

TD n° 1

$p_{\delta m}$ = Peigne de Dirac
= pour échantillonner un signal

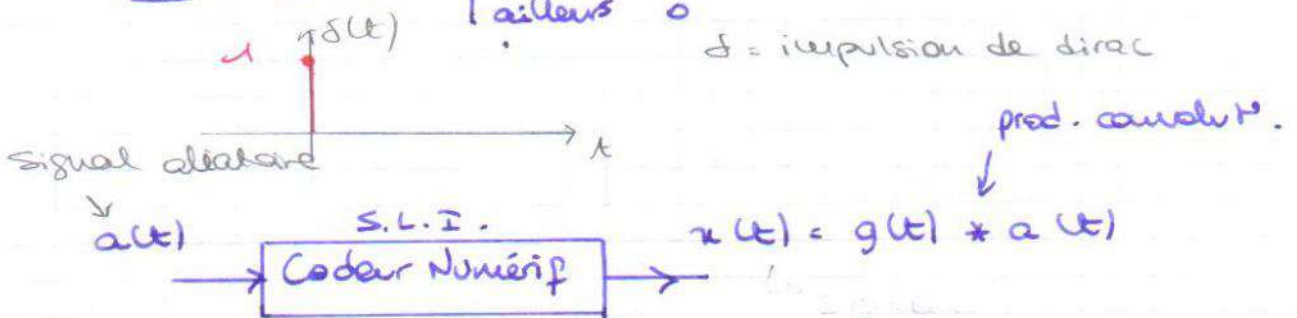
RappelsSérie de symboles

$$a(t) = a_k \cdot p_{\delta m}\left(\frac{t}{T}\right) \quad \text{avec} \quad p_{\delta m}\left(\frac{t}{T}\right) = \sum_{-\infty}^{\infty} \delta(t - kT)$$

$$\Rightarrow a(t) = \sum_{-\infty}^{\infty} a_k \delta(t - kT) \quad T: \text{horloge ou cadence } \{a_k\}$$

N.B: $\delta(t) = \begin{cases} t=0 & 1 \\ \text{ailleurs} & 0 \end{cases}$

δ = impulsion de Dirac



* S.L.I. : Systeme Lineaire Invariant

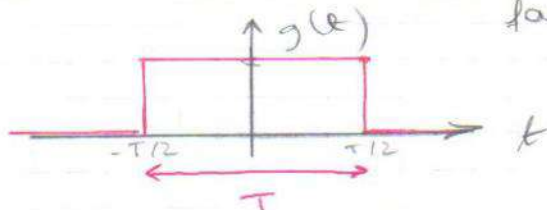
$$\Rightarrow x(t) = \sum_{-\infty}^{\infty} a_k g(t - kT) \quad \text{aléatoire et déterministe}$$

$\hookrightarrow$ signal de sortie transformé mais aléatoire car signal d'entrée aléatoire

Densité spectrale de puissance

$a_k = 0$ ou 1 (aléatoire)

$g(t)$ déterministe



fonction porte centrée sur 0.

T_T fenêtre temporelle

$$g(t) = G \Pi_T(t) \quad \text{(centré sur 0)}$$

$\hookrightarrow$ car centré sur 0.

Théorème de W.K. transformée de Fourier

densité spectrale $x(t)$ $\xrightarrow{F}$ S_{xx} fct de corrélation

S_{xx} telle que $S_{xx} = TF [R_{xx}(\tau)]$

La transfo de Fourier permet de passer d'un signal temporel à son équivalent fréquentiel

$$R_{xx}(\tau) = E [x(t) \cdot x(t-\tau)]$$

Auto corrélation de $x(t)$

Formule de Bennett

$$S_{xx}(f) = S_{gg}(f) \cdot \left[\frac{\sigma_a^2}{T_B} + \frac{\bar{a}^2}{T_B^2} \operatorname{pgn} \left(\frac{f}{\frac{1}{T_B}} \right) \right]$$

