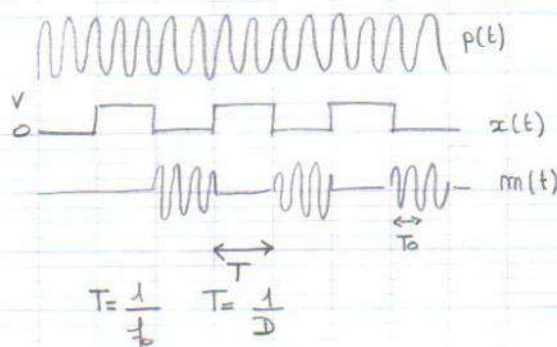


1) Modulation "QAM"

modulation d'amplitude d'une porteuse:

porteuse: $\cos(2\pi f_0 t)$ ← contient des constantes: aucune infos pour le moment $m(t) = x(t) \cos(2\pi f_0 t)$ ← on fait varier l'amplitude de la porteuse avec notre signal $x(t)$ avec $x(t) = \sum_k a_k g(t - kT)$ exemple: OOK $a_k \in \{0, 1\}$ 

modulation de phase

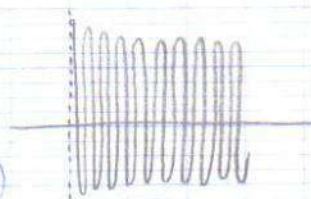
$$m(t) = \cos(2\pi f_0 t + x(t))$$

$$x(t) = \sum_k a_k g(t - kT)$$

$$\text{ex: } -\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}, -\frac{3\pi}{4}$$

$$12) m(t) = x(t) \cos(2\pi f_0 t + y(t))$$

$$m(t) = x(t) \times [\cos(2\pi f_0 t) \cos(y(t)) - \sin(2\pi f_0 t) \sin(y(t))]$$

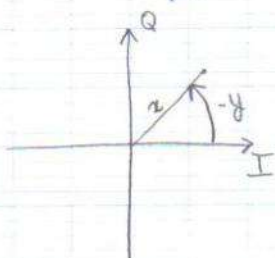


$$m(t) = x(t) \cos(2\pi f_0 t) \cos(y(t)) - x(t) \sin(2\pi f_0 t) \sin(y(t)) \quad \text{on pose: } I(t) = x(t) \cos(y(t)) \text{ et } Q(t) = x(t) \sin(y(t))$$

$$m(t) = I(t) \cos(2\pi f_0 t) - Q(t) \sin(2\pi f_0 t)$$

$$I = x \cos y$$

$$Q = -x \sin y$$



$$\cos(a+b) = \cos(a)\cos(b) - \sin(a)\sin(b)$$

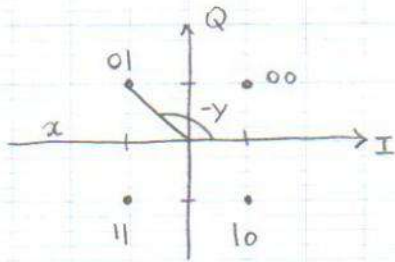
Sur une période T $I(t)$ et $Q(t)$ sont porteuses d'informations (pas nécessairement la même info)

