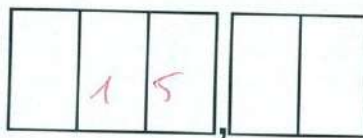


NOM Zou

Prénom Philippe

Promo 92017, L3, Groupe B

Date 06/05/2015



ZOU Philippe
L3 - 2014

MATIÈRE optimisation

$$\frac{18}{30} \rightarrow \frac{15}{20}$$

Exercice 1

on cherche à maximiser la fonction de gain $z = x_1 + x_2 + x_3$ sous les contraintes

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 \leq 5 \\ -x_1 + x_2 + x_3 \leq 1 \\ x_1 - x_2 + x_3 \leq 3 \\ (x_1, x_2, x_3) \geq 0 \end{cases}$$

on va tout d'abord enlever les inégalités en ajoutant des variables élémentaires x_4, x_5 et x_6 .

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 5 \\ -x_1 + x_2 + x_3 + x_5 = 1 \\ x_1 - x_2 + x_3 + x_6 = 3 \\ (x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6) \geq 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_4 = 5 - x_1 - 2x_2 + x_3 \\ x_5 = 1 + x_1 - x_2 - x_3 \\ x_6 = 3 - x_1 + x_2 - x_3 \\ (x_1, x_2, \dots, x_6) \geq 0 \end{cases}$$

la fonction de gain est
 $f = x_1 + x_2 + x_3$

les points basiques sont $(0; 0; 0; 5; 1; 3)$

x_1, x_2 et x_3 ont le même coefficient, soit 1, on peut donc prendre la valeur que l'on veut pour maximiser cette fonction.

(Dans le cas où les coefficients auraient été différents, il aurait fallu faire entrer la ~~seule~~ variable avec la plus grande valeur de coefficient).

On va donc faire sortir x_5 et faire rentrer x_1 .

$$\begin{cases} x_1 = 3 - x_6 + x_2 - x_3 \\ x_4 = 5 - 3 + x_6 - x_2 + x_3 - 2x_2 + x_3 \\ x_5 = 1 + 3 - x_6 + x_2 - x_3 - x_2 - x_3 \end{cases} \quad \text{avec } (x_1, \dots, x_6) \geq 0$$

$$\begin{cases} x_1 = 3 - x_6 + x_2 - x_3 \\ x_4 = 2 + x_6 - 3x_2 + 2x_3 \\ x_5 = 4 - x_6 - 2x_3 \end{cases} \quad \text{avec } (x_1, \dots, x_6) \geq 0.$$

$$z = 3 - x_6 + x_2 - x_3 + x_2 + x_3$$

$$= 3 - x_6 + 2x_2, \text{ on continue à maximiser, tous les coefficients}$$

ne sont pas nuls ou négatifs

des points dans la base sont

$$(3, 0, 0, 2, 4, 0).$$

on fait désormais rentrer x_2 dans la base en faisant sortir x_4 .

$$\begin{cases} 3x_2 = 2 + x_6 + 2x_3 - x_4 = \frac{2}{3} + \frac{1}{3}x_6 + \frac{2}{3}x_3 - \frac{1}{3}x_4 \\ x_1 = 3 - x_6 + \frac{2}{3} + \frac{1}{3}x_6 + \frac{2}{3}x_3 - \frac{1}{3}x_4 - x_3 \\ x_5 = 4 - x_6 - 2x_3 \end{cases}$$

$$(x_1, \dots, x_6) \geq 0$$

$$\begin{cases} x_2 = \frac{2}{3} + \frac{1}{3}x_6 + \frac{2}{3}x_3 - \frac{1}{3}x_4 \\ x_1 = \frac{11}{3} - \frac{2}{3}x_6 - \frac{1}{3}x_3 - \frac{1}{3}x_4 \\ x_5 = 4 - x_6 - 2x_3 \\ (x_1 \dots x_6) \geq 0. \end{cases}$$

z devient :

$$\begin{aligned} z &= 3 - x_6 + \frac{4}{3} + \frac{4}{3}x_6 + \frac{4}{3}x_3 - \frac{1}{3}x_4 \\ &= \frac{13}{3} + \frac{1}{3}x_6 + \frac{4}{3}x_3 - \frac{1}{3}x_4 \end{aligned}$$

Tous les coefficients ne sont pas nuls / négatifs, on continue à maximiser z .

on a comme point dans la base : $\left(\frac{11}{3}; \frac{2}{3}; 0; 4; 0\right)$

On fait sortir x_5 et rentrer x_3 .

$$\begin{cases} x_3 = 2 - \frac{1}{2}x_6 - \frac{1}{2}x_5 \\ x_2 = \frac{2}{3} + \frac{1}{3}x_6 + \frac{4}{3} - \frac{1}{3}x_6 - \frac{1}{3}x_5 - \frac{1}{3}x_4 \\ x_1 = \frac{11}{3} - \frac{2}{3}x_6 - \frac{2}{3} + \frac{1}{6}x_6 + \frac{1}{6}x_5 - \frac{1}{3}x_4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_3 = 2 - \frac{1}{2}x_6 - \frac{1}{2}x_5 \\ x_2 = 2 - \frac{1}{3}x_5 - \frac{1}{3}x_4 \\ x_1 = 3 - \frac{1}{2}x_6 + \frac{1}{6}x_5 - \frac{1}{3}x_4. \end{cases}$$

$$\begin{aligned} z &= \frac{13}{3} + \frac{1}{3}x_6 + \frac{8}{3} - \frac{4}{6}x_6 - \frac{4}{6}x_5 - \frac{1}{3}x_4 \\ &= 7 - \frac{1}{3}x_6 - \frac{2}{3}x_5 - \frac{1}{3}x_4 \end{aligned}$$

Tous les coefficients des variables sont négatifs, on ne peut que maximiser la fonction z .

