

$$P = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

On a donc : $\begin{cases} x_3 = x_1 \\ x_2 = x_2 \\ x_2 = x_3 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 1 \end{cases}$ On a donc autant de chance d'être à ~~6, 7 ou 8 à l'infini.~~

Exercice 3 :

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 \leq 2 \\ -x_1 + x_2 \leq 2 \\ -x_1 + 2x_2 \leq 6. \end{cases}$$

• $f: (x_1, x_2) \rightarrow x_1 - 2x_2$.

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + y_1 = 2 \\ -x_1 + x_2 + y_2 = 2 \\ -x_1 + 2x_2 + y_3 = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y_1 = 2 - x_1 + 2x_2 \\ y_2 = 2 + x_1 - x_2 \\ y_3 = 6 + x_1 + 2x_2 \end{cases} \quad (0, 0, 2, 2, 6).$$

$z = x_1 - 2x_2$

On rentre x_1 dans la base, y_1 sort.

$$\begin{cases} x_1 = 2 + 2x_2 - y_1 \\ y_2 = 2 + 2 + 2x_2 - y_1 - x_2 = 4 - y_1 + x_2 \\ y_3 = 6 + 2 + 2x_2 - y_1 + 2x_2 = 8 + 4x_2 - y_1 \end{cases}$$

$$(2, 0, 0, 2, 6)$$

$$z = 2 + 2x_2 - y_1 - 2x_2$$

$$z = 2 - y_1$$

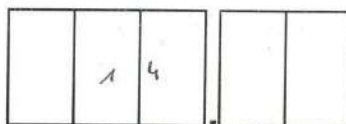
f possède un max sur D : 2.

NOM DANG

Prénom Margaux

Promo 2018

Date 03/03/16

DANG Margaux
13. 2015

MATIÈRE Optimisation

14
25Exercice 1 :

On a la solution suivante :

	X	Y	Z
A	0	3	2
B	4	1	0

coût :

	X	Y	Z
A	5	7	8
B	4	6	9

1 - Pour savoir si elle est optimale, on doit calculer les u_i et v_j On a : $u_i + v_j = c_{ij}$ soit :

$$u_1 + v_2 = 7$$

$$u_1 + v_3 = 8$$

$$u_2 + v_1 = 4$$

$$u_2 + v_2 = 6$$

Il y a 4 équations et 5 inconnus.

↳ solution non dégénérée.

On pose $v_2 = 0$.

$$\text{On a donc } u_1 = 7 \quad v_1 = -2$$

$$u_2 = 6 \quad v_2 = 0$$

$$v_3 = 1$$

$$d_{11} = 5 - (7 - 2) = 0$$

$$d_{23} = 9 - (6 + 1) = 2$$

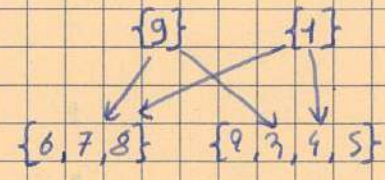
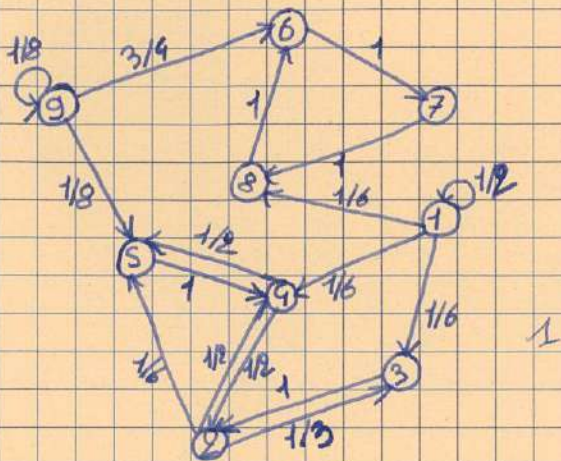
On a donc les coûts marginaux suivants :

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

Ils sont tous positifs → la solution est optimale.

Exercice 2

①



②

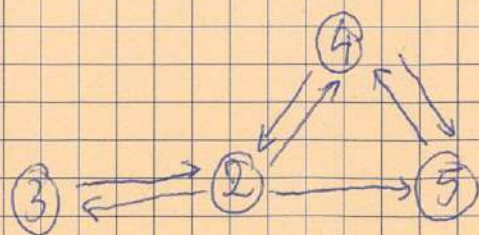
Les classes $\{6, 7, 8\}$ et $\{2, 3, 4, 5\}$ sont persistantes car elles n'ont pas de classe successeurs. Les classes $\{9\}$ et $\{1\}$ sont transitoires car elles ont des classe successeurs.

