

## L3 – Devoir d'Optimisation et Complexité – 14 février 2012 (1 heure)

*Les documents, calculatrices et téléphones ne sont pas autorisés*

Attention ! Le but n'est pas de résoudre les exercices "avec les mains" (par exemple, par une énumération exhaustive des solutions), mais d'appliquer les techniques étudiées en cours, permettant la résolution de problèmes de dimensions bien supérieures. La rédaction doit permettre au correcteur de suivre la démarche utilisée.

### Exercice 1 : Programmation dynamique

Un randonneur veut remplir son sac à dos en maximisant la valeur nutritive du sac sans dépasser un poids de 15 kg. Il dispose de 3 aliments avec les caractéristiques suivantes :

| aliment                          | 1  | 2  | 3  |
|----------------------------------|----|----|----|
| poids $p_i$ par unité (kg)       | 6  | 3  | 9  |
| valeur nutritive $c_i$ par unité | 15 | 10 | 35 |

- 1) Si  $x_1, x_2, x_3$  désignent le nombre de boîtes de chaque aliment à choisir, exprimer la fonction économique (à optimiser) et la contrainte en fonction de ces trois variables.
- 2) Quelles seront les phases de choix ? Tracer le graphe représentant le problème.
- 3) Résoudre en utilisant la programmation dynamique.

### Exercice 2 : Ordonnancement MPM

| nom      | opération                                      | durée (mois) | tâches pré requises |
|----------|------------------------------------------------|--------------|---------------------|
| <i>a</i> | construction des voies d'accès                 | 4            | -                   |
| <i>b</i> | travaux de terrassement                        | 6            | <i>a</i>            |
| <i>c</i> | construction des bâtiments administratifs      | 4            | -                   |
| <i>d</i> | commande de matériel électrique                | 12           | -                   |
| <i>e</i> | construction de la centrale                    | 10           | <i>b, c, d</i>      |
| <i>f</i> | construction du barrage                        | 24           | <i>b, c</i>         |
| <i>g</i> | installation des galeries et conduites forcées | 7            | <i>a</i>            |
| <i>h</i> | montage des machines                           | 10           | <i>e, g</i>         |
| <i>i</i> | essais de fonctionnement                       | 3            | <i>f, h</i>         |

Le projet de construction d'un barrage comprend 9 tâches liées entre elles par des contraintes, selon le tableau ci-dessus.

- 1) Quelles sont les différences entre la méthode d'ordonnancement MPM et la méthode PERT ?
- 2) Calculer les rangs des tâches.
- 3) Construire le graphe MPM de cet ordonnancement.
- 4) Calculer les dates de début au plus tôt et au plus tard de chaque tâche. En déduire la durée du projet, les tâches critiques et le chemin critique.
- 5) Quelles sont les différentes marges que l'on peut calculer pour chaque tâche et leur signification ? Calculer ces marges.