

On se retrouve avec le système

$$\begin{cases} x_3 = x_1 \\ x_1 = x_2 \\ x_2 = x_3 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 1 \end{cases}$$

On résout: $x_1 = x_2 = x_3 = 1/3$.

$$\text{donc } \pi^* = (1/3, 1/3, 1/3)$$

Exercice 3:

$$P: (x_1, x_2) \mapsto x_1 - 2x_2 + 40 = z.$$

Il faut Maximiser $z = x_1 - 2x_2 + 40$.

avec les Contraintes:

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 \leq 2 \\ -x_1 + x_2 \leq 2 \\ -x_1 + 2x_2 \leq 6 \\ (x_1, x_2) \geq 0 \end{cases}$$

On initialise en ajoutant des Variables d'écart: (pour lever l'égalité).

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + y_1 = 2 \\ -x_1 + x_2 + y_2 = 2 \\ -x_1 + 2x_2 + y_3 = 6 \\ (x_1, x_2, y_1, y_2, y_3) \geq 0. \end{cases}$$

$$\begin{cases} y_1 = 2 - x_1 + 2x_2 \\ y_2 = 2 + x_1 - x_2 \\ y_3 = 6 + x_1 - 2x_2 \\ (x_1, x_2, y_1, y_2, y_3) \geq 0 \end{cases}$$

1^{er} point admissible $(0, 0, 2, 2, 6)$
 $z = 40$.

x_1 est positif dans z on va le faire entrer dans la base et y_1 va sortir.

$$\begin{cases} x_1 = 2 + 2x_2 - y_1 \\ y_2 = 4 + x_2 - y_1 \\ y_3 = 8 - y_1 \\ (x_1, x_2, y_1, y_2, y_3) \geq 0. \\ \underline{z = 12 - y_1} \end{cases}$$

toutes les coefficients de z sont négatifs donc z a pour Maximum 12 pour $x_1 = 2$
 $x_2 = 0$.

$$(2, 0, 0, 4, 8)$$

NOM Bloquet
 Prénom Romain
 Promo 2018
 Date 03/03/2016

BLOQUET Romain
 L3 - 2015

MATIÈRE Optimisation 1/2.

20
25

Exercice 1:

$$A + B = 10$$

$$X + Y + Z = 10$$

l'offre est égale à la demande.

Tableau des Coûts unitaires:

	X	Y	Z	
A	5	7	8	5
B	4	6	9	5
	4	4	2	

Proposition de Solution:

	X	Y	Z	
A	0	3	2	0
B	4	1	0	0
	0	0	0	

① $u_1 + v_1 = 7$

$$u_1 + v_3 = 8$$

$$u_2 + v_1 = 4$$

$$u_2 + v_2 = 6$$

5 inconnues pour 4 équations, on a donc un degré de liberté pour choisir une variable égale à 0.

$$u_1 = 0 \quad v_1 = 5$$

$$u_2 = -1 \quad v_2 = 7$$

$$v_3 = 8$$

On Calcule les coûts Marginaux:

$$d_{11} = 5 - 5 = 0$$

$$d_{12} = 7 - 7 = 0$$

$$d_{13} = 8 - 8 = 0$$

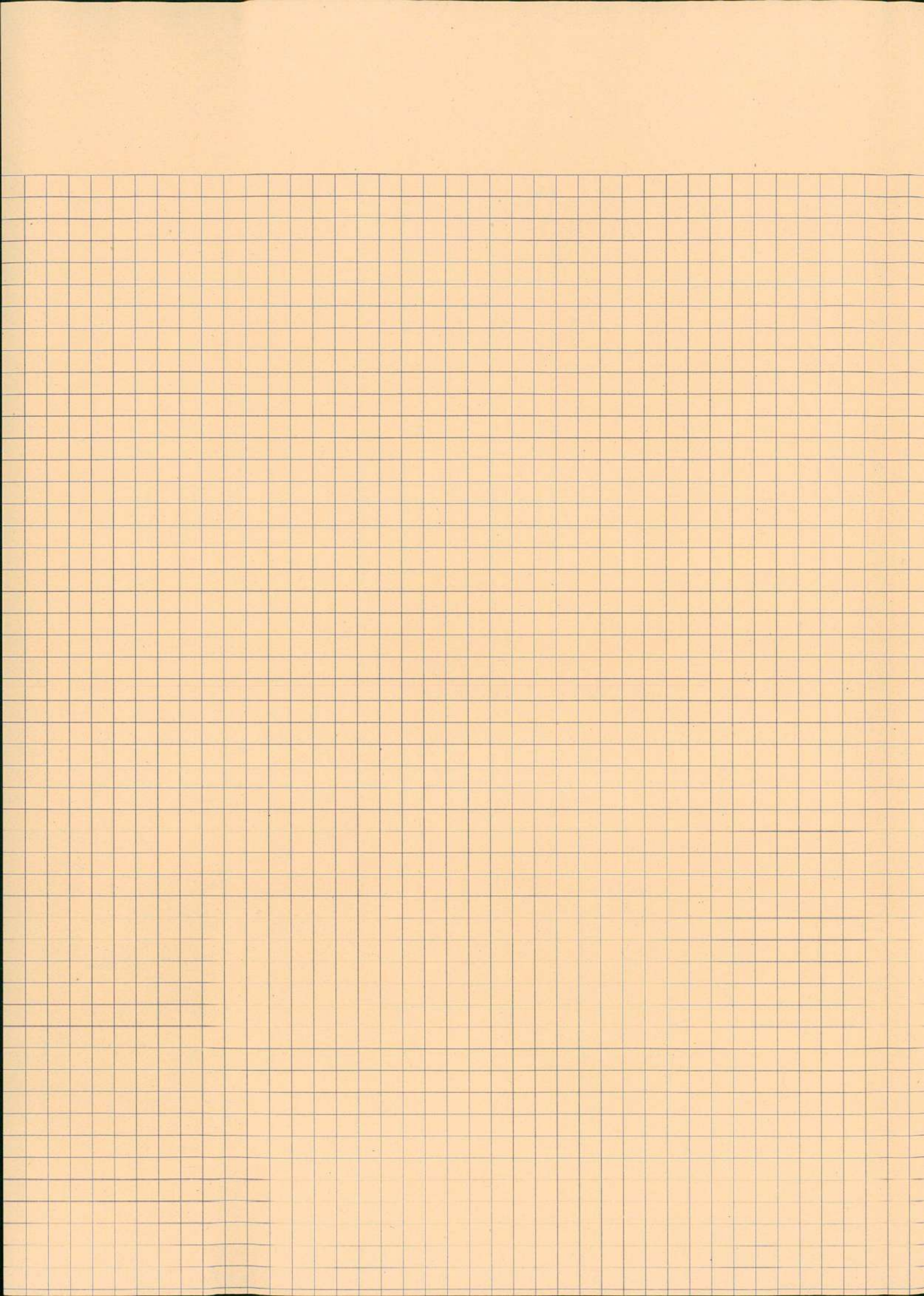
$$d_{21} = 4 - 4 = 0$$

$$d_{22} = 6 - 6 = 0$$

$$d_{23} = 9 - 7 = 2$$

$$M = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

Comme tous les coûts marginaux sont supérieurs ou égaux à 0 alors la solution est optimale.



A l'infini on peut calculer π^* qui est la trajectoire Stationnaire pour pouvoir prévoir l'évolution de la chaîne.

$$\pi^* = \begin{cases} \pi \times P = \pi \\ \sum_{n=1}^i x_n = 1. \end{cases}$$

$$\pi^* = \begin{cases} (x_1, x_2, x_3, x_4) \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1/3 & 0 & 0 & 1/6 \\ 0 & 1/2 & 0 & 1/2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} = (x_1, x_2, x_3, x_4) \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 1 \end{cases}$$

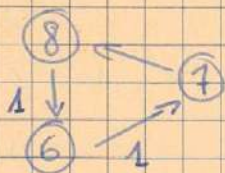
Il faut donc résoudre le système.

$$\begin{cases} 1/3 x_2 = x_1 \\ 1 x_1 + 1/2 x_3 = x_2 \\ 1 x_4 = x_3 \\ 1/6 x_2 + 1/2 x_3 = x_4 \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 1 \end{cases}$$

Cela nous montre que l'état à l'infini ne dépend pas de l'état de départ.

$$\pi^* = (x_1, x_2, x_3, x_4).$$

d).