La classe persistante ayant le plus grand nombre d'état, $\{2, 3, 4, 5\}$, est aperiodique, après $N \rightarrow \infty$ on ne peut pas savoir dans quel état on sera, il y a plusieurs chemins plus ou moins long pour aller d'un état à un autre.

La classe persistante ayant le plus petit nombre d'état, $\{6, 7, 8\}$, est periodique. Aller d'un état à un autre prendra toujours le même nombre d'iteration. Pour $N \rightarrow \infty$, on pourra toujours savoir dans quel état on se trouve.

③

c) On prend la chaîne: $\{2, 3, 4, 5\}$



Cette chaîne est périodique de période 2.

car par exemple depuis le sommet 2, on peut faire 4 ou 2 mouvements pour retourner au sommet.

• A l'infini:

Dans le premier temps, on a $P = \begin{pmatrix} 0 & 1/3 & 1/2 & 1/6 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1/2 & 0 & 0 & 1/2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

A l'infini:

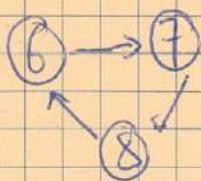
$$\begin{cases} (x_1, x_2, x_3, x_4) \cdot P = (x_1, x_2, x_3, x_4) \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_2 + 1/2 x_3 = x_1 \\ 1/3 x_1 = x_2 \\ 1/2 x_1 + x_4 = x_3 \\ 1/6 x_1 + 1/2 x_3 = x_4 \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 1 \end{cases}$$

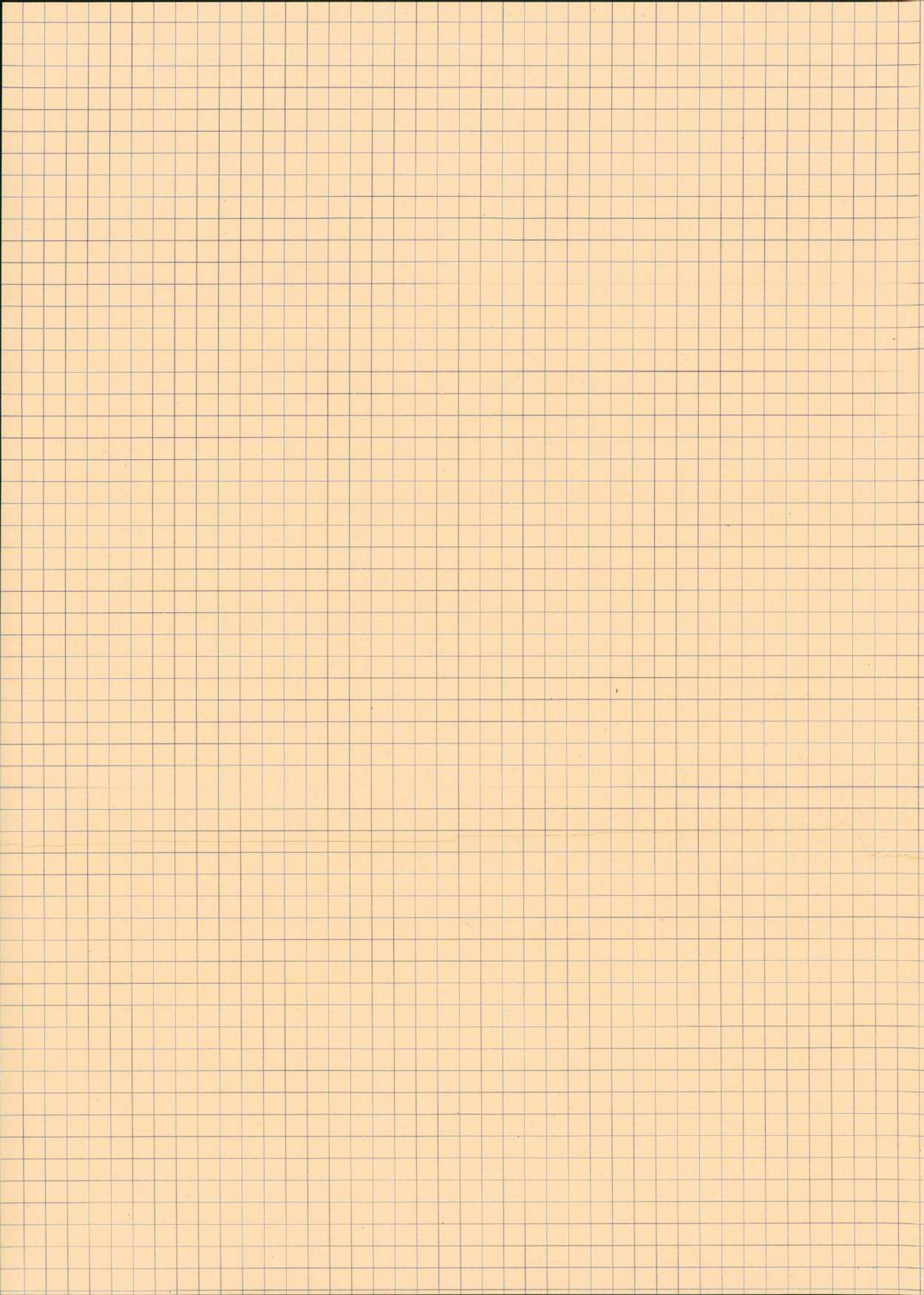
$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 6/11 \\ x_2 = 4/11 \\ x_3 = 16/11 \\ x_4 = 8/11 \end{cases}$$

