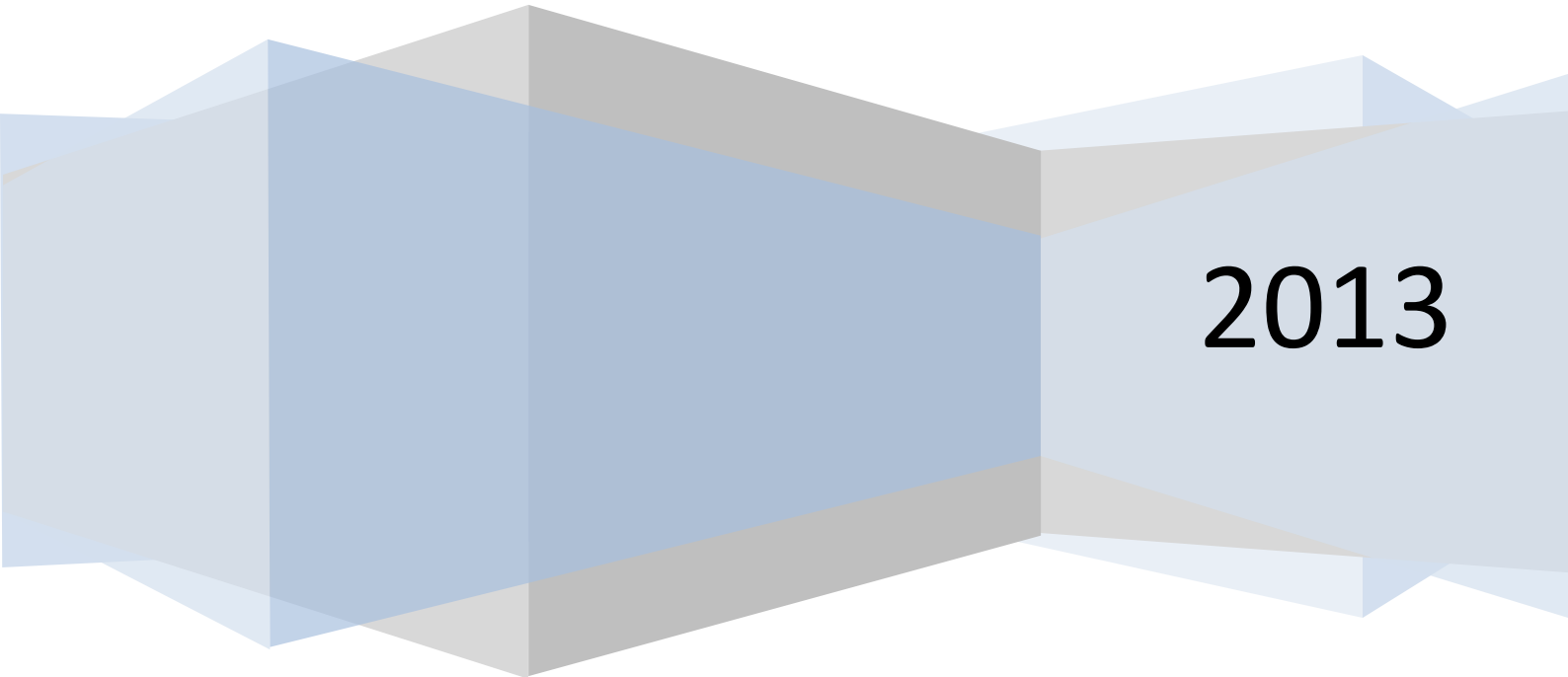


EFREI

**Maxime FABRE
Alexis FOUCHE
Florian LEPOT**

Projet

Recherche et Optimisation



2013

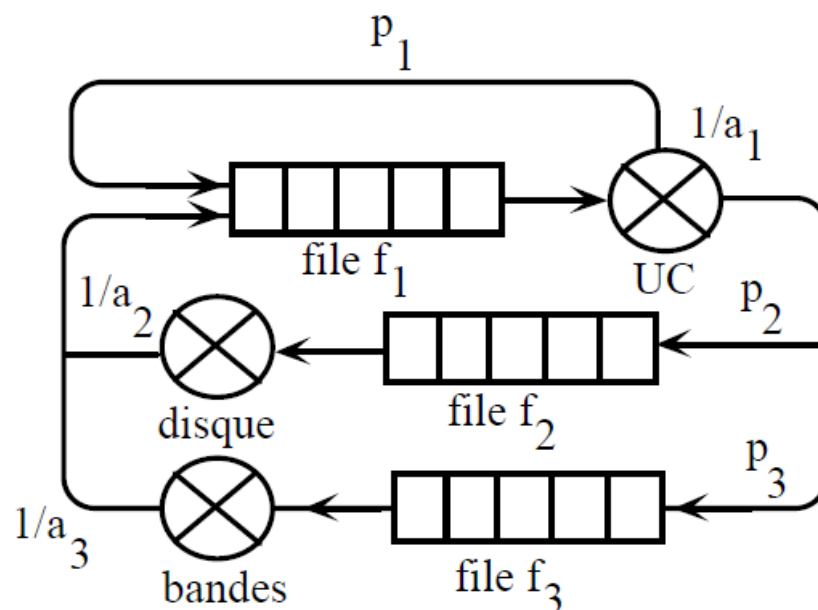
Sommaire

Introduction	2
A. Question 1.....	3
B. Question 2.....	5
C. Question 3.....	6
D. Question 4.....	7
E. Question 5.....	8
Conclusion.....	11

Introduction

Dans le cadre de ce projet d'Optimisation et Complexité, il nous était demandé d'étudier le fonctionnement théorique d'un système informatique donné. Ce dernier est modélisé de la façon suivante : une Unité Centrale (UC), un disque et des unités de bandes magnétiques. Chacune d'entre elles possèdent une file d'attente respective f_1 , f_2 et f_3 , dans lesquelles les travaux devant être exécutés attendent avant d'être traités. Le but de ce projet est de simuler le comportement d'un système informatique pour pouvoir améliorer ses performances.

En plus des calculs théoriques, nous devons concevoir un programme qui représentera ce système. Grâce à lui devrons être à même de pouvoir simuler les performances du modèle et ainsi obtenir des résultats pratiques. Dans ce rapport, nous exposerons nos méthodes, nos analyses, nos idées. Nous donnerons aussi nos résultats et les formules qui nous ont permis de les trouver, et ainsi répondre aux questions du sujet.



