

Contrôle écrit
COMMUNICATIONS NUMERIQUES

Calculatrices et documents autorisés

Partie A : Questionnaire.

Ce questionnaire vise à mesurer le degré d'assimilation du cours, chaque question attend une réponse claire et précise, en quelques lignes.

1. Dans le cadre d'un codage numérique binaire, donner une solution simple qui permet de distinguer la présence d'information (bit '0' ou bit '1') de l'absence d'information.
2. Une opération de multiplexage temporel consiste à intercaler sur l'axe des temps plusieurs sources (supposées ici être de mêmes débits). Une opération de multiplexage fréquentiel consiste à décaler sur l'axe des fréquences plusieurs sources. Pour chacune de ces deux situations, indiquer quelle est l'opération à faire (codage et/ou modulation numérique) et quelle est l'incidence sur le débit et/ou la bande passante du canal de transmission qui supportera l'opération de multiplexage.
3. Pour quelle raison ne peut-on pas employer un codage de type NRZ pour faire une transmission numérique sur une ligne téléphonique ordinaire ? Donner une solution permettant de réaliser cette transmission.
4. Quand on se réfère à la formule de Bennett donnant l'expression du spectre relatif à un signal numérique, quels sont les termes qui ne peuvent jamais s'annuler (pourquoi ?) et quels sont les termes qui peuvent s'annuler (dans quel cas ?)
5. A la réception d'un signal numérique transmis dans un canal supposé être uniquement filtrant (sans bruit et parfaitement linéaire), on effectue la décision de valeur reçue à un instant précis de la période de bit (ou de symbole) : pourquoi ? quelle est la particularité que possède cet instant et à quelle condition ?
6. En supposant que le filtrage naturel du canal de transmission soit bien maîtrisé et compensé, d'où peuvent provenir principalement les erreurs binaires constatées ?
7. La procédure « BEC » de détection d'erreurs nécessite une voie de retour d'information. Expliquer pourquoi et indiquer si cette méthode est infaillible ou non.
8. Quelle est la différence essentielle entre un code linéaire (Hamming ou cyclique) et un code convolutionnel ?
9. Pourquoi les opérations de correction d'erreurs ne peuvent s'envisager qu'en situation de codage binaire de l'information à corriger ?
10. Dans le cadre d'un code correcteur linéaire, l'expression $n = 2^k - 1$ (avec les notations habituelles) doit être satisfaite. Interpréter chacun des deux membres dans le seul cadre de la correction d'erreurs et expliquer pourquoi cette égalité doit être satisfaite. Explorer les deux cas d'inégalité ($n > 2^k - 1$ et $n < 2^k - 1$), toujours dans le seul cadre de la correction d'erreurs.

11. Quand on fait appel à deux codes détecteurs / correcteurs d'erreurs consécutifs dans la chaîne de codage, pourquoi faut-il insérer un dispositif d'entrelacement entre ces deux modules de codage ? (indépendamment de l'entrelacement/désentrelacement qui encadre le canal de transmission ou le support de stockage)
12. Décrire l'opération de « multiplexage inverse ». Dans quel(s) cas est-on amené à devoir utiliser cette opération ?

Partie B : Exercice

Codage AMI/RZ :

Le code dit « AMI/RZ », utilisé dans des réseaux numériques de transport à très haut débit est codé de la manière suivante, pour chaque période T d'horloge de bit :

bit '0' $\rightarrow$ 0 (valeur nulle)

bit '1' $\rightarrow$ +V durant $T/2$ puis 0 ou -V durant $T/2$ puis 0 alternativement pour chaque '1'

On supposera que la source binaire émet des bits équiprobables $p('0') = p('1')$ et indépendants les uns des autres.

- a) Représenter ce signal pour la séquence '0 1 1 0 0 1 0 '
- b) Exprimer le formant $g(t)$ relatif à ce codage
- c) Exprimer les différentes valeurs des coefficients « a_k » de l'expression du signal numérique codé $x(t) = \sum a_k g(t-kT)$
- d) Calculer $E(a_k)$
- e) Peut-on considérer qu'il n'y a pas de corrélation entre les divers symboles produits ?
- f) En déduire une simplification de la formule de Bennett (le calcul du résultat n'est pas demandé, indiquer seulement les termes non nuls et les termes nuls)
- g) Le calcul de la densité spectrale de la densité spectrale de puissance donne :

$$S_{xx}(f) = C \cdot \text{sinc}^2(\pi f T / 2) \cdot \sin^2(\pi f T)$$
 (« C » désignant une constante dont la valeur importe peu et « sinc » la fonction sinus cardinal)

Représenter très sommairement le graphe de $S_{xx}(f)$ pour $f > 0$

- h) Dresser un bilan de ce codage : les avantages et inconvénients révélés par l'étude ci-dessus.

