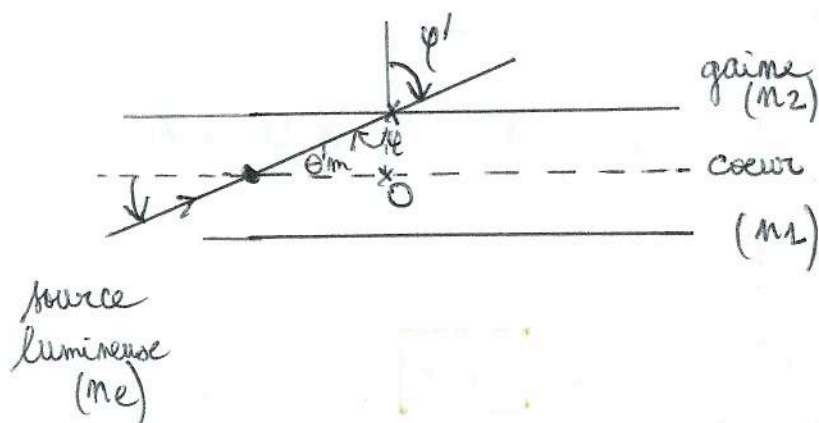


30/03/11

# T.D (3) : Canaux de trans.

## Exo 1 :



Loi de Descartes (M') :  $n_1 \sin \phi = n_2 \sin \phi'$

ou  $n_1 > n_2$

$\sin \phi < \sin \phi'$

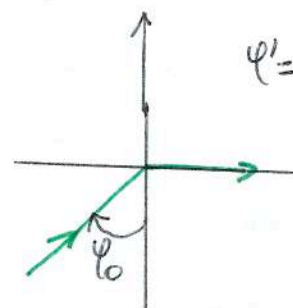
$\phi < \phi'$

Plus de refraction dès que  $\phi' = \frac{\pi}{2}$

$\rightarrow n_1 \sin \phi_0 = n_2$

$\sin \phi_0 = \frac{n_2}{n_1} \rightarrow \phi_0 = \arcsin\left(\frac{n_2}{n_1}\right)$

(angle de refraction limite)



$\phi' = \frac{\pi}{2}$  : le rayon n'est plus réfracté.

Triangle OMM' :  $\theta'_m + \phi + \frac{\pi}{2} = \pi$

$\rightarrow \theta'_m + \phi = \frac{\pi}{2}$

$\rightarrow \theta'_0 + \phi_0 = \frac{\pi}{2}$

$\rightarrow \theta'_0 = \frac{\pi}{2} - \phi_0$

Loi de Descartes en M :

$n_e \sin \theta_m = n_1 \sin \theta'_m$

$n_e \sin \theta_0 = n_1 \sin \theta'_0$

$\underbrace{\quad}_{O.N} = n_1 \sin\left(\frac{\pi}{2} - \phi_0\right)$

$= n_1 \cos \phi_0$

$= n_1 \sqrt{1 - \sin^2 \phi_0}$

$O.N = n_1 \sqrt{1 - \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2}$

$O.N = \sqrt{n_1^2 - n_2^2 \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2}$

$O.N = \sqrt{n_1^2 - n_2^2}$

O.N : Ouverture Numérique

$$a) \quad ON = \sqrt{1,48^2 - 1,46^2} = 0,242$$

$$ON = n_2 \sin \theta_0 \text{ avec } n_2 = 1$$

$$\rightarrow \theta_0 = \arcsin(ON) = 14^\circ \quad (\text{Angle max } \theta_0)$$

$$b) \quad V_1 = \left( \frac{2\pi a}{\lambda_1} \right) 0,242$$

$$= \left( \frac{2\pi \times 25 \cdot 10^{-6}}{850 \cdot 10^{-9}} \right) 0,242 = \boxed{44,7}$$

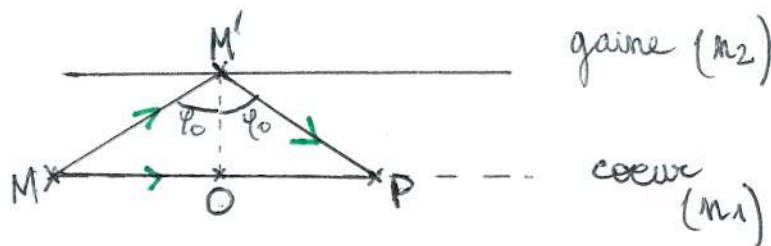
$$V_2 = \left( \frac{2\pi a}{\lambda_2} \right) 0,242$$

$$= \left( \frac{2\pi \times 25 \cdot 10^{-6}}{1300 \cdot 10^{-9}} \right) \times 0,242 = \boxed{29,2}$$

$$c) \quad \text{Nombre de modes : } M = \frac{V^2}{2} \quad (\text{fibre à saut d'indice})$$

$$M_1 = \frac{V_1^2}{2} = \frac{(44,7)^2}{2} = \boxed{999} \approx 1000$$

$$M_2 = \frac{V_2^2}{2} = \frac{(29,2)^2}{2} = \boxed{426}$$



$$MP = l$$

$\Delta l$  (différence entre la longueur des trajets)

$$= (MM' + M'P) - (MO + OP) = 2MM' - 2MO$$

$$MM' = \frac{MO}{\sin \theta_0}$$

$$\rightarrow \Delta l = \frac{2MO}{\sin \theta_0} (\frac{1}{\sin \theta_0} - 1)$$

