

06/02/13

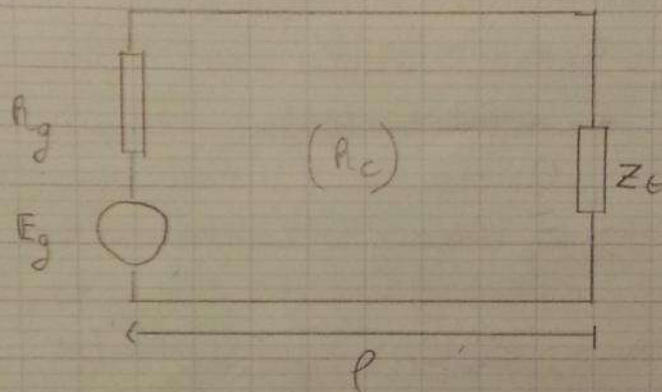
TD1 - Canaux de transmission

Les lignes de transmission en régime harmonique

Diagramme de Smith

Exercice 1 - Impédance ramenée et ondes stationnaires

1)



$$v(l) = A \cdot e^{j\beta l} + B \cdot e^{-j\beta l}$$

$$I(l) = \frac{1}{Z_c} (A \cdot e^{j\beta l} - B \cdot e^{-j\beta l})$$

$$Z(l) = \frac{v(l)}{I(l)} = R_c \cdot \frac{A \cdot e^{j\beta l} + B \cdot e^{-j\beta l}}{A \cdot e^{j\beta l} - B \cdot e^{-j\beta l}}$$

$$\Gamma = \frac{B}{A} = \frac{Z_L - R_c}{Z_L + R_c}$$

$$Z(l) = R_c \cdot \frac{e^{j\beta l} + \frac{Z_L - R_c}{Z_L + R_c} e^{-j\beta l}}{e^{j\beta l} - \frac{Z_L - R_c}{Z_L + R_c} e^{-j\beta l}}$$

$$\cos(-x) = \cos(x)$$

$$\sin(-x) = -\sin(x)$$

$$Z(l) = R_c \cdot \frac{(Z_L + R_c)(\cos(\beta l) + j\sin(\beta l)) + (Z_L - R_c)(\cos(\beta l) + j\sin(-\beta l))}{(Z_L + R_c)(\cos(\beta l) + j\sin(\beta l)) - (Z_L - R_c)(\cos(-\beta l) + j\sin(-\beta l))}$$

$$Z(l) = R_c \cdot \frac{2 \cdot Z_L \cos(\beta l) + 2j R_c \sin(\beta l)}{2 \cdot R_c \cos(\beta l) + 2j Z_L \sin(\beta l)}$$

% $\cos(\beta l)$

optique



$$Z(l) = R_c \cdot \frac{Z_l + j R_c \tan(\beta l)}{R_c + j Z_l \tan(\beta l)}$$

c) Cas particulier où $Z_l = 0$ et $Z_l = \infty$

Dipôles équivalents obtenus :

$$Z(l) = R_c \cdot \frac{Z_l + j R_c \tan(\beta l)}{R_c + j Z_l \tan(\beta l)}$$

$$* Z_l = 0 \Rightarrow Z_0(l) = j R_c \tan(\beta l)$$

$$\cotan = \frac{1}{\tan}$$

$$* Z_l \rightarrow \infty \Rightarrow Z_\infty(l) = -j R_c \cotan(\beta l) = \frac{R_c}{j \tan(\beta l)}$$

Dans les deux cas, on obtient une impédance imaginaire pure, donc axe réactance.