FIN

Contrôle écrit
COMMUNICATIONS NUMERIQUES
 --- corrigé ---

Partie A : Questionnaire.

1. *Dans le cadre d'un codage numérique binaire, donner une solution simple qui permet de distinguer la présence d'information (bit '0' ou bit '1') de l'absence d'information.*

Il suffit d'adopter un code antipolaire (valeurs $-V$ et $+V$ correspondantes respectivement à '0' et '1'). De ce fait, une valeur nulle ne peut traduire qu'une absence d'information.

2. *Une opération de multiplexage temporel consiste à intercaler sur l'axe des temps plusieurs sources (supposées ici être de mêmes débits). Une opération de multiplexage fréquentiel consiste à décaler sur l'axe des fréquences plusieurs sources. Pour chacune de ces deux situations, indiquer quelle est l'opération à faire (codage et/ou modulation numérique) et quelle est l'incidence sur le débit et/ou la bande passante du canal de transmission qui supportera l'opération de multiplexage.*

Multiplexage temporel : il faut que toutes les sources soient codées de façon identique, le débit total est la somme des débits (en fait, un peu plus élevé pour tenir compte de la séquence supplémentaire de synchronisation)

Multiplexage fréquentiel : il nécessite une modulation préalable qui permet d'opérer la transposition de fréquence, la bande passante totale est la somme des bandes passantes des sources modulées (la relation débit – bande passante est fonction du code initial choisi et de la modulation choisie)

3. *Pour quelle raison ne peut-on pas employer un codage de type NRZ pour faire une transmission numérique sur une ligne téléphonique ordinaire ? Donner une solution permettant de réaliser cette transmission.*

Une ligne téléphonique ordinaire présente une bande passante restreinte à l'intervalle 300 Hz -3400 Hz ; or, un codage de type NRZ possède, entre autres, une densité spectrale de puissance maximale au voisinage de 0 Hz ainsi que pour les fréquences très basses, ce qui ne permet donc pas une transmission satisfaisante. Une solution « évidente » est la modulation qui, par principe, génère un spectre centré sur la fréquence porteuse et décroissant vers les fréquences plus basses comme plus hautes.

4. *Quand on se réfère à la formule de Bennett donnant l'expression du spectre relatif à un signal numérique, quels sont les termes qui ne peuvent jamais s'annuler (pourquoi ?) et quels sont les termes qui peuvent s'annuler (dans quel cas ?)*

Le terme contenant la variance des valeurs des symboles ($\text{var}(a_k)$) ne peut jamais s'annuler, car, dans le cas contraire, cela signifierait que la source émet toujours le même symbole, ce qui représente une information nulle !

Le terme contenant la valeur moyenne des valeurs des symboles ($E(a_k)$) peut s'annuler dès lors que l'on a, par exemple, des valeurs 2 à 2 opposées et équiprobables

Le terme contenant l'expression ($R_{aa}(n) - E^2(a_k)$) peut s'annuler dans le cas où les différents symboles émis le sont sans corrélation entre eux (source « sans mémoire »)

5. *A la réception d'un signal numérique transmis dans un canal supposé être uniquement filtrant (sans bruit et parfaitement linéaire), on effectue la décision de valeur reçue à un instant précis de la période de bit (ou de symbole) : pourquoi ? quelle est la particularité que possède cet instant et à quelle condition ?*

On effectue la décision à l'instant où il n'y a pas d'interférence intersymboles, car, à cet instant, la valeur reçue est exactement la valeur qui a été émise, à condition que le critère de Nyquist soit vérifié

6. *En supposant que le filtrage naturel du canal de transmission soit bien maîtrisé et compensé, d'où peuvent provenir principalement les erreurs binaires constatées ?*

Si le filtrage est bien maîtrisé et compensé, il n'y a pas d'interférence intersymboles, une erreur binaire ne peut alors venir que du bruit additif qui modifie la valeur reçue

7. *La procédure « BEC » de détection d'erreurs nécessite une voie de retour d'information. Expliquer pourquoi et indiquer si cette méthode est infaillible ou non.*

La procédure « BEC » consiste à détecter une erreur à la réception (et non à la corriger), de ce fait, il est nécessaire d'informer en retour l'émetteur de cette erreur de manière à ce qu'il puisse ré-émettre le mot incriminé.

