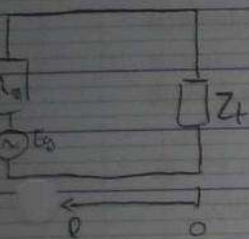


01.02.12

TD 1. Canaux de tr. Les lignes de transmission en régime harmonique

1) Ex 1: Impédance et ondes stationnaires
lignes sans perte $\Rightarrow \alpha = 0$



$$v(l) = A e^{j\beta l} + B e^{-j\beta l}$$

$$I(l) = \frac{1}{R_c} (A e^{j\beta l} - B e^{-j\beta l})$$

$$\beta = \omega \sqrt{LC}$$

$$Z(l) = \frac{v(l)}{I(l)} = \frac{A e^{j\beta l} + B e^{-j\beta l}}{A e^{j\beta l} - B e^{-j\beta l}} \times R_c$$

$$= \frac{e^{j\beta l} + \Gamma e^{-j\beta l}}{e^{j\beta l} - \Gamma e^{-j\beta l}} \cdot R_c \quad \Gamma = B/A$$

$$\Gamma = \frac{Z_t - R_c}{Z_t + R_c}$$

$$= \frac{e^{j\beta l} + \frac{Z_t - R_c}{Z_t + R_c} e^{-j\beta l}}{e^{j\beta l} - \frac{Z_t - R_c}{Z_t + R_c} e^{-j\beta l}} \cdot R_c = \frac{Z_t e^{j\beta l} + R_c e^{j\beta l} + Z_t e^{-j\beta l} - R_c e^{-j\beta l}}{Z_t e^{j\beta l} + R_c e^{j\beta l} - Z_t e^{-j\beta l} + R_c e^{-j\beta l}} \cdot R_c$$

$$= \frac{Z_t \cos + Z_t j \sin + R_c \cos + R_c j \sin + Z_t \cos - Z_t j \sin - R_c \cos + R_c j \sin}{Z_t \cos + Z_t j \sin + R_c \cos + R_c j \sin - Z_t \cos + Z_t j \sin + R_c \cos - R_c j \sin} \cdot R_c$$

$$Z(l) = R_c \cdot \frac{Z_t + j R_c \tan(\beta l)}{R_c + j Z_t \tan(\beta l)}$$

2) $Z_t \rightarrow 0$ (court-circuit) $\Rightarrow Z_0(l) = \frac{R_c - j R_c \tan(\beta l)}{R_c} = -j R_c \tan(\beta l)$

Si l'impédance pure alors
ligne à un elt réactif
Soit inductance
bobine
donc $\omega > 0$

$Z_t \rightarrow \infty$ (circuit ouvert) $\Rightarrow Z_\infty(l) = \frac{R_c}{j \tan(\beta l)} = -j R_c \cotan(\beta l)$

Soit capacité
condensateur
donc $\omega < 0$

Donc les 2 cas l'impédance pure donc une réactance

βl	$[0; \pi/2[$	$\pi/2$	$] \pi/2; \pi]$	$l=0$
Z_{t0}	Inductance > 0	$\rightarrow +\infty$ circuit ouvert	capacité < 0	court-circuit 0
$Z_{t\infty}$	capacité < 0	0 court-circuit	Inductance > 0	$+\infty$ circuit ouvert

$$\tan \begin{cases} 0; \pi/2 & > 0 \\ \pi/2 & \infty \\ \pi/2; \pi & < 0 \end{cases}$$



Exercice 2 → Mesures sur une ligne

1) $\lambda = v/f$

$\lambda = 40 \text{ cm } (20 \times 2) \quad - \quad f = 250 \text{ MHz}$

$v = 40 \times 250 \times 10^6 \times 10^{-2}$

$v = 10\,000 \times 10^4 = \boxed{10^8 \text{ m/s}}$

$c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$

$v = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_r \mu_r}}$

μ_r : perméabilité magnétique des conducteurs
 ↳ comme $\mu_r = 1$

⇒ $\boxed{\epsilon_r = 9}$

2) Soit $\text{ROS} = 3$.

$\text{ROS} = \left| \frac{V_{\text{max}}}{V_{\text{min}}} \right| = \frac{1+\rho}{1-\rho}$

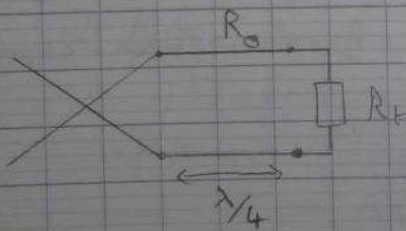
ou $\Gamma = \rho e^{j\phi}$

D'où $\rho = 1/2$

Or R_L est réelle ⇒ $\Gamma \in \mathbb{R} \Rightarrow \Gamma = \pm 1/2$

Donc $R_L = R_0 \frac{1+\Gamma}{1-\Gamma} \begin{cases} \rightarrow 300 \, \Omega \\ \rightarrow 33,3 \, \Omega \end{cases}$

On insère un tronçon de long $\lambda/4$.