I +1 -1 +1 -1

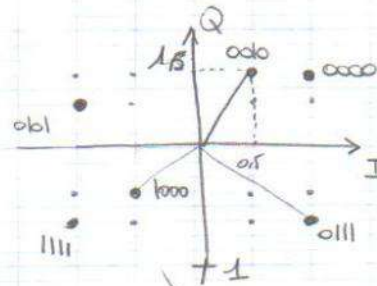
Q +1 +1 -1 -1

étiquetage arbitraire $\rightarrow$ 00 01 10 11

Constellation



QAM-4

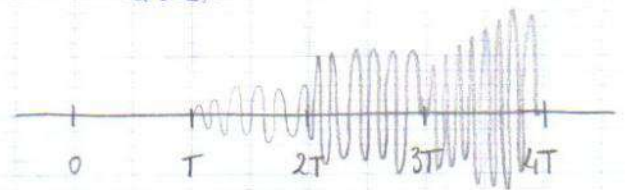


QAM-16

Sur une période donnée de longueur T sur laquelle est transmis 4 bit

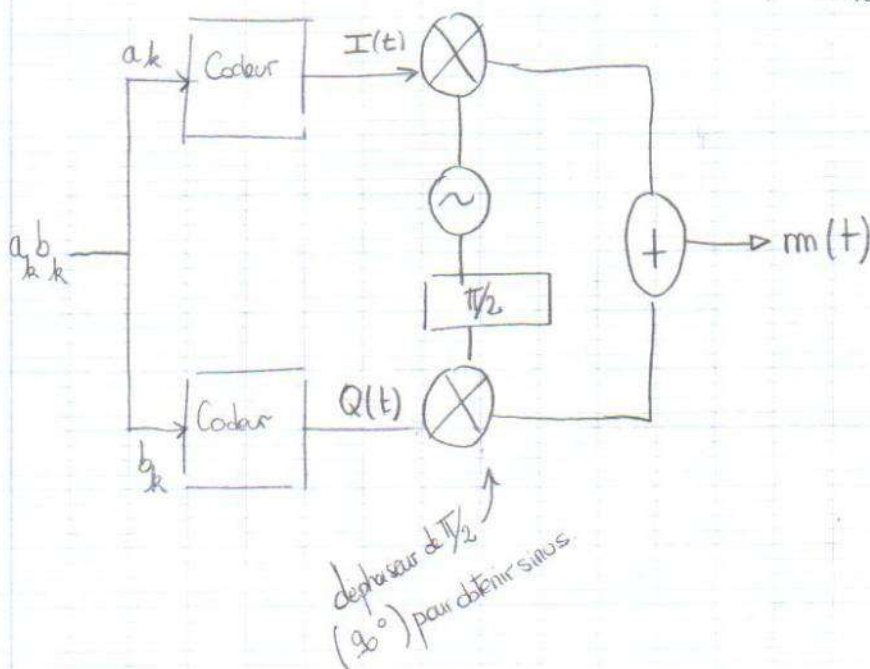
0010 $\rightarrow I = 0,5$

$Q = 1,5$



1000 0010 0111

Schema de modulation

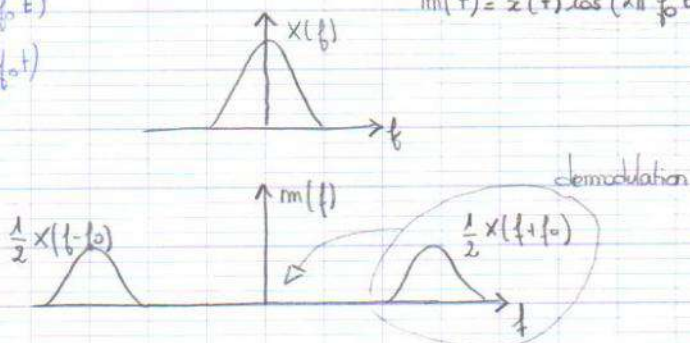


Obtenir a_k et b_k (par le biais de $I(t)$ et $Q(t)$) $\Rightarrow$ Demodulation (élimination de la portuse)

$$r_I(t) = m(t) \cos(2\pi f_0 t)$$

$$r_Q(t) = m(t) \sin(2\pi f_0 t)$$

$$m(t) = x(t) \cos(2\pi f_0 t)$$



$$\cos(2a) = \cos^2 - \sin^2$$

$$= 2\cos^2 - 1$$

$$\cos^2 = \frac{\cos 2a + 1}{2}$$

$$r_I(t) = m(t) \cos(2\pi f_0 t)$$

$$= x(t) \cos(2\pi f_0 t) \cos(2\pi f_0 t)$$

$$= [I \cos(2\pi f_0 t) + Q \sin(2\pi f_0 t)] \cos(2\pi f_0 t)$$

$$= I(t) \cos^2(2\pi f_0 t) + Q(t) \cos(2\pi f_0 t) \sin(2\pi f_0 t)$$

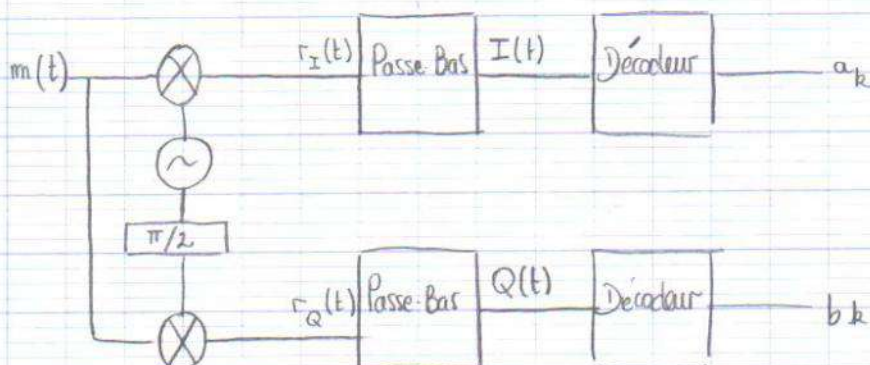
$$= \frac{I(t)}{2} \cos(4\pi f_0 t) + \frac{Q(t)}{2} \sin(4\pi f_0 t) + \frac{1}{2} I(t)$$

