

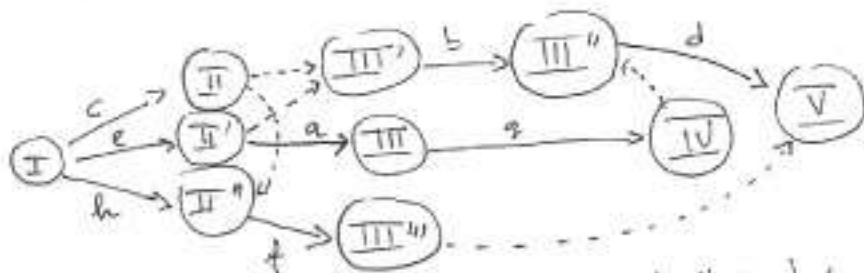
Exercice 1

x	a	b	c	d	e	f	g	h
$P(x)$	e	c, e	-	b, f, g	-	c, h	a	-
durée	3	15	3	2	4	21	16	5
$P(a)$	-	-	-	c, e, a	-	-	e	-
$P(h)$	e	c, e	-	b, g	-	c, h	a	-

$\Rightarrow$ on peut éliminer $P(d)=c$

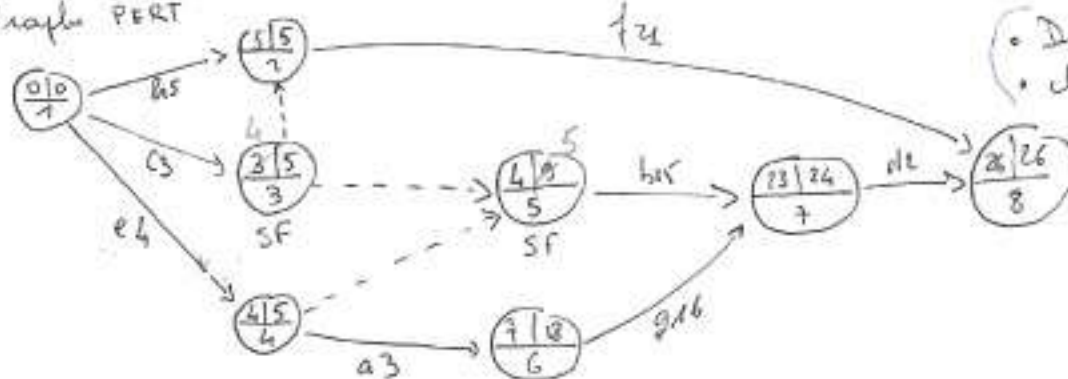
a) Construction du graphe

niveau	0	1	2	3
tâches	c, e, h	a, b, f	g	d



graphe intermédiaire: on peut supprimer (réduire) des arcs fictifs: $II - II'$ et $III'' - V$

Graphes PERT



- Durée du projet: 26
- chemin critique: $0 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 7 \rightarrow 26$ (2 tâches critiques)
- date au plus tôt et au plus tard: cf. graphique

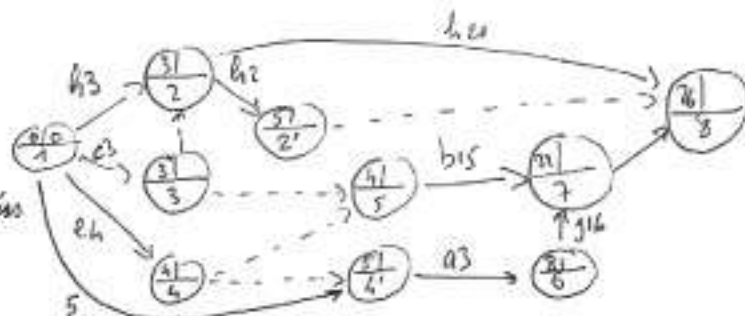
	a	b	c	d	e	f	g	h
T_i	4	4	0	23	0	5	7	0
T_f	5	9	2	24	1	5	8	0
Π_i	1	5	2	1	1	0	1	0
m_i	0	4	1	1	0	0	0	0
p_i	0	3	1	0	0	0	0	0

Attention sommets p_i et T_i
 $T_i^a = T_i^f$ ou $T_i^a = 5$

b) Modifications: f peut commencer quand h est réalisé ou 3/5
à début au + tôt 5 mois après début

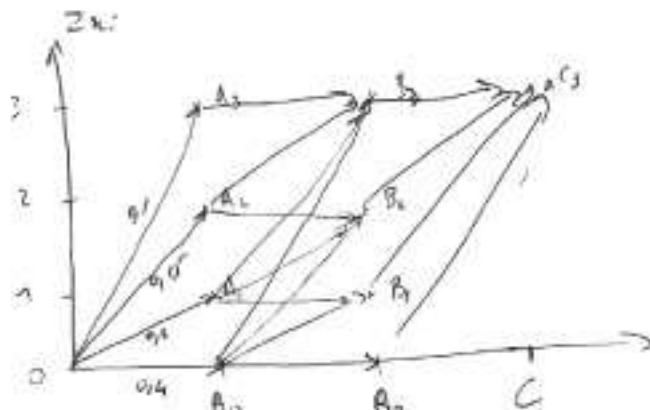
Nouveau PERT

nouveaux durées
nouveaux liens



b) Programmation dynamique : problème de décisions séquentielles
 x_i : nombre de chercheurs affectés à l'étape i

l'état du système correspond à la somme des chercheurs affectés $= \sum_i n_i$



On doit minimiser la probabilité
totale de l'échec.