$$= l \left( \frac{n_1}{n_2} - 1 \right)$$

$$= l \left( \frac{n_1 - n_2}{n_2} \right)$$

$$\sin \theta_0 = \frac{n_2}{n_1}$$

$\Delta t$  : différence entre les durées de propagation

$$\Delta t = \frac{\Delta l}{v_p} = \frac{\Delta l}{\left(\frac{c}{n_1}\right)} = \frac{n_1}{c} \times l \left( \frac{n_1 - n_2}{n_2} \right)$$

vitesse  
de phase

$$\Delta t = \frac{l}{c} (n_1 - n_2)$$

$$= \frac{n_1 l}{c} \left( \frac{n_1 - n_2}{n_1} \right)$$

$\Delta t = D_{SI} \cdot l$  avec  $D_{SI} = \frac{n_1 \Delta}{c}$

A.N :  $D_{SI} = \frac{1,48}{3 \cdot 10^8} \left( \frac{1,48 - 1,46}{1,48} \right) = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ s.m}^{-1}$

$\Delta t = D_{SI} \times L$

$$= 6,67 \cdot 10^{-11} \times 10^4 = 667 \text{ ns}$$

1.2.a)  $O.N = \sqrt{n_1^2 - n_2^2} = \sqrt{1,48^2 - 1,475^2} = 0,121$

1.2.b)  $V < V_c \Leftrightarrow \left( \frac{2\pi a}{\lambda} \right) O.N < V_c$

$$a < \frac{\lambda V_c}{2\pi O.N} = \frac{1200 \cdot 10^{-9} \times 2,403}{2\pi \times 0,121} = 3,79 \mu\text{m}$$

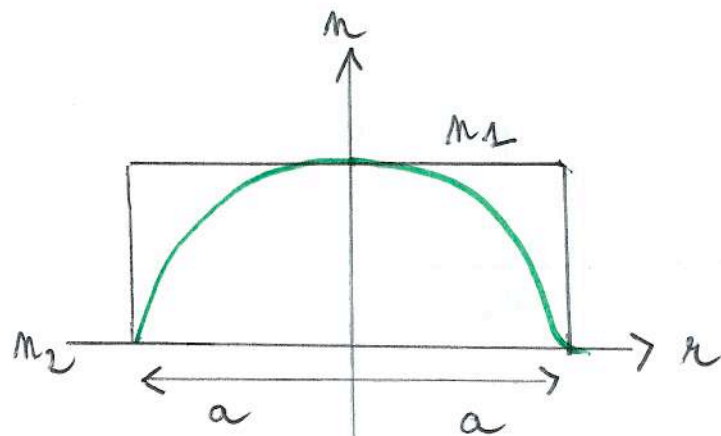
1.2.c)  $\lambda_1 = 1300 \text{ nm}$   
 $\lambda_2 = 1550 \text{ nm}$

$$\Rightarrow V_1 = \left( \frac{2\pi \times 3,79 \cdot 10^{-6}}{1300 \cdot 10^{-9}} \right) \times 0,121 = 2,21$$

$$\Rightarrow V_2 = \left( \frac{2\pi \times 3,79 \cdot 10^{-6}}{1550 \cdot 10^{-9}} \right) \times 0,121 = 1,85$$

} sans  
unité  
car  
homogène  
à un rapport  
de longueur

1.3)



$$n(r) = n_1 \left( 1 - 2\Delta \left( \frac{r}{a} \right)^\alpha \right)^{1/2}$$

$$\alpha = 2$$

$$\Delta = \frac{n_1 - n_2}{n_1} = 1,5\%$$

$$1.3.a) \text{ O.N} = \sqrt{n_1^2 - n_2^2} = \sqrt{(n_1 - n_2)(n_1 + n_2)}$$

$$n_1 \simeq n_2 \rightarrow n_1 + n_2 \simeq 2n_1$$

$$\text{O.N} = \sqrt{2n_1(n_1 - n_2)} = \sqrt{2n_1 \times \frac{n_1(n_1 - n_2)}{n_1}}$$

$$= \sqrt{2n_1^2 \Delta} = n_1 \sqrt{2\Delta} = 1,48 \times \sqrt{2 \times 0,015} = \boxed{0,256}$$

$$\theta_0 = \arcsin(\text{O.N}) = \arcsin(0,256) = \boxed{14,8^\circ}$$

Pour une fibre à gradient d'indice, le calcul du nombre de mode :

$$M = \frac{\alpha}{\alpha + 2} \left( \frac{V^2}{2} \right)$$

$$V = \left( \frac{2\pi a}{\lambda} \right) \text{O.N}$$

$$\rightarrow M = \frac{\alpha}{2(\alpha + 2)} \left( \frac{2\pi a \cdot \text{O.N}}{\lambda} \right)^2 = \frac{1}{4} \times \left( \frac{2\pi \times 31,25 \cdot 10^{-6} \times 0,256}{1,3 \cdot 10^{-6}} \right)^2 = \boxed{373}$$

$$1.3.b) P_s - P_r = A \times L_{\max}$$

$$\rightarrow L_{\max} = \frac{P_s - P_r}{A} = \frac{-10 - (-35)}{0,5} = \boxed{50 \text{ km}}$$