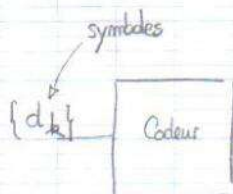


Communications Numériques / TD (Essence)
Codage numérique et transmission de signal réel filtrant
Sujet n°1

le 08/12/08

1) Codage "NRZ"

symboles $d_k \in \{0, 1\}$

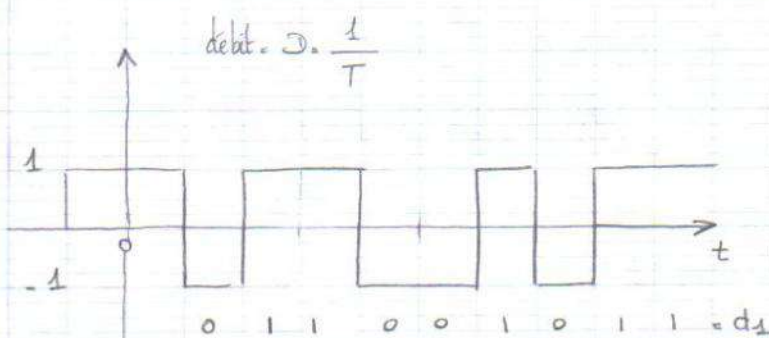


signal codé - tension électrique formée par le codeur

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} a_k g(t - kT)$$

1.1

Convention: commence à $-\frac{T}{2}$



$d_0 = 1$

Propriétés au cours du temps:

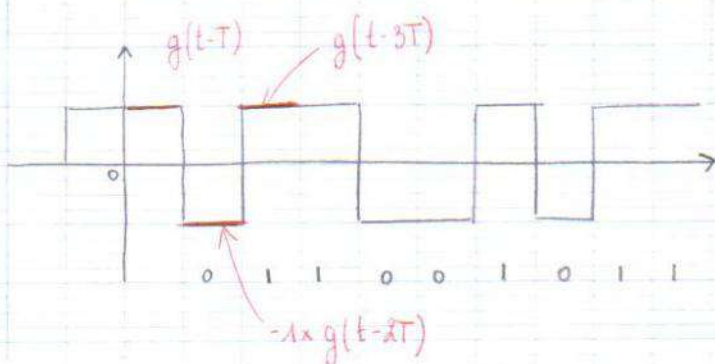
- $E(X(t)) = 0$ (moyenne au cours du temps du signal = 0)

1.2.1. $d_k \approx a_k \rightarrow \{0, 1\} \rightarrow \{+1\}$

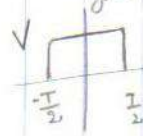
le signal codé Formule de Bonnet $\rightarrow$ calculer le spectre de x

$$x(t) = \sum_k a_k g(t - kT)$$

Pour calculer le spectre de x , il nous faut le spectre de g .



$g(t) = \text{le format}$



donc $g(t) = V$

Transformée de Fourier → décompose le signal en une somme de fréquences LTF

$$G(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} g(t) e^{-2i\pi ft} dt$$

est une porte : transformée de Fourier d'une porte → sinus cardinal

$$G(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} g(t) e^{-2i\pi ft} dt$$

$$G(f) = V \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} e^{-2i\pi ft} dt = \left[\frac{V e^{-2i\pi ft}}{-2i\pi f} \right]_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}}$$

$$= \frac{V e^{-2i\pi f \frac{T}{2}}}{-2i\pi f} - \frac{V e^{2i\pi f \frac{T}{2}}}{-2i\pi f}$$