$$\text{Avec } Z_l = 0, Z_0(l) = j R_c \tan(\beta l)$$

$$l = 0 \Rightarrow Z_0(l) = 0$$

$$0 < \beta l < \frac{\pi}{2} \Rightarrow Z_0(l) = jX, X > 0, \text{ donc inductance}$$

$$\beta l = \frac{\pi}{2} \Rightarrow Z_0(l) = +\infty, \text{ donc circuit ouvert}$$

$$\frac{\pi}{2} < \beta l < \pi \Rightarrow Z_0(l) = jX, X < 0, \text{ donc comportement capacitif.}$$

$$\ell = 0 \Rightarrow Z_a(\ell) = \infty$$

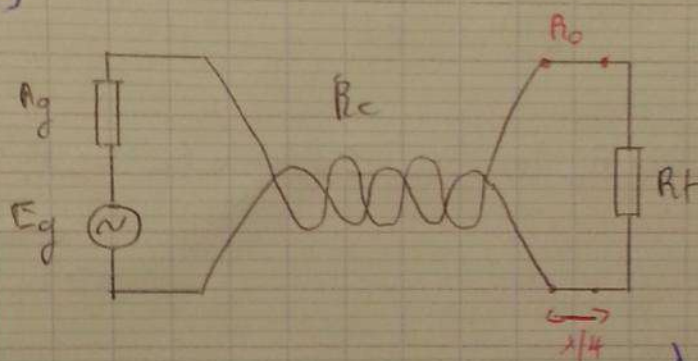
$$0 < \beta \ell < \frac{\pi}{2} \Rightarrow Z_a(\ell) = -jX, X > 0, \text{ donc capacitance.}$$

$$\beta \ell = \frac{\pi}{2} \Rightarrow Z_a(\ell) = 0, \text{ donc circuit fermé, court-circuit.}$$

$$\frac{\pi}{2} < \beta \ell < \pi \Rightarrow Z_a(\ell) = -jX, X < 0, \text{ donc inductance.}$$

Exercice 2 - Mesures sur une ligne

1)



$$R_c = 100 \, \Omega$$

$$f = 850 \, \text{Hz}$$

$$\text{Ecart entre } \varepsilon \text{ minima} = 20 \, \text{cm} = \frac{\lambda}{2} \Rightarrow \lambda = 40 \cdot 10^{-2} \, \text{m}$$

$$\lambda = \frac{v}{f} \Rightarrow v = \lambda f = 40 \cdot 10^{-2} \times 850 \cdot 10^6 = 10^8 \, \text{m/s}$$

$$v = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_r \mu_r}} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \varepsilon_r = \frac{c^2}{v^2} = \frac{10^{16}}{10^{16}} = 9 \, \text{SI} \\ \mu_r = 1 \end{array} \right. \quad \text{Intensité de réflexion}$$

$$2) \text{ROS} = \frac{V_{\max}}{V_{\min}} = \frac{1+e}{1-e} \Rightarrow 3 \Rightarrow 1+e = 3-3e \Rightarrow e = \frac{1}{2}$$

$$e = |\Gamma| \Rightarrow \Gamma = \pm \frac{1}{2}$$

$$\Gamma = +\frac{1}{2}, R_t = R_c \cdot \frac{1+\Gamma}{1-\Gamma} = 100 \times \frac{3}{\frac{1}{2}} = 300 \, \Omega$$

$$\Gamma = -\frac{1}{2}, R_t = 33,3 \, \Omega$$

$$3) Z(\ell) = R_c \cdot \frac{Z_t + j R_c \tan(\beta \ell)}{R_c + j Z_t \tan(\beta \ell)}$$

$$\text{On l'applique à notre cas : } \beta \ell = \frac{2\pi}{\lambda} \times \frac{\lambda}{4} = \frac{\pi}{2}$$

$\Rightarrow$ tangente infinie :

$$Z(\lambda/4) = R_0 \frac{j R_0}{j R_t} = \frac{R_0^2}{R_t}$$

$$\text{On choisit } R_0 \text{ tant que } Z(\lambda/4) = R_c \Rightarrow R_c = \frac{R_0^2}{R_t}$$

$$\Rightarrow R_0 = \sqrt{R_c R_t}$$

Exercice 3 - Propriété de l'Abaque de SMITH

1) ROS (Rapport d'onde Stationnaire)