1^{er} Plan
Cher de ma

$$\begin{aligned} OA_0 &= 0,6 \\ OA_1 &= 0,2 \\ OA_2 &= 0,15 \\ OA_3 &= 0,1 \end{aligned}$$

une chose
chose de 20

$$\begin{aligned} OA_0B_0 &= 0,4 \times 0,6 = 0,24 \\ OA_1B_1 &= 0,6 \times 0,4 = 0,24 \\ OA_1B_1 &= 0,2 \times 0,6 = 0,12 \\ OA_0B_2 &= 0,4 \times 0,2 = 0,08 \\ OA_1B_2 &= 0,2 \times 0,4 = 0,08 \\ OA_2B_2 &= 0,5 \times 0,6 = 0,09 \\ OA_0B_3 &= 0,4 \times 0,09 = 0,036 \\ OA_1B_3 &= 0,2 \times 0,2 = 0,04 \\ OA_2B_3 &= 0,15 \times 0,4 = 0,06 \\ OA_3B_3 &= 0,1 \times 0,6 = 0,06 \end{aligned}$$

3^eme Phase
claire de la

$$\begin{aligned} P(A_1, B_1, C_1) &= 0,24 \times 0,3 = 0,072 \\ P(A_1, B_1, C_2) &= 0,12 \times 0,1 = 0,012 \\ P(A_1, B_1, C_3) &= 0,08 \times 0,6 = 0,048 \\ P(A_1, B_2, C_1) &= 0,036 \times 0,8 = 0,0288 \end{aligned}$$

la solution optimale est $x_A = 0$
la meilleure solution est $x_B = 3$
 $x_C = 0$

Exercice 3-

Exercice 3.

1. Processus homogène (donc λ indépendant de t) $\rightarrow$ seule compte la durée de l'expérience
ici t : $P_n(t) = \frac{(\lambda t)^n}{n!} \exp(-\lambda t)$

2. a. $P_2(OL) = 2\Delta t$

b. $P_0(t) = 1 - \lambda t$

exp (-1)

2^{ème} q: Attention lors de la correction, plusieurs notations différentes sont possibles. Il est bien que la probabilité que deux

b. $P_0(10) = 1 - 10\lambda$ -1 sont possibles
c. Δt est choisi (pour définition) suffisamment petit pour que la probabilité que deux événements se produisent sur Δt soit nulle $\approx (2\lambda)^{n-1}$

$$3. \bar{n}(t) = \sum_{n=1}^{\infty} n P_n(t) = \sum_{n=1}^{\infty} n \frac{\lambda t (\lambda t)^{n-1}}{n(n-1)!} \exp(-\lambda t) = \lambda t \exp(-\lambda t) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(\lambda t)^{n-1}}{(n-1)!} = \lambda t \exp(-\lambda t) \exp(\lambda t) = \lambda t$$

Exercice 3 (suite)

(3)

Le nombre moyen d'événements entre 0 et t est donc proportionnel à la durée d'expérience.

$$\sigma_t^2 = E(n^2) - \bar{n}(t)^2 = \lambda t$$

4. Soit τ la durée de l'intervalle : "l'événement I de position θ^* est la même que

"aucun événement ne se produit entre 0 et θ^* "

$$\Rightarrow \Pr(I > \theta) = \Pr(\theta) = \exp(-\lambda \theta)$$

C'est une loi exponentielle associée au processus de Poisson. On a donc $f(\theta) = \Pr(I < \theta) = 1 - \exp(-\lambda \theta)$

$$\text{et } f(\theta) d\theta = \Pr(\theta < \tau < \theta + d\theta) = \lambda f(\theta) = \lambda \exp(-\lambda \theta)$$

$$\text{Par suite } \bar{\theta} = \int_0^{\infty} \theta f(\theta) d\theta = \int_0^{\infty} \lambda \theta \exp(-\lambda \theta) d\theta$$

$$\text{En posant } \lambda \theta = x \text{ et } d\theta = \frac{1}{\lambda} dx \text{ on a } \bar{\theta} = \frac{1}{\lambda} \int_0^{\infty} x e^{-x} dx$$

$$\text{Mais en intégrant par parties } \int_0^{\infty} x d(-e^{-x}) = (x e^{-x})_0^{\infty} + \int_0^{\infty} e^{-x} dx = 1$$

$$\Rightarrow \bar{\theta} = \frac{1}{\lambda}$$

5. La loi est continue : les événements qui se sont produits avant t ne conditionnent pas les probabilités des événements survenant après

$$\Rightarrow \bar{r} = \frac{1}{\lambda}$$

