

DE Optimisation et Complexité

Ni documents, ni machines, ni téléphones

Les étudiants chinois ont droit à un dictionnaire.

Un conseil bien lire les énoncés et les questions posées (avant de démarrer).

Exercice 1. A résoudre seulement par programmation dynamique: (environ 6 pts)

Robinson Crusoe peut emporter avec lui des objets pour un poids maximal de 9 kgs Il possède des objets de 3 catégories, notées respectivement 1,2,3, le tableau ci-dessous récapitule les poids unitaires et les valeurs unitaires de ces objets:

catégorie	1	2	3
poids unitaire	1	2	3
valeur unitaire	8	15	23

voici la résolution, vous devrez remplir les cases laissées vides

Solution. appliquons la méthode de programmation dynamique

3 ème étape

x_3	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
u_3	0	0	0	0; 1	0; 1	0; 1	0; 1; 2	0; 1; 2	0; 1; 2	0; 1; 2; 3
$g_3(u_3)$	0	0	0	0; 23	0; 23	0; 23	0; 23; 46	0; 23; 46	0; 23; 46	0; 23; 46; 69
u^*_3	0	0	0	1	1	1	2	2	2	3
J_3	0	0	0	23	23	23	46	46	46	69

2 ème étape

x_2	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
u_2	0	0	0; 1	0; 1	0; 1; 2	0; 1; 2	0; 1; 2; 3	0; 1; 2; 3	0; 1; 2; 3; 4	0; 1; 2; 3; 4
$g_2(u_2)$	0	0	0; 15	0; 15	0; 15; 30	0; 15; 30	0; 15; 30; 45	0; 15; 30; 45	0; 15; 30; 45; 60	0; 15; 30; 45; 60
$J_2(x_2)$	0	0	?	?	?	?	?	?	?	?
$u^*_2(x_2)$	0	0	?	?	?	?	?	?	?	?

1 ère étape

$x_1=9$

les choix possibles pour u_1 sont

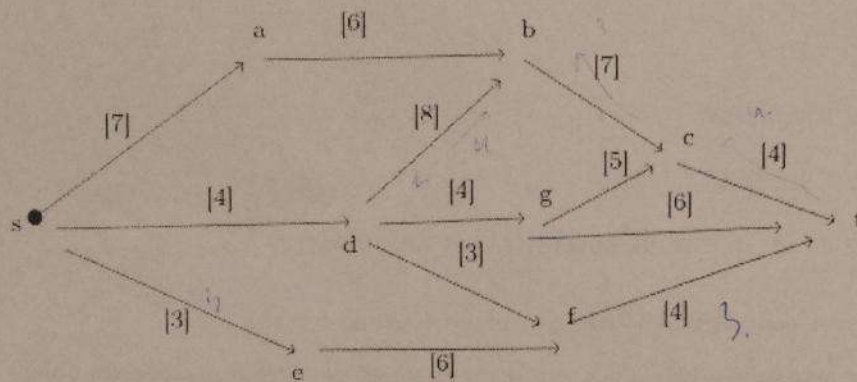
u_1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$g_1(u_1)$	0	8	16	24	32	40	48	56	64	72
x_2	?	?	?	?	?	?	?	?	?	?
$J_2(x_2)$	?	?	?	?	?	?	?	?	?	?

$J_1(9)=?$

d'où la bonne politique est ??????

Exercice 2. Flot maximal (environ 6 pts)

On désire déterminer un flot maximal sur ce réseau dont les capacités des arcs apparaissent sur le schéma.



On considère le flot admissible suivant:

$$\varphi_{sa}=3, \varphi_{se}=3, \varphi_{fd}=3, \varphi_{sd}=4, \varphi_{db}=4, \varphi_{bc}=4, \varphi_{ct}=4 \text{ (et le reste nul)}$$

Est-il maximal ?

SEULES SERONT ACCEPTEES LES REPONSES UTILISANT L'UN DES ALGORITHMES DU COURS.

Exercice 3. Problème de transport (environ 6 pts)

Déterminer des entiers positifs $(x_{11}, x_{12}, x_{13}, x_{21}, x_{22}, x_{23})$ tels que $7x_{11} + 2x_{12} + 4x_{13} + 6x_{21} + 3x_{22} + 5x_{23}$ soit minimal, sous les contraintes

$$\begin{cases} x_{11} + x_{12} + x_{13} = 5 \\ x_{21} + x_{22} + x_{23} = 5 \\ x_{11} + x_{21} = 3 \\ x_{12} + x_{22} = 3 \\ x_{13} + x_{23} = 4 \end{cases}$$

a. On considérera cela comme un problème de transport que l'on décrira.

b. On considère la proposition: $x_{11}=3, x_{12}=2, x_{13}=0$
 $x_{21}=0, x_{22}=1, x_{23}=4$

REPONDRE A LA QUESTION:

Cette proposition assure-t-elle un coût minimal ?

ON UTILISERA NECESSAIREMENT LES TECHNIQUES DU COURS.

Exercice 4. Programmation linéaire (environ 6 pts)

Déterminer le maximum de la fonction $(x_1, x_2, x_3) \mapsto x_1 - x_2 - x_3$

$$\text{sous les contraintes } \begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 \leq 5 \\ -x_1 + x_2 + x_3 \leq 1 \\ x_1 - x_2 + x_3 \leq 3 \\ (x_1, x_2, x_3) \text{ positifs} \end{cases}$$

On utilisera obligatoirement le simplexe.