Pour répondre à toutes les questions, nous prendrons comme données celles indiquées dans le sujet.

On a donc :

$$p1 = \frac{1}{351} \quad \text{et} \quad p2 = \frac{300}{351}$$

Pour calculer $p3$, on utilise les probabilités totales :

$$p3 = 1 - (p1 + p2) = \frac{50}{351}$$

A. Question 1

- **Calculons N_1 , le nombre moyen de passages d'un travail dans la file 1.**

Lorsqu'un travail entre dans le système, il arrive dans la file 1 (f1 – File d'attente de l'unité centrale). Ensuite l'UC va distribuer ce travail, soit le terminer, soit l'envoyer au disque, soit l'envoyer aux bandes.

On est donc sûr que tous les travaux passent forcément par l'unité centrale avant d'aller dans une des autres files, ou de se terminer.

Comme la probabilité qu'un travail se termine est égale à $p1 = \frac{1}{351}$, nous pouvons en déduire que N_1 est l'espérance de N .

On a alors :

$$N_1 = \frac{1}{p1} = \frac{1}{\frac{1}{351}} = 351$$

- **Calculons N_2 , le nombre moyen de passages d'un travail dans la file 2.**

Si un travail arrive dans la file f2 du disque, cela signifie qu'il n'a pas été terminé lorsqu'il est passé par f1, il en est de même pour la file f3 des bandes.