DSP de $g(t)$

DSP = Densité Spectrale de Puissance

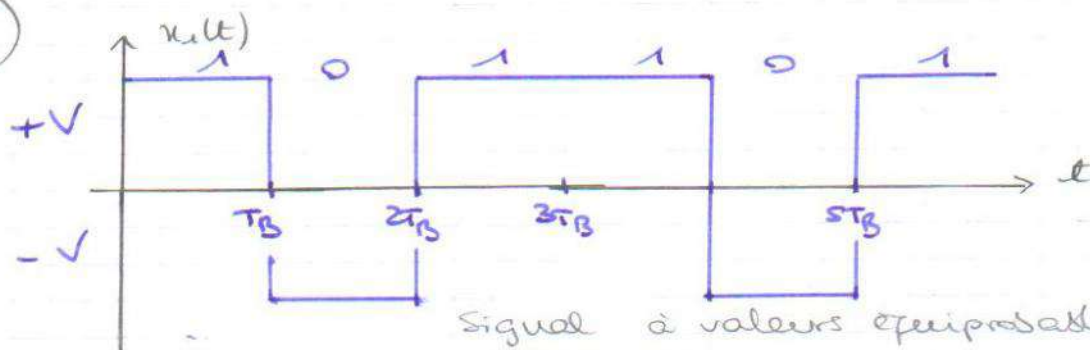
→ TD n° 1 -

Codage NRZ.

1.1

1 → +V
0 → -V } codage binaire

φ p19



Propriété

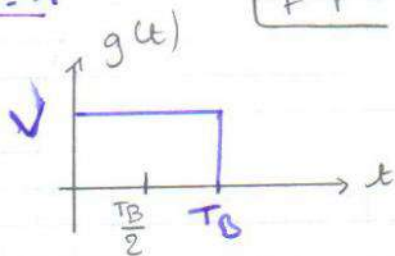
Valeur moyenne (espérance) nulle
C'est autant de chance d'avoir un "1" qu'un "0"

$$E = V \times \frac{1}{2} + (-V) \times \frac{1}{2}$$

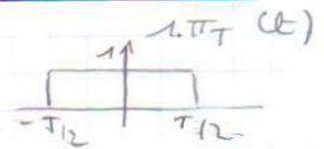
$$E = 0$$

1.2.1

(cf p12)



$\pi_T = \text{fonc porte}$



Format:

$$g(t) = V \cdot \pi_{T_B} \left(t - \frac{T_B}{2} \right)$$

centrée sur $\frac{T_B}{2}$

ou l'a décalée

1.2.1

TF de $[g(t)]$: $G(f)$

$$G(f) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-2j\pi ft} g(t) dt$$

Pour trouver le spectre d'un signal de calculer sa TF

$$G(f) = \int_0^{T_B} e^{-2j\pi ft} V dt$$

on change l'origine

$V \cdot dt$

$$= V \left[\frac{1}{-2j\pi f} (e^{-2j\pi ft}) \right]_0^{T_B}$$

sinus cardinal

$$\left(\frac{\sin(\pi x)}{\pi x} = \text{sinc}(\pi x) \right)$$

$$= \frac{V}{2j\pi f} \cdot (1 - e^{-2j\pi f T_B})$$

$$= \frac{V}{2j\pi f} \cdot e^{-j\pi f T_B} (e^{j\pi f T_B} - e^{-j\pi f T_B})$$

Euler

$$\sin x = \frac{e^{jx} - e^{-jx}}{2j}$$

$$= \frac{V}{\pi f} \cdot e^{-j\pi f T_B} \cdot \sin(\pi f T_B)$$

$$G(f) = T_B \cdot V \cdot e^{-j\pi f T_B} \cdot \text{sinc}(\pi f T_B)$$

$$S_{gg}(f) = |G(f)|^2$$

$$S_{gg}(f) = T_B^2 \cdot V^2 \cdot \text{sinc}^2(\pi f T_B) = \text{DSP de } g(t)$$

S_{gg} = densité spectrale de puissance associée.