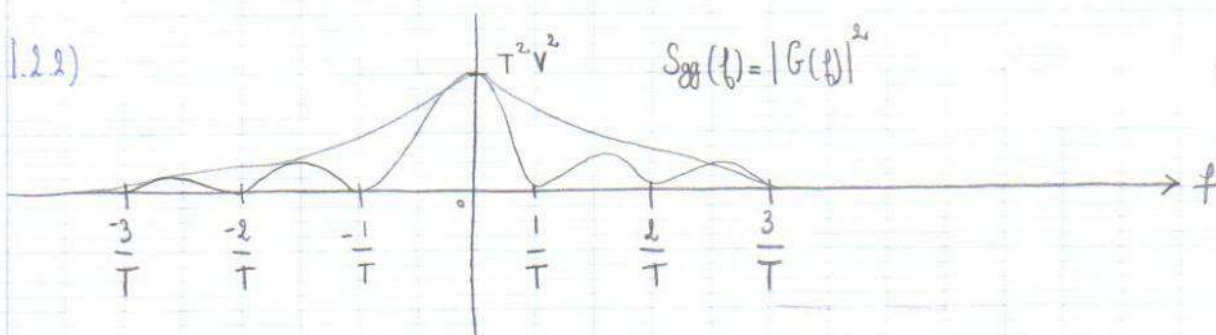
$$= \frac{-V \sin(\pi f T)}{-\pi f} = \frac{V \sin(\pi f T)}{\pi f} = TV \operatorname{sinc}(\pi f T)$$

On a donc $G(f) = TV \operatorname{sinc}(\pi f T)$

$$|G(f)|^2 = T^2 V^2 \operatorname{sinc}^2(\pi f T)$$

$\operatorname{sinc}(0) = 1$ $\operatorname{sinc}(n\pi) = 0 \quad n \in \mathbb{Z}^*$
--

1.2.2)



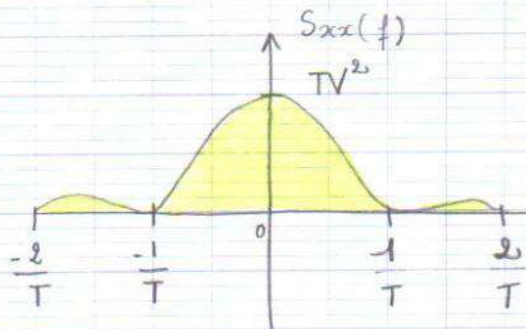
1.2.3) Densité spectrale ?

$$E(a_k) = 0 \quad \text{moyenne / espérance des } a_k \{ \pm 1 \} \quad \frac{1 + (-1)}{2} = 0$$

$$\text{Variance } (a_k) = \sigma^2 = E(a_k^2) - E(a_k)^2 = 1 - 0 = 1$$

Formule de Bennett

$$S_{xx}(f) = [T \cdot V \cdot \text{sinc}(\pi f T)]^2 \times \left[\frac{1}{T} + \frac{0}{T^2} \right] = T [V \cdot \text{sinc}(\pi f T)]^2$$



répartit° en fréquence de la puissance du signal.

Densité spectrale du signal.

1.2.4)

L'occupation spectrale occupée par le signal est infime → utilisation d'un filtre pour ne pas occuper toute la bande passante.

Moyenne nulle → peine de $S=0$



Augmenter le débit ($\frac{1}{T}$)
↓
diminuer la période

2) Codage « 2B1Q - NRZ » multiplication du débit → augmentat° largeur de bande (diminuer période)
→ augmentat° de la valeur du codage (+ de bits)

2.1)

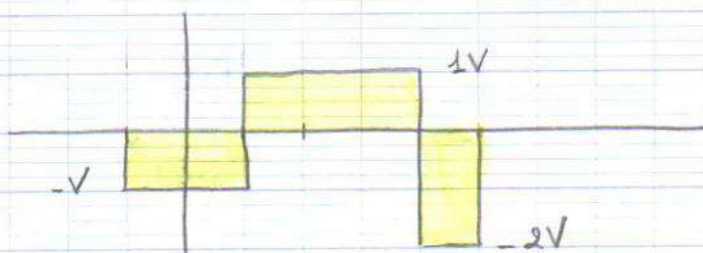
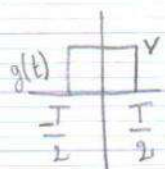
Utilisat° de couples de bytes dans b_k (avec 2 symboles)

