

1) Modulation QAM.

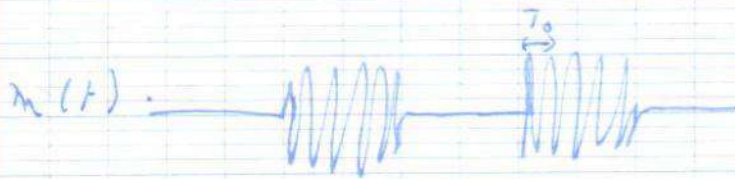
$$(1.1) \quad m(t) = \underbrace{x(t)}_{\substack{\text{information,} \\ \text{de son module} \\ \text{l'amplitude}}} \cos(2\pi f_0 t) \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \text{freq.} \\ \text{Phase} \\ \text{amplitude} \end{array} \right\} \omega t$$

$$x(t) = \sum_n a_n g(t - nT)$$

exemple : 00 K
 $\downarrow$
 ON OFF

f_0 : fréquence de la porteuse.

$$a_n \in \{0, 1\}$$



$\overleftarrow{T}$

$$T_0 = \frac{1}{60}$$

$$\Gamma = \frac{1}{0}$$

modulation de phase:

$$m(t) = \cos(2\pi f_0 t + x(t))$$

$$x(t) = \sum a_n g(t - nT)$$

définir une palette de valeurs de $m(t) \neq 0$

$$\text{ex } a_n = -\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}, -\frac{3\pi}{4}$$



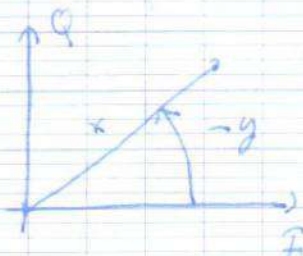
7.2

car on a
un acoustique
mixte

$m(t)$: porteur modulé en amplitude et en phase.

$$\begin{aligned} \text{d'où } m(t) &= x(t) \cos(2\pi f_0 t + y(t)) \\ &= x(t) \cos[(2\pi f_0 t) \cos y(t) - \sin(2\pi f_0 t) \sin y(t)] \\ &= x(t) \cos(2\pi f_0 t) \cos y(t) - x(t) \sin(2\pi f_0 t) \sin y(t) \\ \text{d'où } I(t) &= x(t) \cos(2\pi f_0 t) + Q(t) \sin(2\pi f_0 t) \end{aligned}$$

$$\text{d'où } I = x \cos y \text{ et } Q = -x \sin y$$



$I(t)$ et $Q(t) \Rightarrow$ porteur
à 2 info différents

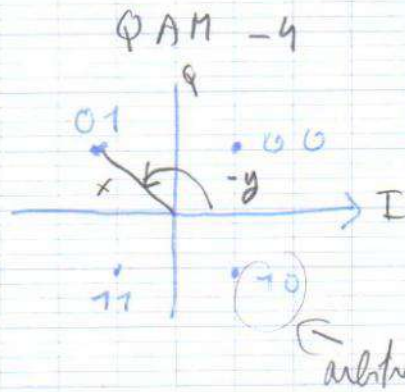
TD 2 (2)

1.3

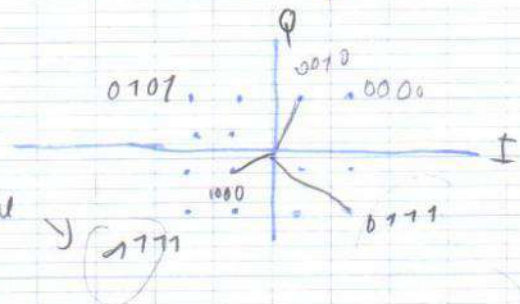
$I(t)$, $Q(t)$ sont porteurs de l'information

I et Q peuvent prendre 4 valeurs différentes.

I	+1	-1	+1	-1
Q	+1	+1	-1	-1
	00	01	10	11



Si, sur une période de longueur T on veut transmettre 4 bit:



Sur une période donnée de longueur T sur laquelle on transmet 4 bit : 0010 $\rightarrow I = 0,5$

$$Q = 1,5$$

$$m(t) = I \cos(2\pi f_0 t) + Q \sin(2\pi f_0 t)$$

on veut transmettre 0010 par exemple :

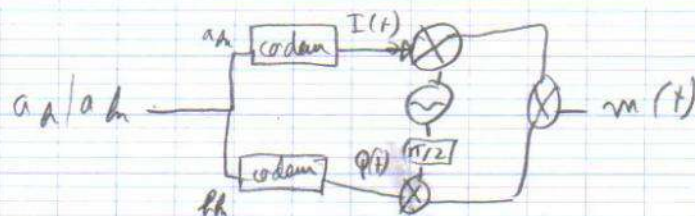


I amplitude
 Q phase

1.4

on a $q \uparrow M = 64 \rightarrow 6$ bits par période
mais il faut être avec du bruit

