# L'3 – Devoir de Recherche Opérationnelle - janvier 2012

**Durée : 2 heures**

***Les documents, les calculatrices et les téléphones portables ne sont pas autorisés***

Question de cours / TD : problème de transport

Soit le programme de transport défini par le tableau des coûts $c_{ij}$, les demandes $b_j$ et les disponibilités $a_i$ suivants :

| | A | B | C | D | $a_i$ |
|---|---|---|---|---|---|
| a | 11 | 12 | 10 | 10 | 60 |
| b | 17 | 16 | 15 | 18 | 30 |
| c | 19 | 21 | 20 | 22 | 90 |
| $b_j$ | 50 | 75 | 30 | 35 | |

1. Modifier le programme de façon à ce que la somme des demandes soit égale à la somme des disponibilités.
2. Donner une solution de base en utilisant la méthode du coin Nord-Ouest, puis celle de Balas-Hammer.
3. Trouver la solution optimale par l'algorithme du stepping-stone.

Exercice 1 : File d'attente chez un médecin

Un médecin a observé que la durée moyenne d'une consultation est de 15 minutes. Il se dit qu'en convoquant ses patients à des heures fixées, séparées par des intervalles de 20 minutes, il verra décroître l'occupation de son salon. La durée des consultations suit une loi exponentielle de paramètre $\mu$ et la loi d'arrivée des clients, qui ont toujours une bonne raison pour arriver en retard, suit une loi de Poisson de paramètre $\lambda$.

1. Que valent $\mu$ et $\lambda$ ?
2. Donner la notation de Kendall de cette file d'attente (on supposera que la taille de la salle d'attente n'est pas limitante).
3. Quel est le temps moyen d'attente ?
4. Quelle est la probabilité que la salle d'attente soit vide ?
5. Exprimer la probabilité qu'il y ait n personnes dans le salon d'attente. En déduire la probabilité qu'il y ait une puis deux personnes qui attendent.
6. Calculer la probabilité qu'un patient attende plus d'une heure ? plus de deux heures ?

7. Quel serait le temps moyen d'attente s'il convoquait ses clients toutes les 25 minutes ?
8. Quel serait alors le taux d'inoccupation du médecin ?
9. Le médecin s'adjoint un confrère (mais qui n'apporte pas de nouvelle clientèle) ; tout patient peut-être reçu indifféremment par l'un ou l'autre des médecins et les clients sont convoqués toutes les 20 minutes. Quelle est la notation de Kendall de cette nouvelle file d'attente ?
10. Donner le graphe des transitions de ce système.
11. Quelle est la probabilité qu'il y ait n personnes dans la salle d'attente ?

*Données* : $e^{-1} = 0,37$ $e^{-2} = 0,14$

Exercice 2 : Programmation linéaire

Une brasserie produit deux types de bière pour lesquelles elle utilise trois matières premières, le maïs, le houblon et le malt. Pour fabriquer un tonneau de bière blonde, le brasseur utilise 2,5 kg de maïs, 125 g de houblon et 17,5 kg de malt. La fabrication de ce tonneau lui rapporte alors un bénéfice de 65 euros. Pour fabriquer un tonneau de bière brune, il utilise 7,5 kg de maïs, 125 g de houblon et 10 kg de malt. La fabrication de ce tonneau lui rapporte alors un bénéfice de 115 euros. Les quantités disponibles pour chacun de ces produits sont les suivantes :

maïs : 240 kg ; houblon : 5 kg ; malt : 595 kg

On cherche à déterminer le plan de fabrication optimal du brasseur.

1. Exprimer les contraintes de ce problème sous la forme d'un système d'inéquations.
2. Exprimer la fonction à optimiser.
3. Résoudre graphiquement ce problème.
4. Résoudre le même problème en utilisant la méthode des tableaux.

$x \leq 240$
$y \leq 5$
$z \leq 595$

kg.A €.A

1) $2,5x + 7,5y \leq 240$
$0,125x + 0,125y \leq 5$
$17,5x + 10y \leq 595$

2) $65x + 115y \leq ?$