Cette méthode n'est pas infaillible car, s'il y a plus d'erreurs que la capacité de détection du code employé, le décodeur peut très bien conclure que le mot est correct alors qu'il est faux (et, on se rappelle qu'il n'y a aucun moyen de connaître le nombre d'erreurs commises ...)

8. *Quelle est la différence essentielle entre un code linéaire (Hamming ou cyclique) et un code convolutionnel ?*
 Un code linéaire permet de localiser une erreur grâce au calcul d'un syndrome, la localisation permet à son tour de corriger le (ou les) bit(s) erroné(s) par substitution 0/1
 Un code convolutionnel permet de conclure à une séquence fautive et de proposer une séquence reconstituée par maximum de vraisemblance à partir du treillis des « chemins possibles »
9. *Pourquoi les opérations de correction d'erreurs ne peuvent s'envisager qu'en situation de codage binaire de l'information à corriger ?*
 La correction d'erreur réside essentiellement en une localisation de (ou des) erreurs, la correction est alors une substitution du '0' reçu par un '1' ou inversement, s'il y avait une troisième valeur possible (ou plus), la localisation ne suffirait plus car il subsisterait une indétermination
10. *Dans le cadre d'un code correcteur linéaire, l'expression $n = 2^k - 1$ (avec les notations habituelles) doit être satisfaite. Interpréter chacun des deux membres dans le seul cadre de la correction d'erreurs et expliquer pourquoi cette égalité doit être satisfaite. Explorer les deux cas d'inégalité ($n > 2^k - 1$ et $n < 2^k - 1$), toujours dans le seul cadre de la correction d'erreurs.*
 La valeur de « n » représente le nombre de bits dans le mot et donc, aussi, le nombre d'erreurs simples possibles
 La valeur « $2^k - 1$ » représente le nombre de syndromes non nuls différents à l'issue du calcul (ces syndromes ayant k bits)
 L'égalité de ces deux valeurs permet une bijection entre l'ensemble des erreurs simples possibles sur un mot de n bits et l'ensemble des syndromes non nuls, ce qui permet donc la localisation de l'erreur simple, donc sa correction.
 Si $n > 2^k - 1$, il y a plus d'erreurs possibles que de syndromes, il y a donc ambiguïté sur la localisation, la correction est donc impossible
 Si $n < 2^k - 1$, il y a plus de syndromes que d'erreurs possibles, la correction est possible, mais il y a « sur-redondance », ce qui signifie que la valeur de « k » est trop grande, ce qui est inutilement consommateur de débit
11. *Quand on fait appel à deux codes détecteurs / correcteurs d'erreurs consécutifs dans la chaîne de codage, pourquoi faut-il insérer un dispositif d'entrelacement entre ces deux modules de codage ? (indépendamment de l'entrelacement/désentrelacement qui encadre le canal de transmission ou le support de stockage)*
 Le raisonnement se fait en observant le décodage à la réception : les codes détecteurs ou correcteurs d'erreurs n'étant pas infallibles, il se peut qu'il y ait fausse détection ou fausse correction ; dans ce dernier cas, il se peut qu'un mot erroné le devienne « plus encore » (encore plus de bits faux), sans qu'il n'y ait un moyen de le savoir. Ceci génère alors un paquet (mot ou plusieurs mots consécutifs) faux, ce qui empire la situation et, par voie de conséquence, empêche le bon fonctionnement du décodeur suivant. Pour éviter cela, un entrelacement réalisé entre les deux codeurs à l'émission obligera à opérer un déentrelacement entre les deux décodeurs, ce qui aura pour effet de « disperser » les bits des mots (ou suites de mots) faux en créant des bits isolés faux, aisément détectables et corrigibles par le décodeur qui suit
12. *Décrire l'opération de « multiplexage inverse ». Dans quel(s) cas est-on amené à devoir utiliser cette opération ?*
 Le multiplexage inverse consiste à distribuer une source de débit « élevé » D_s sur plusieurs canaux identiques limités en débits D_c , de telle façon que : $D_s / n < D_c$ si « n » est le nombre de canaux limités au débit D_c
 On utilise cette opération dès lors que la source à transmettre présente un débit plus grand que ne peut accepter un canal disponible, à condition bien sûr de pouvoir disposer d'un certain nombre de ces canaux à « bas débit »