S_{gg} ou PSD de la TF de g : $G(f)$

1.2.3

Signal aléatoire

$$a_k \in \{-1; 1\}$$

$$\cdot \bar{a} = E(a) = \int_{-\infty}^{\infty} \underbrace{a \cdot p(a)}_{\text{densité de proba}} da = 1 \times \frac{1}{2} - 1 \times \frac{1}{2} = 0$$

$$\begin{aligned} \cdot \bar{a}^2 &= E[a^2] \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} a^2 \cdot p(a) \cdot da \\ &= 1 \times \frac{1}{2} + 1 \times \frac{1}{2} = 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \cdot \sigma_a^2 &= E(a - \bar{a})^2 \quad (\text{variance}) \\ &= E[a^2] - 2 E(a - \bar{a}) + E[\bar{a}^2] \\ &= E[a^2] - 2 \bar{a} E(a) + [E(a)]^2 \\ &= 1 - 0 + 0^2 = 1 \end{aligned}$$

$$S_{xx} = S_{gg} \left[\frac{\sigma_a^2}{T_B} + \frac{\bar{a}^2}{T_B} p_{gu}(-) \right] \Rightarrow \text{Formule de Bennett simplifiée: pas.}$$

$\hookrightarrow \bar{a}^2 = 0$

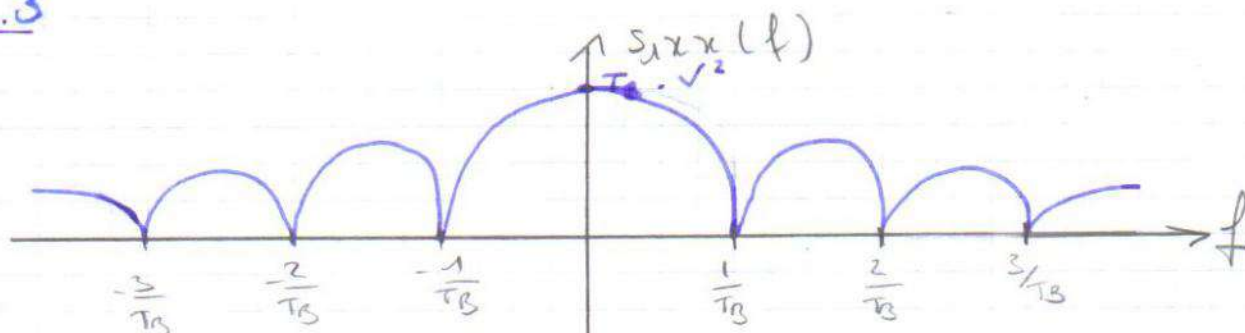
$$S_{xx}(f) = S_{gg}(f) \times \frac{1}{T_B}$$

S_{xx} = densité spectrale de puissance associée au signal nt)

$$S_{xx}(f) = T_B \sqrt{2} \sin^2(\pi f T_B)$$

(or $S_{gg}(f) = T_B^2 \sqrt{2} \sin^2(\pi f T_B)$)

1.2.3



Atténuation car sinus cardinal au CARRÉ

Car sinon

ce serait nég - pos - nég ...

(Infinie de lobes secondaires.
 $\hookrightarrow$ à cause du bruit

 sinus card.

03/01/07

Com. Num.

1.2.4

car c'est un signal aléatoire

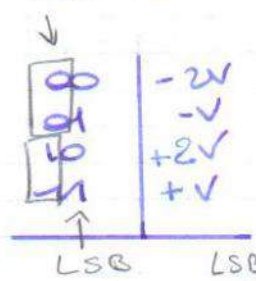
Bande passante infinie $\Rightarrow$ nécessité de faire un filtrage (limitation de E transmise).

$\hookrightarrow$ car on veut que la 1^{er} bise principale et non pas les autres.

2) 2.1 Codage 2B1Q - NRZ.

4 p28 2 symboles binaires $\Rightarrow$ 1 symbole parmi 4.

