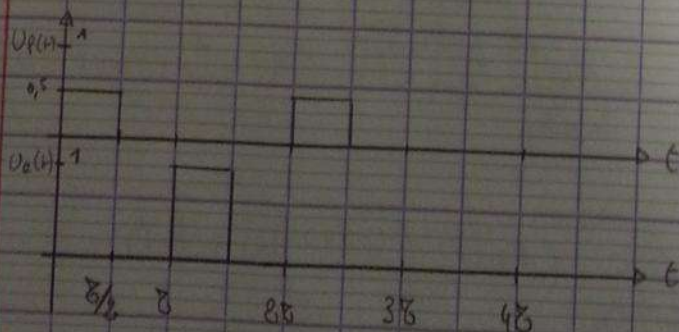
$$U_e(t) = \frac{1}{2} e(t) + \frac{1}{2} \times 1 \times e(t-8)$$

Réponse à un échelon de tension de 1 Volt.



CE-DE

Réponse à une impulsion de courte durée.



Une seule impulsion génère 2 impulsions en entrée.
 → encau binaire.

On peut donc vérifier si un circuit est ouvert en regardant si $U_e(t) = U_p(t)$ à long terme ou en vérifiant si on génère 2 impulsions à court terme.

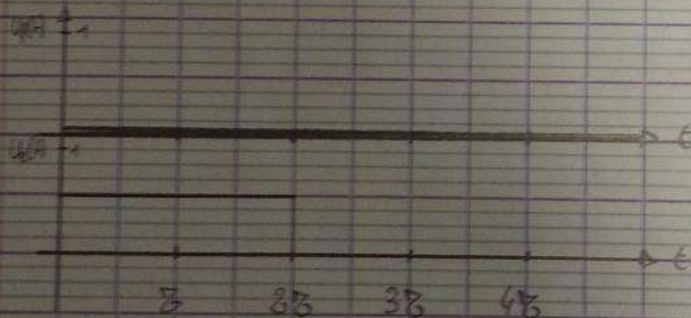
3) Source adaptée, extrémité en court-circuit.

$$Z_l = 0 \rightarrow \Gamma_l = -1 ; \Gamma_e = 0$$

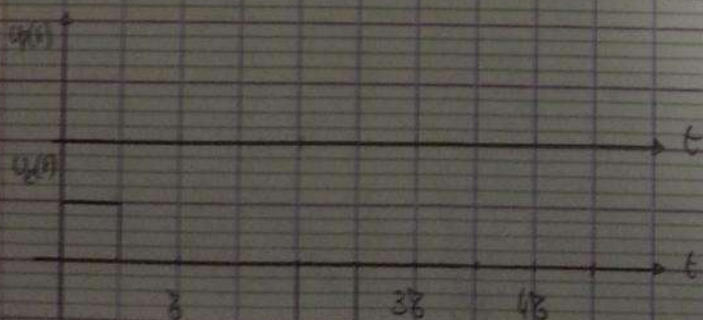
$$U_p(t) = 0$$

$$U_e(t) = \frac{1}{2} e(t) - \frac{1}{2} [e(t-2\tau)]$$

Réponse à un échelon de tension de 1 Volt.



Réponse à une impulsion de courte durée.



3) Source adaptée - Charge resistive.

$$1) R_p = 3Z_c$$

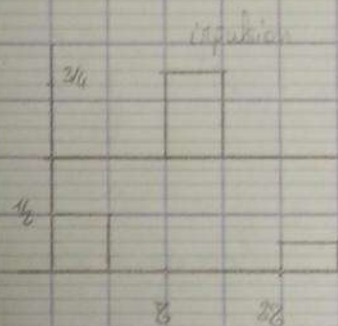
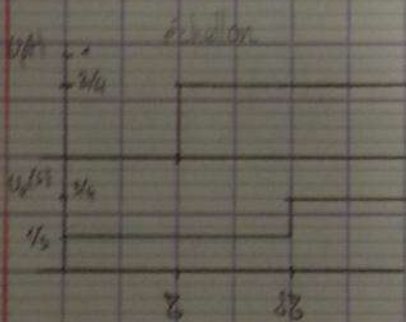
$$2) R_p = \frac{Z_c}{3}$$

$$R_g = Z_c$$

$$1) \rightarrow \Gamma_p = \frac{Z_p - Z_c}{Z_p + Z_c} = \frac{3Z_c - Z_c}{3Z_c + Z_c} = \frac{2Z_c}{4Z_c} = \frac{1}{2}$$

$$U_p(t) = \frac{1}{2} \times \frac{3}{2} (e^{-(t-2\tau)}) = \frac{3}{4} e^{-(t-2\tau)}$$

$$U_e(t) = \frac{1}{2} e(t) + \frac{1}{4} e(t-2\tau)$$



$$2) \rightarrow \Gamma_p = \frac{Z_p - Z_c}{Z_p + Z_c} = -\frac{1}{2}$$

$$U_p(t) = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{2} \right) (e^{-(t-2\tau)}) = +\frac{1}{4} e^{-(t-2\tau)}$$

$$U_e(t) = \frac{1}{2} e(t) - \frac{1}{4} (e^{-(t-2\tau)})$$