Impédance normalisée : on divise par l'impédance de la ligne réduite

$$z_r = \frac{Z_t}{R_c} = \frac{30 - j55}{50} = \frac{30}{50} - \frac{j55}{50} = 0,6 - j1,1 \, (\Omega)$$

On regard de l'abaque de SMITH : on place le point, puis on trace le cercle de rayon [le centre de l'Abaque, 1].

$$|\rho| \approx 0,6 \quad \text{et} \quad \text{ROS} = \frac{V_{\max}}{V_{\min}} = \frac{1+\rho}{1-\rho} \approx 4$$

TD1 - Canaux de Transmission 2) $\frac{\rho}{\lambda} = \frac{11}{8} = 1,375$. Il faut faire deux tours du cercle + 0,375.

On commence à 0,145, donc $0,375 - 0,145 = 0,23$

It en N = $3,3 + 1,6j \Rightarrow Z_{\text{en N}} = 165 + j80$ (Z_f = Impédance ramennée).

$\times R_c = 50 \Omega$

3) Minimum de tension $\Rightarrow$ point A.

$\rightarrow 0,145$ de la charge

$\rightarrow x_{\min} = 0,145\lambda + \frac{R\lambda}{2} \quad (\lambda = 8)$

$x_{\min} = 0,145 \times 8 + 4R \quad (x_{\min} = \text{position des minima})$
 $= 1,16_{\text{cm}} + 4R_{\text{cm}}$

Premier minimum, $R = 0$, donc $x_{\min}$ est égal à 1,16 cm.

$z_{\min} = 0,24 \Rightarrow Z_{\min} = 12 \Omega$

$\times 50 (R_c)$

$x_{\max} = 0,395\lambda + R\frac{\lambda}{2}$

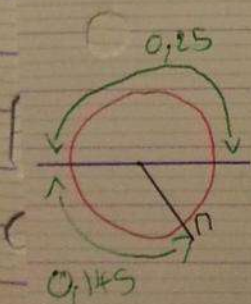
$= 3,16 \text{ cm} + 4R_{\text{cm}}$

Premier maximum est égal à 0,395 cm. (On part de R, il faut

0,145 pour aller à 0 et 0,25 pour aller en B (Max).

$z_{\max} = 4 \Rightarrow Z_{\max} = 200 \Omega$

$\times 50 (R_c)$



Exercice 4 - Riquet de l'Abaque de Smith

1) $x_{min} = 34,8 \text{ cm}$

$$\frac{x_{min}}{\lambda} = 0,348 \text{ cm } (\lambda = 100 \text{ cm})$$

C'est l'inverse de l'exercice 3. On part de 0 et on tourne dans le sens de la charge. ~~(0,88 + 0,95j)~~ Jusqu'à 0,348. On trouve le cercle, car on a le ROS donc A(nom) et B(nom).

$$\begin{aligned} \text{En David, } z_t &= 0,88 + 0,95j \\ Z_t &= 44 + 47,5j \end{aligned}$$

2) $\ell = 1,45 \text{ m}$

(car $1 = 2$ fois de l'abaque).

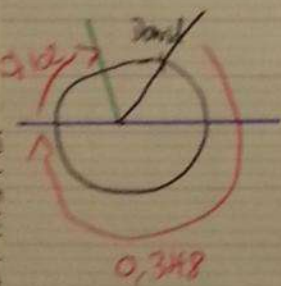
$$\frac{\ell}{\lambda} = \frac{1,45}{1} = 1,45 \Rightarrow 0,45 \text{ en partant de David dans le sens de génération.}$$

$$0,45 - 0,348 = 0,102, \text{ pour arriver à 0 puisqu'on part de David}$$

On peut aussi faire ~~0,88 + 0,95j~~ 0,05 + 0,348

$$z_t = 0,53 + 0,6j \Rightarrow Z_t = 2,65 + 30j$$

-0,05
au L



$$0,102 + 0,348 = 0,45$$