$$\sin(2a) = 2\cos a \sin a$$

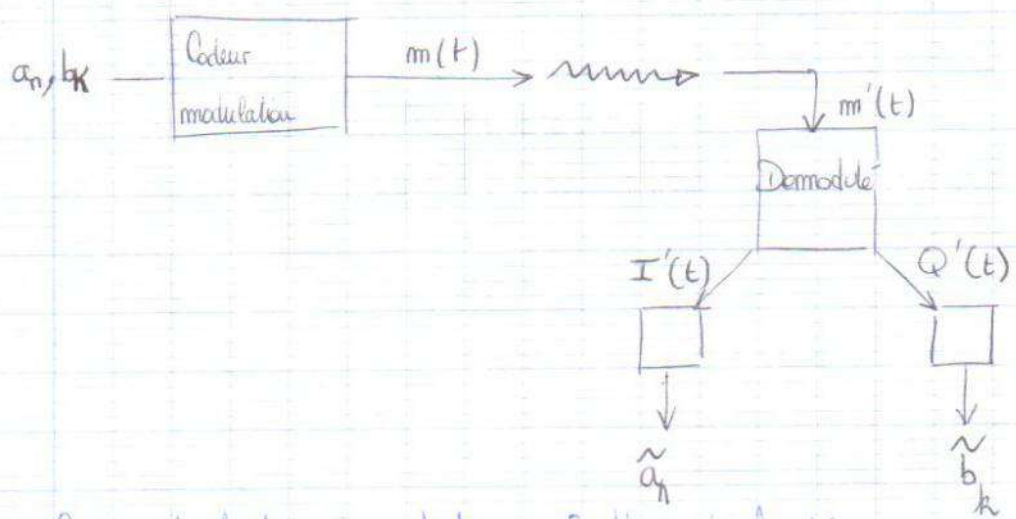
$$\cos \sin = \frac{\sin 2a}{2}$$

$$\tilde{r}_I(t) = \frac{I(t)}{2} \text{ (dans un filtre passe bas)}$$

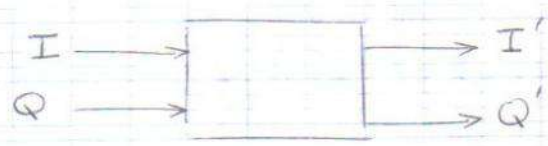
Schéma de
demodulation



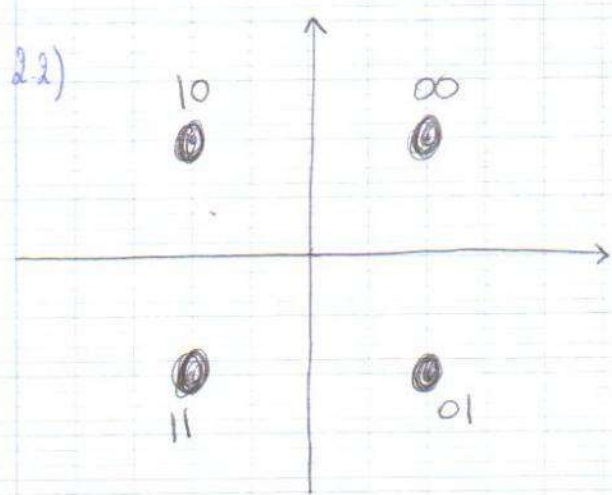
2) Bruit et Décision.



On assimile le bruit à une boîte noire. On obtient alors le schéma suivant.



2.1)



Effet sur la constellation → les points sont plus gros (nuage de points) à cause du bruit et de l'incertitude.