Exemple nSB code le signe

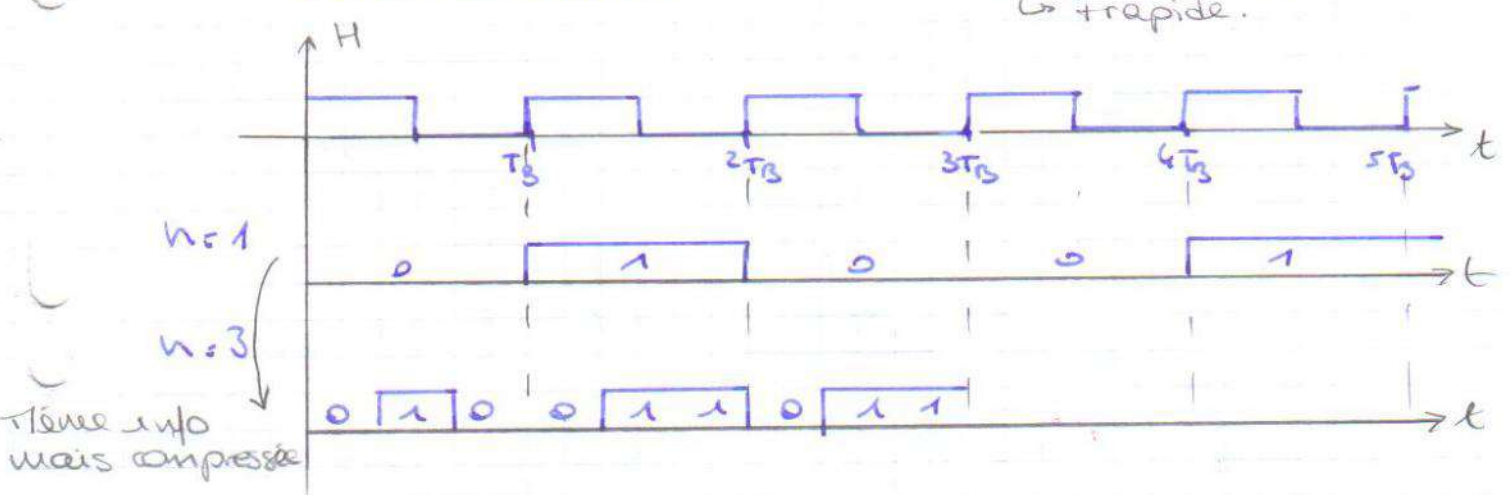


dc nSB code signe
et LSB code amplitude

LSB = 0 $\rightarrow$ 2V
LSB = 1 $\rightarrow$ V

Avec le nT_B , on peut envoyer + d'info.
 $\hookrightarrow$ + rapide.

S = 0 1 0 0 1 1 0 1 1

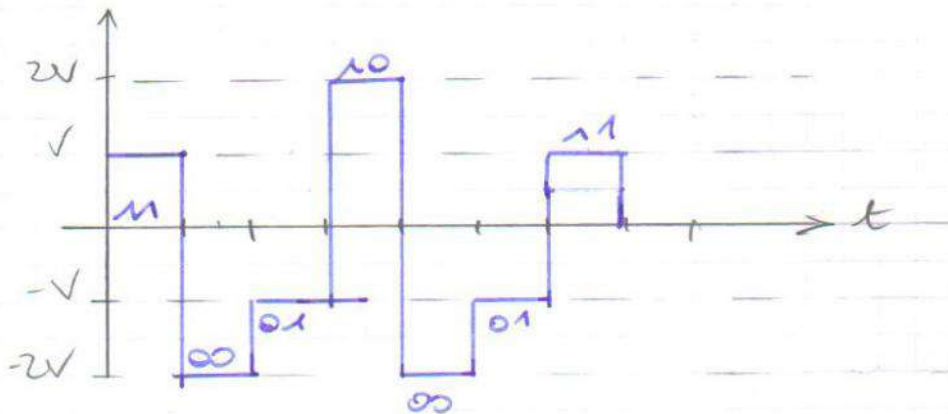


Même info mais compressée

- nSB = 0 $\rightarrow$ valeur négative -2V
 - nSB = 1 $\rightarrow$ " " -V
 - LSB = 0 $\rightarrow$ 2V
 - LSB = 1 $\rightarrow$ V
- } code le signe
} code amplitude

n = nombre bits de poids faibles / fort
L = Less } significatifs bits

S = 11000110000111



Le débit a doublé, car on envoie 2 bits par unité de temps (au lieu de 1 bit / unité de temps : NRZ)