$$\text{débit} = \frac{2}{T} \quad (\text{double le débit})$$

dk dk

0	0	-2
0	1	-1
1	0	1
1	1	2

b_k	0	1	2	3	4
01	10	10	10	10	00
-1	1	1	1	1	-2



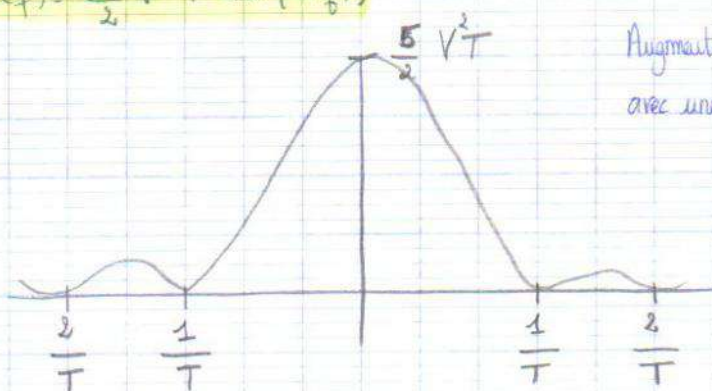
2.2)

$$E(b_k) = 0$$

$$\begin{aligned} \sigma^2(b_k) &= ? = E(b_k^2) - E(b_k)^2 = P(b_k^2=4) \times 4 + P(b_k^2=1) \times 1 - E(b_k)^2 \\ &= \frac{1}{2} \times 4 + \frac{1}{2} \times 1 - 0 \\ &= \frac{5}{2} \end{aligned}$$

$$S_{xx}(f) = \frac{5}{2} V^2 T \operatorname{sinc}^2(\pi f T)$$

2.3)



Augmentat° du débit par $\frac{5}{2}$ du débit
avec une même occupat° spectrale.

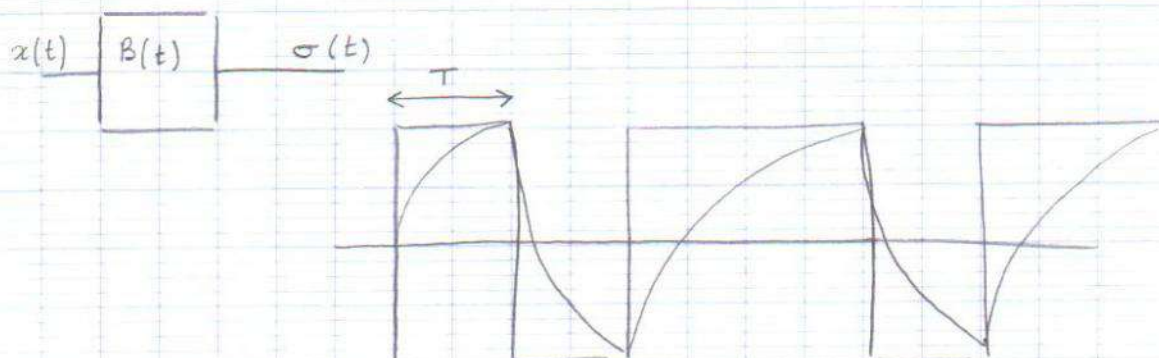
2.4)

Plus la valeur de σ plus on est sensible au bruit. (risque de confusion de données/fréquences)

compris entre ~~me~~ erreurs et débit



3) Filtrage et restitution.