1.5



1.6

à partir de $m(t)$ on va retrouver le signal modulé
on va donc utiliser la polarité: $\cos(f_0 t)$ et $\sin(f_0 t)$

On veut démoduler dans le récepteur
 $\frac{1}{2} \times (f + f_0)$ $\frac{1}{2} \times (f - f_0)$ quand c'est modulate
 on a ça!
 donc pour ça on multiplie par $\cos$.

$$r_i(t) = m(t) \cos(2\pi f_0 t)$$

$$r_q(t) = m(t) \sin(2\pi f_0 t)$$

$$m(t) = x(t) \cos(2\pi f_0 t)$$

$$\cos^2 = 1 - \sin^2$$

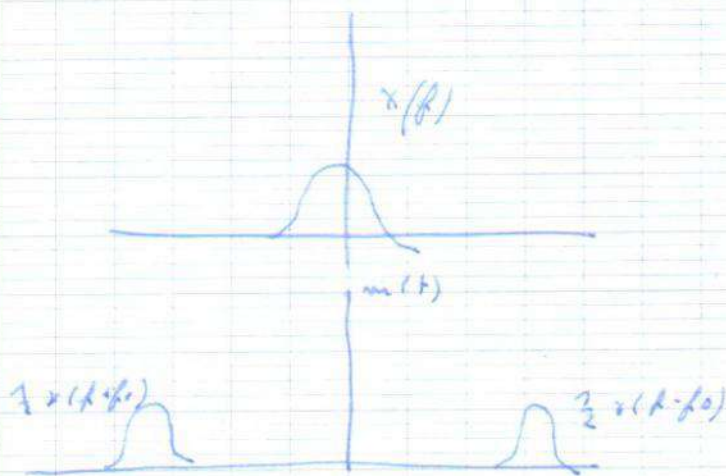
$$\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a$$

$$= 2\cos^2 - 1 \rightarrow \cos^2 = \frac{\cos 2a + 1}{2} = 1 - 2\sin^2$$

$$\sin(2a) = 2\cos a \sin a \rightarrow \cos m = \frac{\sin(2a)}{2}$$

(3) TD2

$$\begin{aligned}
 r_I(t) &= x(t) \cos(2\pi f_0 t) \cos(2\pi f_0 t) \\
 &= x(t) \cancel{\cos(2\pi f_0 t)} \\
 &= x(t) \cdot (1 - \cancel{\sin^2(2\pi f_0 t)})
 \end{aligned}$$