On a donc :

$$p2 + p3 = 1 - p1$$

La probabilité qu'un travail passe par f2 est alors :

$$\frac{p_2}{p_2 + p_3} = \frac{p_2}{1 - p_1}$$

Par ailleurs, on sait qu'il y a $N_1 - 1$ sorties, on obtient donc :

$$N_2 = \frac{p_2}{1 - p_1} \left(\frac{1}{p_1} - 1 \right) = \frac{p_2}{p_1} = \frac{\frac{300}{351}}{\frac{1}{351}} = 300$$

- **Calculons N_3 , le nombre moyen de passages d'un travail dans la file 3.**

Sur le même principe que pour la file f2, on obtient :

$$N_3 = \frac{p_3}{1 - p_1} \left(\frac{1}{p_1} - 1 \right) = \frac{p_3}{p_1} = \frac{\frac{50}{351}}{\frac{1}{351}} = 50$$

B. Question 2

D'après les données, on sait que le nombre maximal de travaux dans le système est de 50.
On a alors : $n_1 + n_2 + n_3 \leq 50$. On se place donc dans le régime permanent.

On commence par calculer le temps moyen pour parcourir le système en entier.

$$T_{Total} = T_{UC} * 1 + T_{Disque} * p_2 + T_{Bande} * p_3 = \frac{5}{351} + 0,05 * \frac{300}{351} + 0,2 * \frac{50}{351}$$

$$T_{Total} = \frac{30}{351} \text{ secondes}$$

On calcule n_2 , on est toujours en régime permanent :

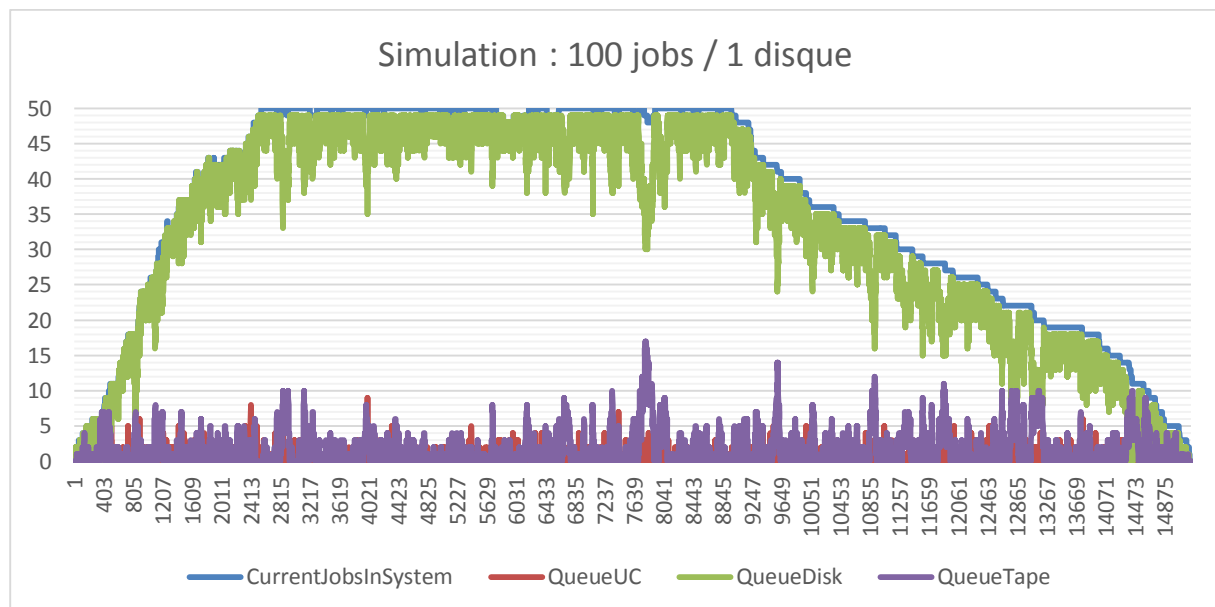
$$n_2 = \frac{T_{Disque}}{T_{Total}} * 50 * p_2 = 25$$

De même pour n_3 :

$$n_3 = \frac{T_{Bandes}}{T_{Total}} * 50 * p_3 = 16,67$$

On peut donc en déduire n_1 car nous sommes en régime permanent, on a donc :

$$n_1 = 50 - n_2 - n_3 = 50 - 25 - 16,67 = 8,33$$



1. Nombre de travaux dans les files en fonction du temps

En regardant ce graphique, nous pouvons voir qu'au début nous avons un régime transitoire. C'est normal, car pendant cet intervalle de temps, les files f1, f2 et f3 se remplissent de travaux.