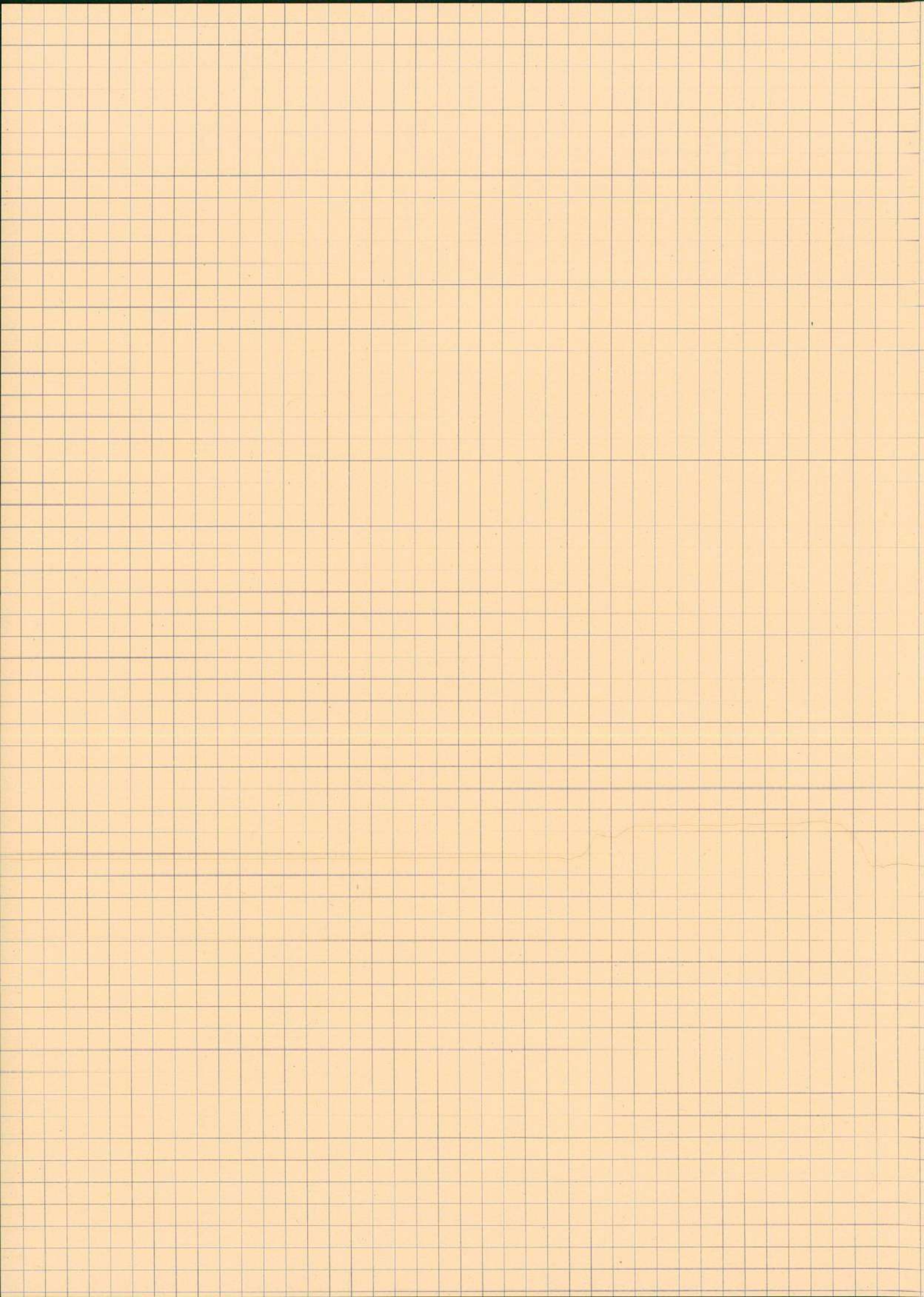
$$M = \begin{matrix} & \begin{matrix} 6 & 7 & 8 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 6 \\ 7 \\ 8 \end{matrix} & \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

Matrice Stochastique.