Remarque

Un moment quaternaire représente 2 bits
 sa vitesse de transmission est doublée
 par rapport au code NRZ. $D = 2R = \frac{2}{T_B}$

car le nouveau temps d'envoi est 2 bits au lieu de 1.

ici $t = 2t_B$

2.2

$$S_{\text{NRZ}}(f) = S_{\text{gg}}(f) \left[\frac{\sigma_b^2}{2T_B} + \frac{5}{(2T_B)^2} \text{Pgu}\left(\frac{f}{\frac{1}{2T_B}}\right) \right]$$

Le formant (= générateur) est identique à celui utilisé en NRZ.

$$\Rightarrow S_{\text{gg}}(f) = (2T_B)^2 V^2 \sin^2(\pi f 2T_B)$$

$\bar{b} = E[b] = \sum_{i=1}^N b_i p(b_i) = 0,25 \times (-2) + 0,25 \times (-1) + 0,25 \times 1 + 0,25 \times 2$

$\bar{b^2} = E[b^2] = 2,5$; $\sigma_b^2 = E[b^2] - (E[b])^2 = 2,5$

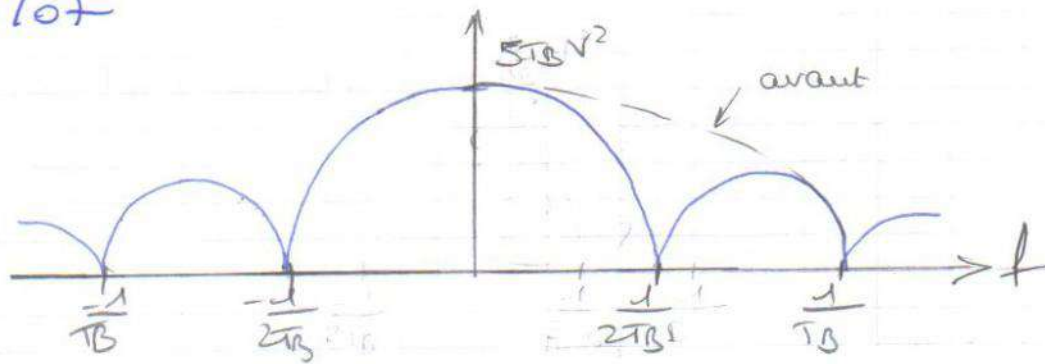
$$S_{\text{NRZ}}(f) = S_{\text{gg}}(f) \frac{\sigma_b^2}{2T_B}$$

$$S_{\text{NRZ}}(f) = \frac{5}{4T_B} V^2 \sin^2(2\pi f T_B)$$

$$S_{\text{NRZ}}(f) = 5 T_B V^2 \sin^2(2\pi f T_B)$$

SSNR f

16/01/07

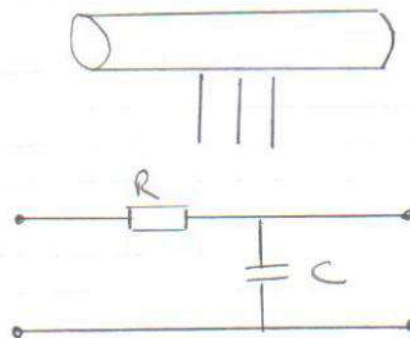
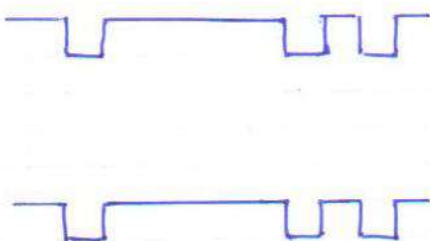


Bande passante infinie mais le 1er lobe
a diminué en occupation spectrale ($\frac{1}{2TB}$ au lieu de $\frac{1}{TB}$)

2.3. Débit doublé et la bande passante divisée par 2.
et débit binaire doublé = $\frac{2}{T}$ débit / symboles = $\frac{1}{T}$