$\Gamma(t)$
Ta RC
 $T \gg RC$

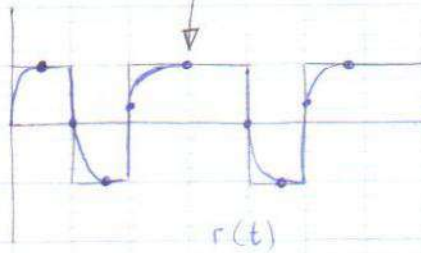
debit

$$D = \frac{1}{T}$$

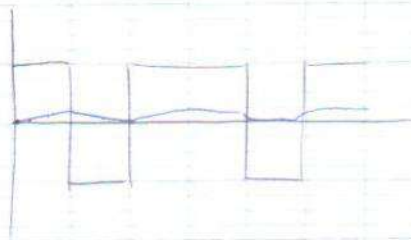
fréquence de coupure

$$\frac{1}{RC} = f_c \quad \text{or } T \gg RC \text{ donc } D \gg f_c$$

si $T \gg RC$ et $D \gg f_c$ alors pas de perte $\rightarrow$ cas favorable.



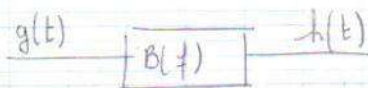
si $T \ll RC$ et $D \gg f_c \rightarrow$ cas très défavorable.



debit trop grand + fréquence de coupure trop basse
 $\downarrow$
 beaucoup de pertes, donc impossible de récupérer les infos

$$x(t) = \sum a_k g(t - kT)$$

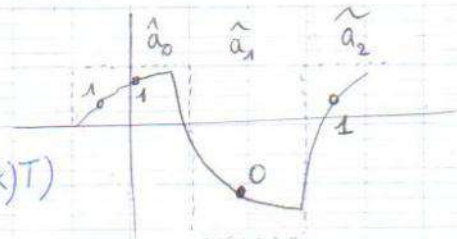
$$r(t) = \sum a_k h(t - kT)$$

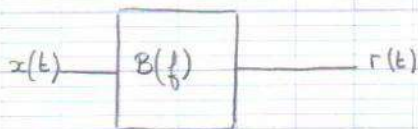


Pour récupérer $\hat{a}_l = r(lT)$

$$r(lT) = \sum a_k h((l-k)T)$$

$$a_l h(0) + \sum_{k \neq l} a_k h((l-k)T)$$





$$x(t) = \sum_k a_k g(t - kT)$$

$$x(t) = \sum_k a_k g(t - kT) = a_l \sum_k g(t - kT)$$

$$g(t - kT) = \begin{cases} V & \text{si } k=l \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

g : créneau parfait qui vaut V pour $-\frac{T}{2} \leq t \leq \frac{T}{2}$

$$r(t) = \sum_k a_k h(t - kT)$$

$$= a_l h(t) + \sum_{k \neq l} a_k h(t - kT)$$

$$h(t - kT) = 0 \text{ si } t - kT < 0$$

$$r(t) = a_l h(t) + \underbrace{\sum_{k < l} a_k h(t - kT)}_{\text{interférence intersymbole}} = \underbrace{a_l h(t)}_{\text{info à transmettre } (a_l)} + \underbrace{\sum_{k > l} a_k h(t - kT)}_{\text{symboles précédents qu'on veut se débarrasser (risque de brouillage de notre info)}}$$

Si $RC \gg T$

$$h(kT) \approx h(0)$$

$$r(t) = (a_l + \sum_{k > l} a_k) h(0)$$

Si $RC \ll T$ $h(t)$ nul après $T/2$

$$h(kT) = 0 \text{ si } k > 1$$

$$r(t) = a_l h(t)$$

→ on peut pas avoir un g parfait car on a pas une bande infinie.

Si la bande du signal est grande } oblige à avoir des créneaux parfaits

$$h(t) = 0 \text{ pour } t \geq T$$

Si la bande limitée, on peut s'arranger

$$h(t) = 0 \text{ si } t = kT \text{ } k > 1$$

$$h(t) \text{ "idéal"} = 0 \text{ si } t = kT$$

Sinus Cardinal : $\text{sinc}\left(\frac{\pi t}{T}\right) = h(t)$