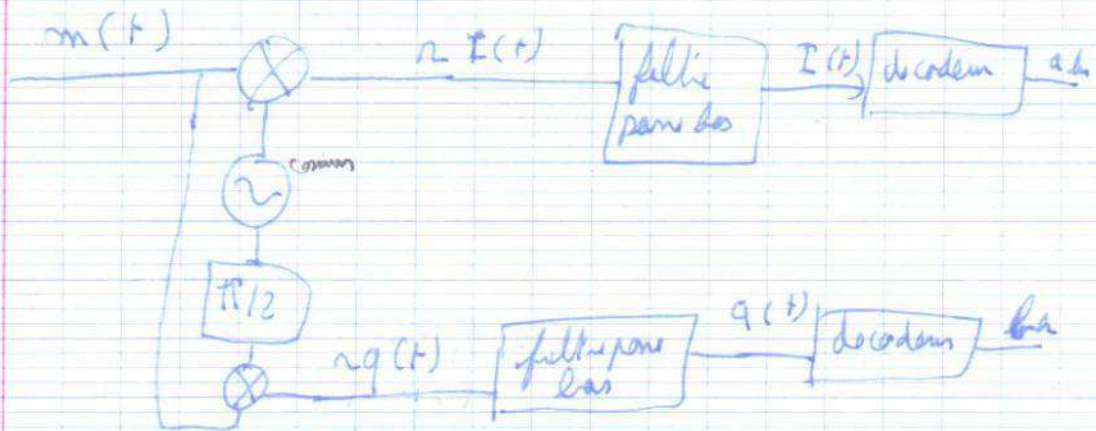


$$r_I(t) = m(t) \cos(2\pi f_0 t)$$

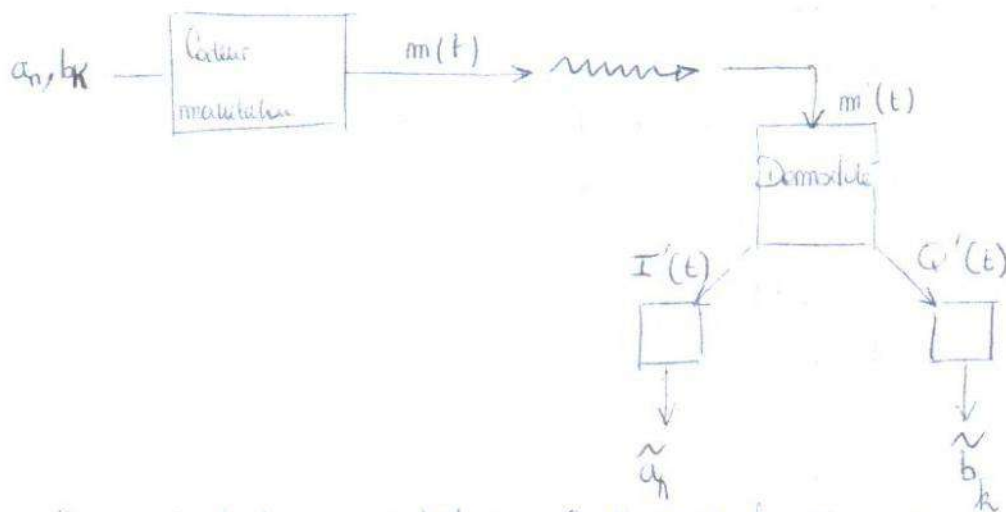
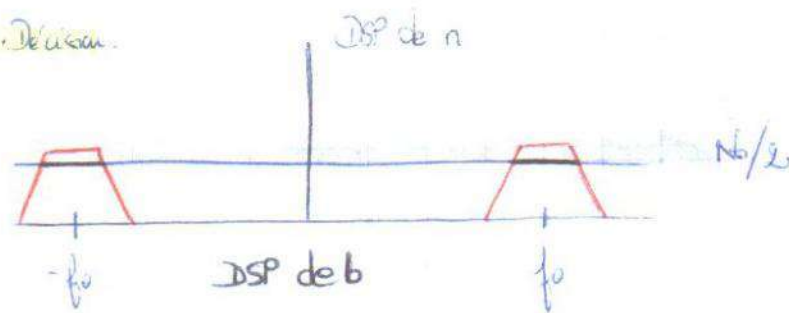
$$\begin{aligned}
 r_I(t) &= [I(t) \cos(2\pi f_0 t) + Q(t) \sin(2\pi f_0 t)] \cos(2\pi f_0 t) \\
 &= I(t) \cos^2(2\pi f_0 t) + Q(t) \cos(2\pi f_0 t) \sin(2\pi f_0 t) \\
 &= \frac{I(t)}{2} \cos(4\pi f_0 t) + \frac{Q(t)}{2} \sin(4\pi f_0 t) + \frac{I(t)}{2}
 \end{aligned}$$

Si on fait passer par un filtre passe bande on a: $\widehat{r}_I(t) = \frac{I(t)}{2}$
d'où on peut en déduire.

schéma fonctionnel de demodulation :



2) Bruit et Démod.

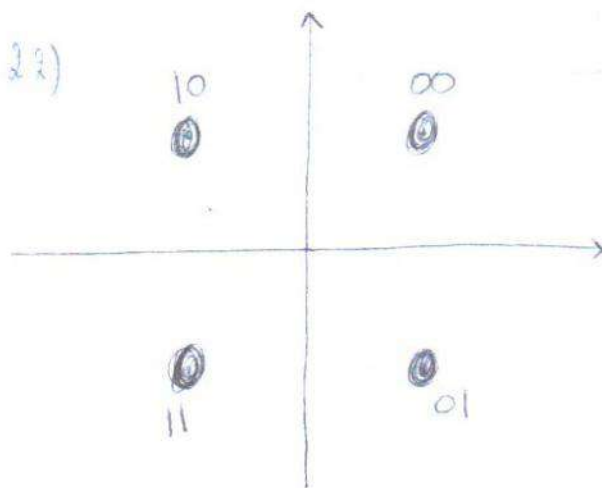


On assimile le bruit à une boîte noire. On obtient alors le schéma suivant.



2.1)

2.2)



Constellation. Sur la période $(kT, kT+T)$

$$m(t) = I \cos(2\pi f_0 t) + Q \sin(2\pi f_0 t)$$

Effet du bruit sur la constellation → les points sont plus gros (nuage de points) à cause du bruit et de l'incertitude.