~~Les~~ les points dans la base sont $(3, 2, 2, 0, 0, 0)$

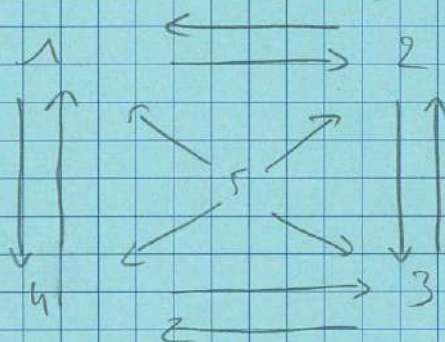
$$z = 7.$$

$$x_1 = 3, x_2 = 2, x_3 = 2$$

lg
oo

Exercice 2.

a)



08
12

$$P = \begin{pmatrix} 0 & 1/2 & 0 & 1/2 & 0 \\ 1/3 & 0 & 2/3 & 0 & 0 \\ 0 & 1/3 & 0 & 2/3 & 0 \\ 1/2 & 0 & 1/2 & 0 & 0 \\ 1/4 & 1/4 & 1/4 & 1/4 & 0 \end{pmatrix}$$

Les états 1, 2, 3, 4 et 5 sont favorisés, c'est-à-dire que chacun de ces états admettent un successeur.

si une chaîne admet un état persistant, alors elle serait réductible. ce qui n'est pas le cas ici.

Enc la chaîne est irréductible.

NOM Zou
Prénom Philippe
Promo 2017-Gen B - C3
Date 06/05/2015

MATIÈRE

b) $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 1$ $p = 4$ étapes
 $1 \rightarrow 2 \rightarrow 1$ $p' = 2$ étapes

$$\text{pgcd}(p, p') = 2.$$

Donc la chaîne $\{1, 2, 3, 4\}$ est périodique de période 2.

Sous états stables

$$\{1, 3\} \rightarrow \{2, 4\}$$

c) à l'instant 1 :

$$P(X=1) = 0$$

Il n'y a aucune chance que le système qui est à l'état 1 à $t=0$ soit à l'état 1 à $t=1$ étant donné que l'état 1 a deux successeurs 2 et 4. Il sera donc à l'état 2 ou 4 à l'instant $t=1$.

à l'instant $t=2$

$$P(X=1) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{6} + \frac{1}{4} = \frac{10}{24}$$

a)

Exercice 1 : je me suis lancé dans quelque chose de douteux devant la fatigue sans doute...

$$\text{Minimiser } 7x_{11} + 2x_{12} + 4x_{13} + 6x_{21} + 3x_{22} + 5x_{23}$$

avec

$$\begin{cases} x_{11} + x_{12} + x_{13} = 5 \\ x_{21} + x_{22} + x_{23} = 5 \\ x_{11} + x_{21} = 3 \\ x_{12} + x_{22} = 3 \\ x_{13} + x_{23} = 4 \\ (x_{11} \dots x_{23}) \in \mathbb{N} \end{cases}$$

commençons par minimiser x_{12} (plus faible coefficient de la fonction).

$$\begin{cases} x_{12} = 3 - x_{22} \\ x_{11} + 3 - x_{22} + x_{13} = 5 \\ x_{21} + x_{22} + x_{23} = 5 \\ x_{11} + x_{21} = 3 \\ x_{13} + x_{23} = 4 \end{cases}$$

$$f = 7x_{11} + 6 + 4x_{13} + 6x_{21} + x_{22} + 5x_{23}$$

$$\begin{cases} x_{12} = 3x_{22} \\ x_{22} = x_{11} + x_{13} - 2 \\ x_{21} + x_{11} + x_{13} + x_{23} = 7 \\ x_{11} + x_{21} = 3 \\ x_{13} + x_{23} = 4 \end{cases}$$

$$f = 8x_{11} + 5x_{13} + 6x_{21} + 5x_{23} + 4$$

$$\begin{cases} x_{12} = 3x_{22} \\ x_{22} = x_{11} + 2 - x_{23} \\ x_{13} = 4 - x_{23} \\ x_{21} + x_{11} = 3 \\ x_{11} + x_{21} = 3 \end{cases}$$

$$f = 8x_{11} + 24 + 6x_{21}$$

$$\begin{cases} x_{12} = 3 - x_{22} \\ x_{22} = x_{11} + 2 - x_{23} \\ x_{13} = 4 - x_{23} \\ x_{21} = 3 - x_{11} \\ x_{11} + x_{21} = 3 \end{cases}$$

2

$$f = 42 + 2x_{11}$$