A l'infini, on a plus de chance de tomber sur 4, soit ②.

d) On prend $\{6, 8, 7\}$



c'est une chaîne périodique de période 3.
Car en 6, on a 3 mouvements pour revenir en 6.



NOM DANG

Prénom Margaux

Promo 2018

Date 03/03/16

MATIÈRE optimisation (2)

• $g: (x_1, x_2) \rightarrow 2x_1 + x_2 + 10.$

$$\begin{cases} y_1 = 2 - x_1 + 2x_2 \\ y_2 = 2 + x_1 - x_2 \\ y_3 = 6 + x_1 + 2x_2 \end{cases}$$

$$(0, 0, 2, 2, 6)$$

$$z = 2x_1 + x_2 + 10.$$

On rentre x_1 dans la base, y_1 sort.

$$\begin{cases} x_1 = 2 + 2x_2 - y_1 \\ y_2 = 4 + x_2 - y_1 \\ y_3 = 8 + 4x_2 - y_1 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} z &= 2(2 + 2x_2 - y_1) + x_2 + 10 \\ &= 4 + 4x_2 - y_1 + x_2 + 10 \\ &= 14 + 5x_2 - y_1 \end{aligned}$$

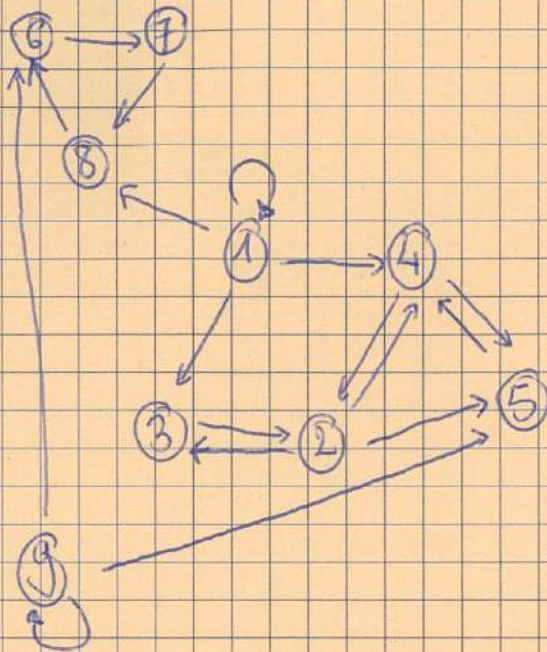
Aucun élément ne peut sortir de la base si x_2 rentre dans la base.

Il n'y a pas de maximum dans D .

?

Exercice 2:

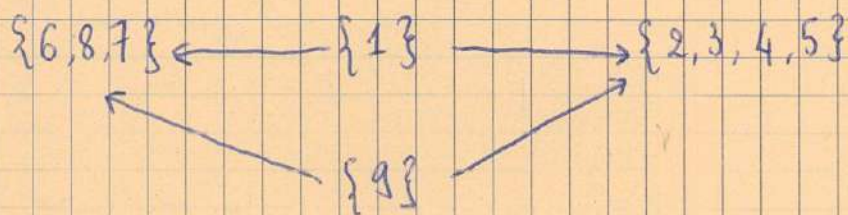
1 -



1

a - les composantes connexes sont : $\{6, 7, 8\}$, $\{1\}$, $\{2, 3, 4, 5\}$, $\{9\}$ 1

Soit le diagramme de Hasse suivant :



2

b - Les composantes persistantes sont $\{6, 8, 7\}$ et $\{2, 3, 4, 5\}$
 Les composantes transitoires sont $\{1\}$, $\{9\}$.