Nous avons } $\beta l = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \frac{l}{4} = \frac{\pi}{2}$

$Z(\frac{\lambda}{4}) = R_0 \cdot \frac{jR_0}{jR_L} = \frac{R_0^2}{R_L}$

Avec $R_0 = R_0 \quad Z_L = R_L$
 $Z(l) = R_0 \frac{Z_L + jR_0 \tan(\beta l)}{R_0 + jZ_L \tan(\beta l)}$

⇒ On choisit R_0 tq $Z(\lambda/4) = R_0$

⇒ $\boxed{R_0 = \sqrt{R_L R_0}}$

On adapte R_L à la ligne torsadée - le ROS est à présent égal à 1 - (pas de réflexion, ni d'ondes stationnaires).

Ex 3 Abaque de Smith

$$R_c = 50 \Omega$$

$$\lambda = 8 \text{ cm}$$

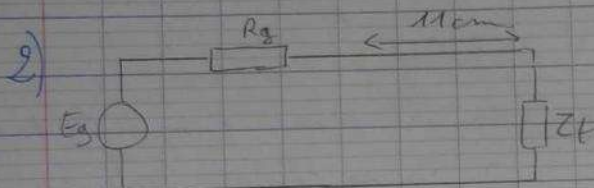
$$Z_L = 30 - 55j \Omega$$

1) $\Gamma = \frac{30}{50} - \frac{55}{50}j = 0,6 - 1,1j$ pt M sur l'abaque

$$\text{ROS} = 4$$

$$\text{ROS} = \frac{1+\rho}{1-\rho} = 4 \checkmark$$

$$\rho = 0,6$$



L'impédance ramenée à 11 cm de la charge $\Rightarrow$ sur l'abaque on se dirige vers la source, sens horaire.

L'angle électrique est donné par la relation: $\frac{l}{\lambda} = 1,375$ ($\frac{l=11}{\lambda=8}$)

Un tour d'abaque = 0,5

m1) On est à 0,145, je vais au 0 $\Rightarrow$ j'aurai parcouru 0,145.

Il va rester: $0,375 - 0,145 = 0,23 \checkmark$.

m2) $0,375 + 0,355 = 0,730$ modulo 0,5 = 0,23 $\checkmark$.

$$N = 3,3 + 1,6j \Rightarrow Z_N = 165 + 80j \text{ valeur de l'impédance à 11 cm de la charge}$$

3) A est un minimum) cf schéma. angle électri^e entre Z_L et A.
B ——— maximum

On cherche le minimum: $\frac{l}{\lambda} = 0,145 \Rightarrow l = 1,16 + k \times \frac{\lambda}{2} \text{ cm}$

maximum: $\frac{l}{\lambda} = (0,145 + 0,25) \Rightarrow l = 3,16 + k \times \frac{\lambda}{2} \text{ cm}$

$$Z_A = 0,24 \Rightarrow Z_A = 12 \Omega \quad Z_B = 4,1 \Rightarrow Z_B = 205 \Omega$$

Ex 4: après de l'abaque de smith

$$R = 50 \Omega$$

$Z_L ?$

$$\lambda = 1m$$

$$l = 1,45m$$

$ROS = 2,7$, le 1^{er} mini de tension $x_m = 34,8cm$

1) Déterminer la valeur de l'imp de la charge

2) ——— l'imp d'entrée de la lg
minim à 34,8cm



$$\frac{l}{\lambda} = \frac{34,8}{100} = 0,348$$

la charge va être à un angle de 0,348 du mini

On va se déplacer vers la charge

$$S_0 = 0,88 + 0,95j$$

$$\Rightarrow Z_0 = 44 + 47,5j$$

$$2) \frac{l}{\lambda} = \frac{1,45}{1} = 1,45$$

De B il faut tourner de 1,45: soit 2 tours + 0,45

Je vais vers la source, je m'is à la source

$$m2/ 0,152 + 0,45 = 0,602 \text{ modulo } 0,5 = 0,102$$

$$Z_D = 0,54 + 0,58j$$

$$\Rightarrow Z_D = 27 + 29j$$