$N_b/2$: puissance du bruit

Nuage de points dépend de l'importance de la puissance du bruit

Constellation. Sur la période $(kT, kT+T)$

$$m(t) = I \cos(2\pi f_0 t) + Q \sin(2\pi f_0 t)$$

bruit
blanc.

$$\begin{aligned} 2.3) \quad m'(t) &= m(t) + b(t) \\ &= m(t) + \underbrace{n'(t) \cos(2\pi f_0 t + n''(t))}_{\text{bruit modulé en amplitude.}} \end{aligned}$$

$$= I'(t) \cos(2\pi f_0 t) + Q'(t) \sin(2\pi f_0 t)$$

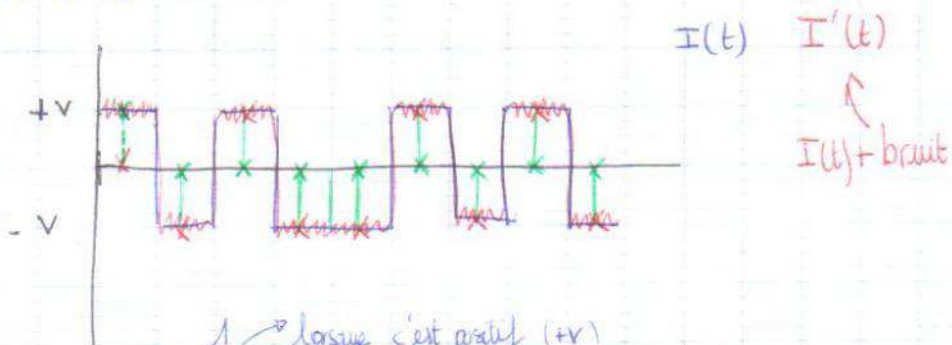
$$\begin{aligned} &= I'(t) \cos(2\pi f_0 t) + Q'(t) \sin(2\pi f_0 t) + n'(t) \cos(2\pi f_0 t + n''(t)) \\ &= m(t) + n'(t) \cos(n''(t)) \cos(2\pi f_0 t) - n'(t) \sin(2\pi f_0 t) \sin(n''(t)) \\ &= (I(t) + n'(t) \cos(n''(t))) \cos(2\pi f_0 t) + (Q(t) - n'(t) \sin(n''(t))) \sin(2\pi f_0 t) \\ &= I'(t) \cos(2\pi f_0 t) + Q'(t) \sin(2\pi f_0 t) \end{aligned}$$

identification:

$$I'(t) = I(t) + n'(t) \cos(n''(t))$$

$$Q'(t) = Q(t) + n'(t) \sin(n''(t))$$

Forme de I et Q → des créneaux



1 → lorsque c'est positif (+V)

0 → lorsque c'est négatif (-V)

1 → $I'(t)$ plus proche de +V ou -V

0 →

plus

On décide que $\hat{a}_k = 1$ si I' est plus proche de 1 que de -1

Si on décide que $\hat{a}_k = 0$

C'est à dire

$$I' > 0 \rightarrow \hat{a}_k = 1$$

$$I' \leq 0 \rightarrow \hat{a}_k = 0$$

Probabilité d'erreur $\rightarrow \hat{a}_k \neq a_k = P_e$

$$P_e = \left\{ \left(\hat{a}_k = 0 \text{ et } a_k = 1 \right) \text{ ou } \left(\hat{a}_k = 1 \text{ et } a_k = 0 \right) \right\} \leftarrow \text{deux événements disjoints}$$

$$P_e = P\left\{ \hat{a}_k = 0 \text{ et } a_k = 1 \right\} + P\left\{ \hat{a}_k = 1 \text{ et } a_k = 0 \right\} \leftarrow \text{somme des probabilités}$$

$$P_e = P\{I' \leq 0 \text{ et } I \geq 1\} + P\{I' > 0 \text{ et } I \leq -1\}$$

$$= P(I' \leq 0 | I=1) \times P(I=1) + P(I' > 0 | I=-1) \times P(I=-1)$$

car $I' = I + N_1$

$$= P\{N_1 \leq -1 | I=1\} P(I=1) + P\{N_1 \geq 1 | I=-1\} P(I=-1)$$

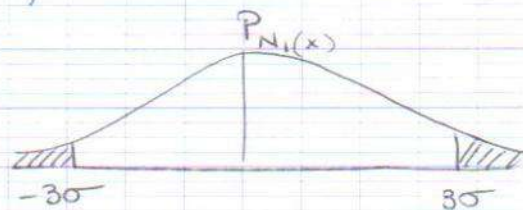
par indépendance de I et N_1 car :

$$= P\{N_1 \leq -1\} P\{I=1\} + P\{N_1 \geq 1\} P\{I=-1\}$$

$$= \frac{1}{2} P\{|N_1| \geq 1\}$$

① dans l'énoncé on a $P\{|N_1| \geq 3\sigma\} = 0,01$

Donc $\frac{1}{2} P\{|N_1| \geq 1\} \approx \frac{1}{2} \times 0,01 = 5 \cdot 10^{-3}$



PEB = 0,005

Probabilité d'erreur symbole + binaire.

↖ beaucoup trop grand - ne permet pas une transmission fiable.