Une fois qu'elles sont pleines, nous entrons dans le régime permanent. Les files n'attendent plus de travaux et traitent ceux qui sont déjà dans les files.

Quand les travaux sont terminés, les files ne vont plus être saturées, on quitte le « goulet d'étranglement » du système et nous serons de retour dans le régime transitoire.

C. Question 3

On rappelle que :

- $\frac{1}{a_1} = \frac{5}{351}$ *seconde* pour le temps moyen dans l'unité centrale
- $\frac{1}{a_2} = 0,05$ *seconde* pour le temps moyen dans le disque
- $\frac{1}{a_1} = 0,2$ *seconde* pour le temps moyen dans les bandes

- **Calcul des taux d'utilisations**

Pour calculer les taux d'utilisations, nous allons avoir besoin du temps total que passe un travail dans l'UC, dans le disque et enfin dans les bandes.

$$T_1 = p1 * \text{Temps moyen UC} = \frac{5}{351} * 1 = 0,01 \text{ seconde}$$

$$T_2 = 300 * 0,05 = 15 \text{ secondes}$$

$$T_3 = 50 * 0,2 = 10 \text{ secondes}$$

Comme nous sommes en régime permanent, les flux d'entrées sont égaux aux flux de sorties, le système n'est donc plus cadencé par le lambda mais par la sortie des processus terminés.

On peut en déduire que :

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{15}{0,01} = 1500 \quad \text{et} \quad \frac{T_3}{T_1} = \frac{10}{0,01} = 1000$$

Mais on sait aussi que $\frac{T_2}{T_1} = \frac{q_2^*}{q_1^*}$

On en déduit : $q_1^* = \frac{1}{3} * q_2^*$

De la même façon, on obtient : $q_1^* = \frac{1}{2} * q_3^*$ et $q_3^* = \frac{2}{3} * q_2^*$

Or, comme nous sommes dans le régime permanent, le flux d'entrée est égal à 1 car le système est saturé.

On a donc $q_1^* = 1$.

Ce qui nous fait :

$$q_2^* = 3 \quad \text{et} \quad q_3^* = 2$$

- **Calcul du débit du système et du temps total de traitement**

On cherche les taux d'utilisations q_1^* , q_2^* , q_3^* des différentes ressources.

$\emptyset_{11}$ est le nombre moyen de travaux traités, donc sortant de l'unité centrale, et qui sont immédiatement remplacés. Pour la suite, nous nous plaçons à la saturation du système, le « goulet d'étranglement ».

Dans ces conditions, p_1 est égal à la probabilité qu'un nouveau travail entre dans la file f_1 , comme l'indique le schéma avec la boucle partant de f_1 pour boucler sur elle-même.

Grâce à cela, nous pouvons en déduire que le temps moyen d'un travail dans le système est :

$$Temps = 5 + 300 * 0.2 + 0.05 * 50 = 67.5 \text{ secondes}$$

On peut en déduire que le débit système $\emptyset_{11} = p_1 * q_1^* * a_1$. En effet, q_1 permet de montrer que la file n'est pas vide, qu'on multiplie par la probabilité p_1 , qu'on multiplie par a_1 , qui est l'espérance du nombre de travaux sortant de f_1 par unité de temps.

On obtient :

$$\emptyset_{11} = p_1 * q_1^* * a_1$$

$$\emptyset_{11} = \frac{1}{351} * \frac{1}{3} * \frac{351}{5}$$

$$\emptyset_{11} = \frac{1}{15} \text{ travaux par seconde}$$

D. Question 4

Le fonctionnement est exactement le même que précédemment sauf qu'on ajoute 1 disque. D1 représentera le disque 1 et D2 le disque 2.