2.4 Théoriquement oui, mais pratiquement difficulté
de discriminer les signaux utiles entre eux et
le bruit additif.

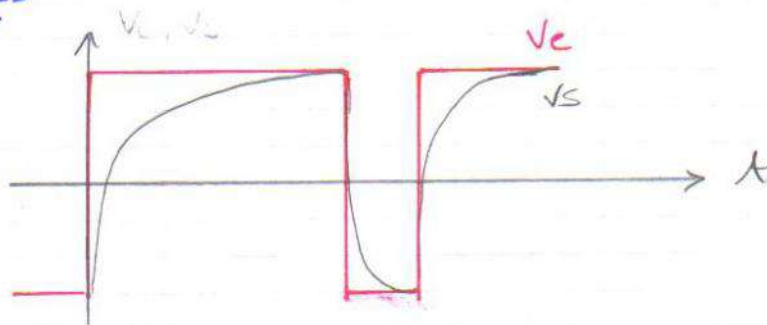
3) 3.1



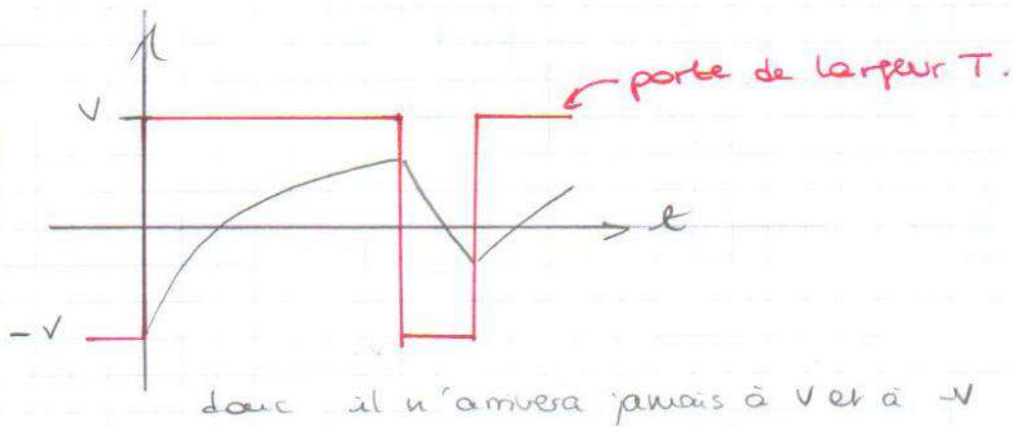
$$\tau = RC.$$

• 1er cas

$$\tau \ll T$$



2^e cas
 $\tau \gg T$
 (Haut débit)



3.2

Si $T \ll \tau$, on n'atteint jamais la valeur finale $\Rightarrow$ impossible de retrouver l'information initiale. $\forall T \ll \tau$, il y a atténuation.

