

Sujet 1 : Codage Numérique en bande de base

1. Codage NRZ.

(a) $\mathcal{X}_k = \{0, 1\}$.



signal $\rightarrow$ variat° d'1 mesure φ
 débit brut = ici débit bin° = $1/T$.
 NRZ: antipol°.

(b) Ptes intéressantes: moyenne du signal est nulle, les symb sont équiprobables.

$$\text{moy} = \frac{1}{\Delta} \int_{t_1}^{t_1+\Delta} x(t) dt \xrightarrow{\Delta \rightarrow +\infty} 0 \quad (x(t) \text{ est un signal aléatoire})$$

$\Rightarrow E(x(t_i)) = 0$ moyenne sur un tps t_i .

moyenne = 0 $\Rightarrow$ pas de raie spectrale en 0.

$$\begin{aligned} \text{TF} \quad X(f) &= \int_{\mathbb{R}} x(t) e^{-2\pi j f t} dt & \text{TFI} \quad x(t) &= \int_{\mathbb{R}} X(f) \underbrace{e^{2\pi j f t}}_{\substack{\text{pulse} \\ \text{à la fréq } f}} df \end{aligned}$$

Probl qd on va vouloir calculer la TF de $x(t) \rightarrow$ il est aléatoire.

DSP: $S_{xx}(f) = E(|X(f)|^2)$ (car réparti° en fct de la fréq de la puis du signal)

$$\begin{aligned} x(t) \xrightarrow{C(f)} y(t) \quad y(t) &= x(t) * C(f) \quad \text{en fréq la convolut°} \Leftrightarrow \text{multiplicat°} \\ \rightarrow Y(f) &= X(f) \cdot C(f) \end{aligned}$$

$$S_{yy}(f) = S_{xx}(f) \cdot |C(f)|^2$$

• Formule de Bennett simplifié $\rightarrow$ a_k indépendants entre eux

$$S_{xx}(f) = |G(f)|^2 \left[\frac{x_a^2}{T} + \frac{m_a^2}{T^2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} S(f - \frac{n}{T}) \right]$$

On peut l'utiliser qd $x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k g(t - kT)$

$$\left(\begin{aligned} S_{xx}(f) &= |G(f)|^2 \left[\frac{\sigma_a^2}{T} + \frac{m_a^2}{T^2} \sum S(f - \frac{n}{T}) \right] \\ x(t) &= \sum_{k=-\infty}^{+\infty} a_k g(t - kT) \end{aligned} \right)$$

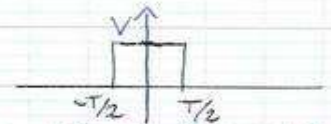
$$a_k = \pm 1 \quad \left\{ \begin{array}{l} a_k = 0 \rightarrow a_k = -1 \\ a_k = 1 \rightarrow a_k = 1 \end{array} \right.$$

Représentat° de $g(t)$

$\rightarrow$



artifice



ce décalage ne modifie pas le module, modif la phase de la FT.

$g(t)$ devient paire, donc $b_k = 0$,

donc pas de partie Imagin°.

$$G(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} g(t) e^{-2j\pi f t} dt$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow G(f) &= \int_{-\infty}^{-T/2} 0 + \int_{-T/2}^{T/2} V e^{-2j\pi f t} + \int_{T/2}^{+\infty} 0 = V \left[\frac{1}{-2j\pi f} e^{-2j\pi f t} \right]_{-T/2}^{T/2} \\ &= \frac{-V}{2j\pi f} (e^{-j\pi f T} - e^{j\pi f T}) = \frac{-V}{2j\pi f} (\cos(\pi f T) - j \sin(\pi f T) - \dots) \end{aligned}$$

$$\sin(0) \approx 1$$

$$G(f) = \frac{V}{\pi f} \sin(\pi f T) = \boxed{VT \operatorname{sinc}(\pi f T)}$$

$$m_a = E(A_k)$$

A_k : variable aléatoire.

$$\sigma_a^2 = E(A_k^2) - E(A_k)^2 \quad (t_k > 0)$$

Esprance $\rightarrow$ moy pondérée des échantillons (* par leur proba d'apparition)

$$m_a = -1 \times 1/2 + 1 \times 1/2 = 0$$

$$E = \sum a_k p_k \approx$$

$$\sigma_a^2 = 1 \times 1/2 + 1 \times 1/2 = 1$$

$m_a = 0$, le signal n'est pas autoporteur de l'horloge.