$N_0/2$: puissance du bruit

Nuage de points dépend de l'importance de la puissance du bruit

Stylo de René
stylo de Hubien

bruit
blanc

$$2.3) \quad m'(t) = m(t) + b(t) \\ = m(t) + \underbrace{n(t) \cos(2\pi f_c t + n''(t))}_{\text{bruit modulé en amplitude}}$$

$$= I'(t) \cos(2\pi f_c t) + Q'(t) \sin(2\pi f_c t)$$

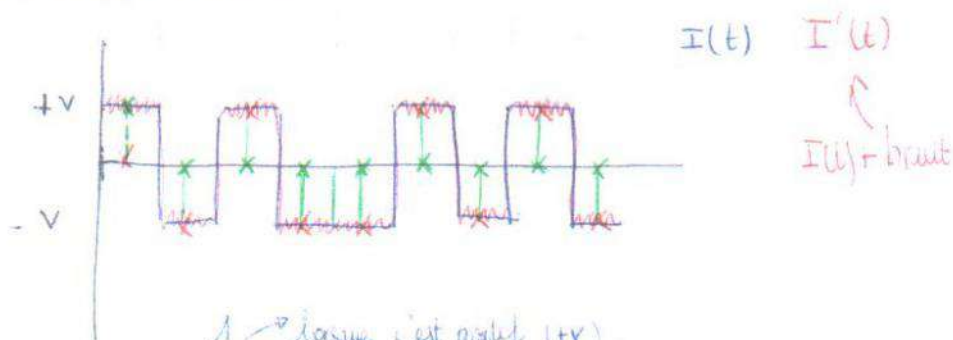
$$= I(t) \cos(2\pi f_c t) + Q(t) \sin(2\pi f_c t) + n(t) \cos(2\pi f_c t + n''(t)) \\ = m(t) + n(t) \cos(n''(t)) \cos(2\pi f_c t) - n(t) \sin(2\pi f_c t) \sin(n''(t)) \\ = (I(t) + n(t) \cos(n''(t))) \cos(2\pi f_c t) + (Q(t) - n(t) \sin(n''(t))) \sin(2\pi f_c t) \\ = I'(t) \cos(2\pi f_c t) + Q'(t) \sin(2\pi f_c t)$$

identification:

$$I'(t) = I(t) + n(t) \cos(n''(t))$$

$$Q'(t) = Q(t) - n(t) \sin(n''(t))$$

Formes de I et Q → des créneaux



1 → lorsque c'est positif (+V)

0 → lorsque c'est négatif (-V)

1 → $I'(t)$ plus proche de +V que -V

0 →

plus

On décide que $\hat{a}_k = 1$ si I' est plus proche de +V que de -V

Sinon on décide que $\hat{a}_k = 0$

C'est à dire

$$I' > 0 \rightarrow \hat{a}_k = 1$$

$$I' \leq 0 \rightarrow \hat{a}_k = 0$$

TD2 (5)

Probabilité d'erreur $\rightarrow \hat{a}_k \neq a_k = P_e$

$$P_e = \left\{ \left(\hat{a}_k = 0 \text{ et } a_k = 1 \right) \text{ ou } \left(\hat{a}_k = 1 \text{ et } a_k = 0 \right) \right\} \leftarrow \text{deux événements disjoints}$$

$$P_e = P\left\{ \hat{a}_k = 0 \text{ et } a_k = 1 \right\} + P\left\{ \hat{a}_k = 1 \text{ et } a_k = 0 \right\} \leftarrow \text{somme des probabilités}$$

$$P_e = P\left\{ I' \leq 0 \text{ et } I \geq 1 \right\} + P\left\{ I' > 0 \text{ et } I \leq -1 \right\}$$

$$= P(I' \leq 0 | I=1) \times P(I=1) + P(I' > 0 | I=-1) \times P(I=-1)$$

car $I' = I + N_1$

$$= P(N_1 \leq -1 | I=1) P(I=1) + P(N_1 > 1 | I=-1) P(I=-1)$$

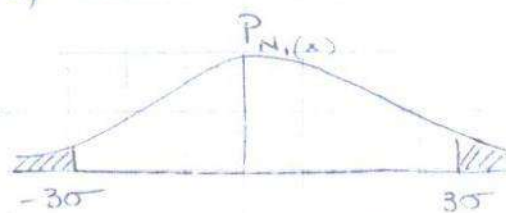
par indépendance de I et N_1 car

$$= P(N_1 \leq -1) P(I=1) + P(N_1 > 1) P(I=-1)$$

$$= \frac{1}{2} P\{|N_1| \geq 1\}$$

Dans l'énoncé on a $P\{|N_1| \geq 3\sigma\} = 0,01$

Donc $\frac{1}{2} P\{|N_1| \geq 1\} \approx \frac{1}{2} \times 0,01 = 5 \cdot 10^{-3}$



PEB = 0,005 Probabilité d'erreur symbole + binaire.

$\rightarrow$ beaucoup trop grand - ne permet pas une transmission convergente.