On peut aller d'un état i à i qu'avec un mouvement Multiple de 3. La Période = 3.

On ~~peut savoir~~ π^* pour savoir le Comportement de cette chaîne à l'infini.

$$\pi^* = \begin{cases} \pi \times (P) = \pi. \\ x_1 + x_2 + x_3 = 1 \end{cases}$$



NOM Bloquet

Prénom Romain

Promo 2018

Date 03.10.2016

MATIÈRE Optimisation 212.

$$g(x_1, x_2) \mapsto 2x_1 + x_2 + 10.$$

$$Z = 2x_1 + x_2 + 10. \quad \text{A maximiser.}$$

Initialisation en ajoutant les variables d'écart.

$$\begin{cases} y_1 = 2 - x_1 + 2x_2 \\ y_2 = 2 + x_1 - x_2 \\ y_3 = 6 + x_1 - 2x_2 \end{cases}$$

$$(x_1, x_2, y_1, y_2, y_3) \geq 0.$$

1^{er} point admissible: $(0, 0, 2, 2, 6)$

$$Z = 10.$$

x_1 va entrer dans la base

y_1 va sortir.

$$\begin{cases} x_1 = 2 + 2x_2 - y_1 \\ y_2 = 4 + x_2 - y_1 \\ y_3 = 8 - y_1 \end{cases}$$

$$(x_1, x_2, y_1, y_2, y_3) \geq 0$$

$$Z = 2(2 + 2x_2 - y_1) + x_2 + 10$$

$$= 16 + 5x_2 - 2y_1.$$

x_2 va entrer dans la base

problème: tout les x_2

sont positifs donc

$g(x_1, x_2)$ n'est pas bornée

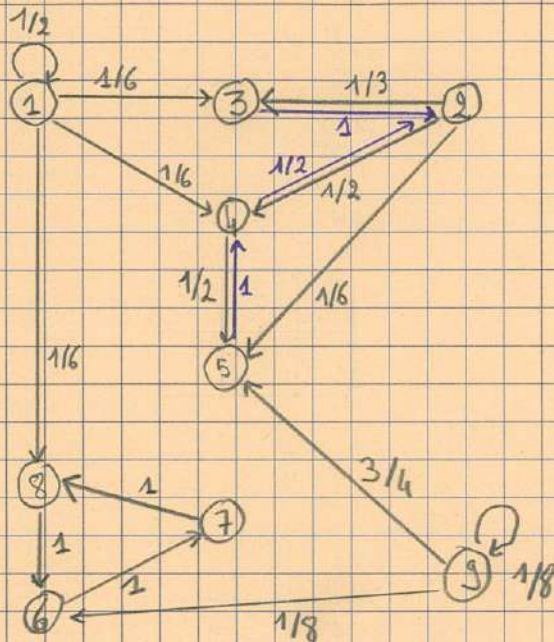
, elle n'a donc pas de max dans D .

4-

② Il n'y a plus de modification à apporter.

Exercice 2 :

①

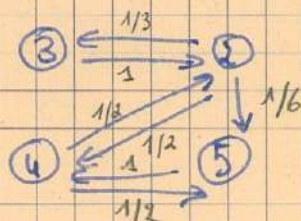


a) Composantes Connexes: $\{1\}$, $\{2, 3, 4, 5\}$, $\{6, 7\}$, $\{8\}$, $\{9\}$

b) Classes persistantes: $\{2, 3, 4, 5\}$, $\{6, 7\}$ car ils n'ont pas de successeurs et communiquent entre eux.

Classes transitoires: $\{1\}$, $\{9\}$. car ils ont des successeurs

c)



$$P = \begin{matrix} & \begin{matrix} 3 & 4 & 5 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 3 \\ 4 \\ 5 \end{matrix} & \begin{pmatrix} 1/3 & 1 & 1/6 \\ 1/3 & 1/2 & 1/2 \\ 1/3 & 1/2 & 1/2 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

Matrice Stochastique

Pour aller de 3 à 3 on peut y aller en deux mouvements, mais on peut aussi y aller en 5 mouvement, le PGCD $(5, 2) = 1$ alors la chaîne de Markov est aperiodique.