Partie B : Exercice

Le code dit « AMI/RZ », utilisé dans des réseaux numériques de transport à très haut débit est codé de la manière suivante, pour chaque période T d'horloge de bit :

bit '0' $\rightarrow$ 0 (valeur nulle)

bit '1' $\rightarrow$ $+V$ durant $T/2$ puis 0 ou $-V$ durant $T/2$ puis 0 alternativement pour chaque '1'

On supposera que la source binaire émet des bits équiprobables $p('0') = p('1')$ et indépendants les uns des autres.



a) Représenter ce signal pour la séquence '0 1 1 0 0 1 0'

b) Exprimer le formant $g(t)$ relatif à ce codage $g(t) = V \cdot \Pi(t / T/2)$ (à un décalage près)

c) Exprimer les différentes valeurs des coefficients « a_k » de l'expression du signal numérique codé

$$x(t) = \sum a_k g(t - kT)$$

a_k peut valoir : 0 si bit '0' +1 ou -1 si bit '1'

d) Calculer $E(a_k)$

La source émettant des bits '0' ou '1' de façon équiprobable, on a : $p('0') = p('1') = 1/2$ et donc, compte tenu de la loi d'alternance pour les valeurs : $p(0) = 1/2$ $p(+1) = 1/4$ $p(-1) = 1/4$
De ce fait : $E(a_k) = 1/2 \cdot 0 + 1/4 \cdot (+1) + 1/4 \cdot (-1) = 0$

e) Peut-on considérer qu'il n'y a pas de corrélation entre les divers symboles produits ?

Non, il y a corrélation entre les symboles à cause de la loi d'alternance (qui vient du codeur et non de la source)

f) En déduire une simplification de la formule de Bennett (le calcul du résultat n'est pas demandé, indiquer seulement les termes non nuls et les termes nuls)

Le premier terme contenant « $\text{var}(a_k)$ » n'est pas nul (il ne l'est jamais !)

Le deuxième terme contenant « $E(a_k)$ » est nul

Le troisième terme contenant « $R_{aa}(n) - E^2(a_k)$ » n'est pas nul, mais le facteur devient se réduit à « $R_{aa}(n)$ »

g) Le calcul de la densité spectrale de la densité spectrale de puissance donne :

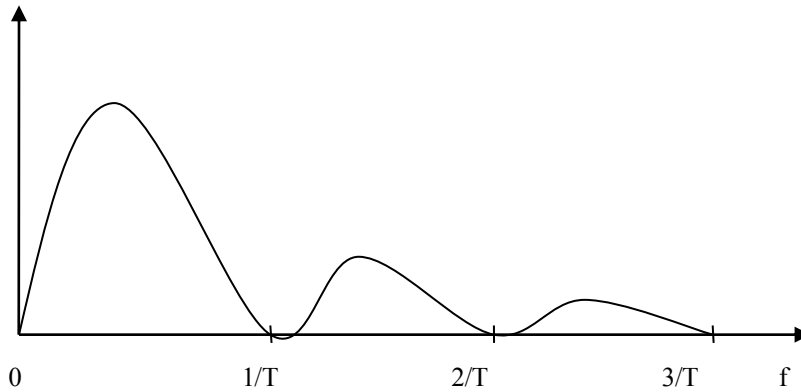
$$S_{xx}(f) = C \cdot \text{sinc}^2(\pi f T / 2) \cdot \sin^2(\pi f T)$$

Représenter très sommairement le graphe de $S_{xx}(f)$ pour $f > 0$

Le fait d'avoir le facteur « $\sin^2(\pi f T)$ » fait que $S_{xx}(f)$ est nul pour $f=0$ et pour f multiple de $1/T$

Le fait d'avoir le facteur « $\text{sinc}^2(\pi f T / 2)$ » fait que $S_{xx}(f)$ décroît globalement quand f croît et est nul pour f multiple de $2/T$ (mais déjà nul à cause du premier facteur)

L'allure globale est celle d'un « sinus cardinal au carré »



h) Dresser un bilan de ce codage : les avantages et inconvénients révélés par l'étude ci-dessus.

Avantages : spectre nul en $f = 0$, assez compact (car premier zéro spectral en $f = 1/T$), valeur moyenne nulle (donc « passe » dans les transformateurs) et permet une télé-alimentation des éventuels répéteurs au long d'une ligne cuivre

Inconvénients : pas de distinction entre une suite de '0' et une absence d'information, risque de perte d'horloge à la réception en cas de longue suite de '0'