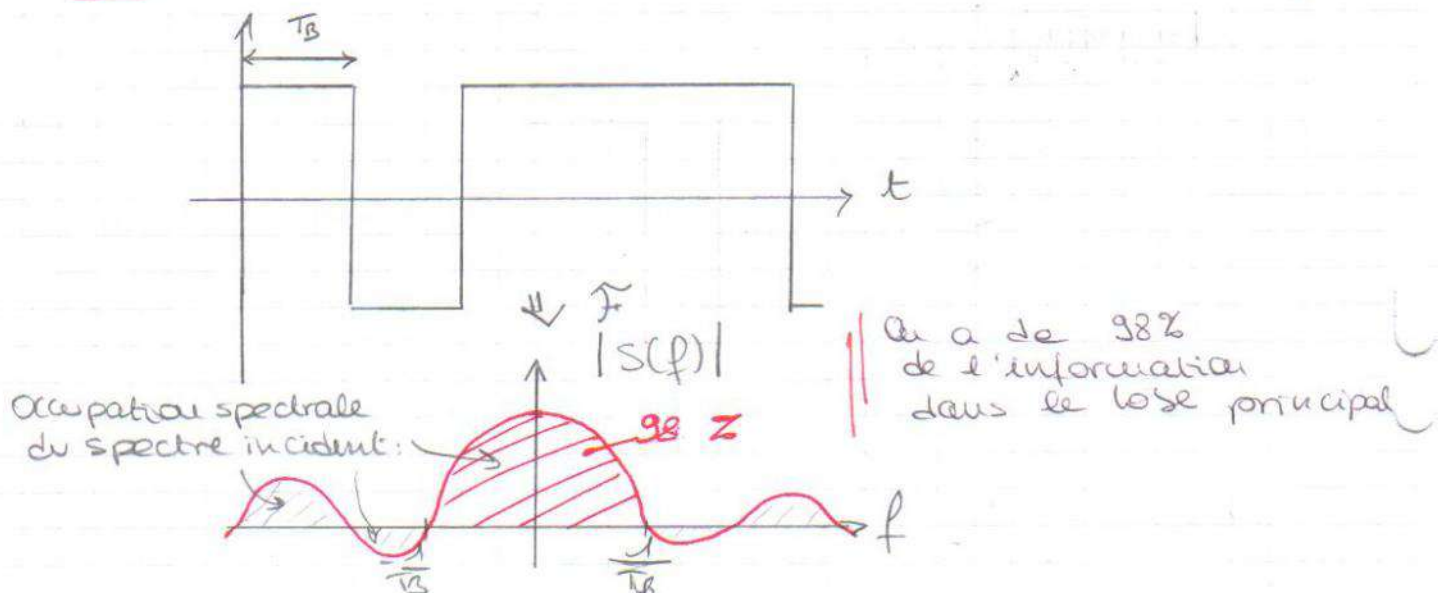
3.3.

Il faudrait une fct temporelle qui passe par 0 pour chaque période du signal binaire (Théorème de Nyquist)

$\Rightarrow$ porte de largeur T. en rose $\uparrow$

$\left\{ \begin{array}{l} \text{qd on passe du fréquentiel au temporel,} \\ \text{on utilise l'inverse de la Transfo de Fourier} \end{array} \right.$

3.4.

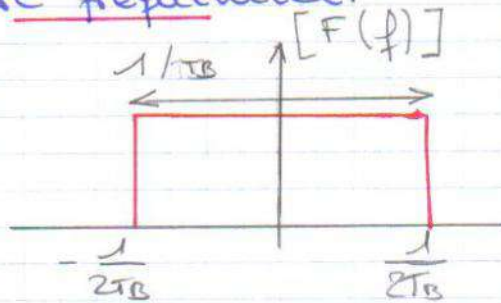


Si on veut garder 88% de $|S(f)|$, il faut en ^{causer} ^{avec} ^{un} ³
 passe-bas de fréquence de coupure:
 ↳ par garder QUE le lobe principal.

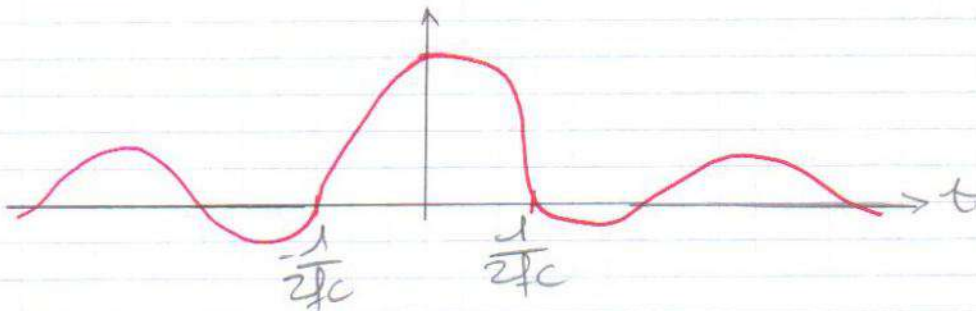
$$f_c = \frac{1}{T_B} \text{ en monolatéral } [0; +\infty[\rightarrow \text{soit la moitié du débit binaire}$$

$$f_c = \frac{1}{2T_B} \text{ en bilatéral }]-\infty; +\infty[$$

Filtre fréquentiel:



Filtre temporel



$$\Rightarrow \mu = \frac{1}{f_c} = T_c \text{ avec } T_c \ll T$$

cf p 36)

↳ Critère de Nyquist

μ = période du filtre

cf p 37)