$$\Rightarrow S_{xx}(f) = |VT \operatorname{sinc}(\pi f T)|^2 \left(\frac{1}{T} \right) = \boxed{T V^2 |\operatorname{sinc}(\pi f T)|^2}$$

le Π d'une fct par un Dirac centré en f_0 c'est ce Dirac multiplié par la valeur de la fct en f_0

$$S_{xx}(f) = \frac{\sigma_a^2}{T} |G(f)|^2 + \frac{m_a^2}{T^2} |G(f)|^2 \sum S(f - \frac{n}{T})$$

$$\Rightarrow S_{xx}(f) = \frac{\sigma_a^2}{T} |G(f)|^2 + \frac{m_a^2}{T^2} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} |G(\frac{n}{T})|^2 S(f - \frac{n}{T})$$

$$S_{xx}(f) = V^2 T \operatorname{sinc}^2(\pi f T)$$

pr $f=0 \rightarrow \operatorname{sinc}(0)=1$



$$h \in \mathbb{Z}^+ \quad \sin \text{ s'annule pr : } \pi f T = h \pi \Leftrightarrow f = \frac{h}{T}$$

spectre paire car $f \in \mathbb{R}$ donc on trace pr $f > 0$.

• Support du spectre signal ∞ .

• Majorité du signal entre $[0; 1/T]$ pr la calculer $\Rightarrow$ calcul de l'aire.

Qd on $\uparrow$ $R = 1/T$, on $\uparrow$ l'occupatⁿ spectrale. La bande de fréq dispo sur le canal va limiter l'augmentatⁿ du débit brut.

07.12.11

• On peut $\uparrow$ le débit bin^a, en $\uparrow$ le nb de symb $\neq$.

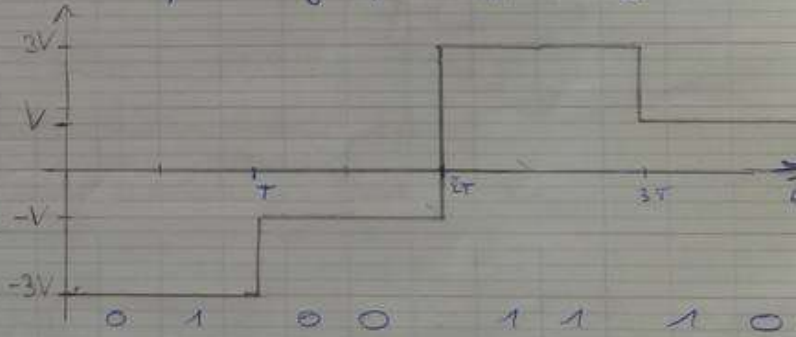
2. Codage 2B1Q - NRZ

L'IES apparaît qd le débit brut dépasse la bande de fréq dispo. Au lieu de l' $\uparrow$, on $\uparrow$ le nb de valence.

$\alpha_{k1} \alpha_{k2}$	b_k
0 1 0	-3
0 0 1	-1
1 0 1	1
1 1 0	3

↑
morder

antipel^a $\rightarrow$ sym par rapport à zéro.



Codage de Gray
 $\downarrow$
on échange qu'un.

$$x(t) = \sum_k b_k g(t - kT)$$

symb^{les} b_k indépendants $\Rightarrow$ formule Bennett simplifiée possible

$$S_{xx}(f) = |G(f)|^2 \left[\frac{\sigma_a^2}{T} + \frac{m_a^2}{T^2} \sum_{n \neq 0} S(f - \frac{n}{T}) \right]$$

$$\sigma_a^2 = E(b_k^2) - E(b_k)^2 = (9 \times 1/4 + 1 \times 1/4 + 1 \times 1/4 + 9 \times 1/4) - 0 = 5$$

$$|G(f)|^2 \text{ indifférent} = T V^2 \operatorname{sinc}^2(\pi f T)$$

$$\Rightarrow S_{xx}(f) = 5 \cdot V^2 T \operatorname{sinc}^2(\pi f T)$$