- **Calcul des taux d'utilisation des différentes ressources**

$$\frac{T2D1}{T1} = \frac{T2D2}{T1} = \frac{7,5}{5} = 1,5 \quad \text{et} \quad \frac{T3}{T1} = \frac{10}{5} = 2$$

Comme pour la question 3 :

$$\frac{T2D1}{T1} = \frac{q_2^* D1}{q_1^*} = \frac{T2D2}{T1} = \frac{q_2^* D2}{q_1^*} = 1,5$$

On obtient ainsi : $q_1^* = \frac{2}{3} q_2^* D1$ et $q_1^* = \frac{2}{3} q_2^* D2$

Ensuite, on fait de même pour q_3^* :

$$\frac{T3}{T1} = \frac{q_3^*}{q_1^*} = 2$$

On a alors : $q_1^* = \frac{1}{2} q_3^*$

Comme pour un disque, le système est saturé, on a donc $q_1^* = 1$.

On en conclue $q_2^* D1 = q_2^* D2 = \frac{3}{2}$ et $q_3^* = 2$

- **Calcul du débit système**

$$\emptyset_{11} = p_1 * q_1^* * a_1$$

$$\emptyset_{11} = \frac{1}{351} * 1 * \frac{351}{5}$$

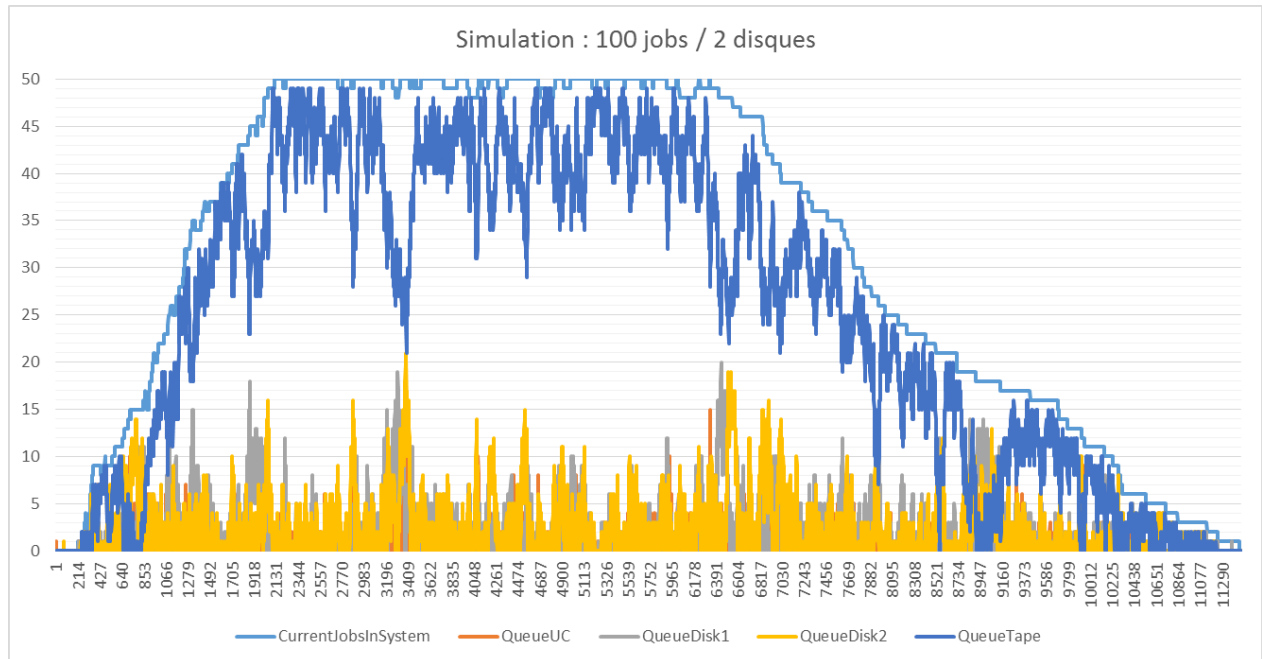
$$\emptyset_{11} = \frac{1}{5} \text{ travaux par seconde}$$

E. Question 5

Pour 2 disques, on obtient pour 100 travaux :

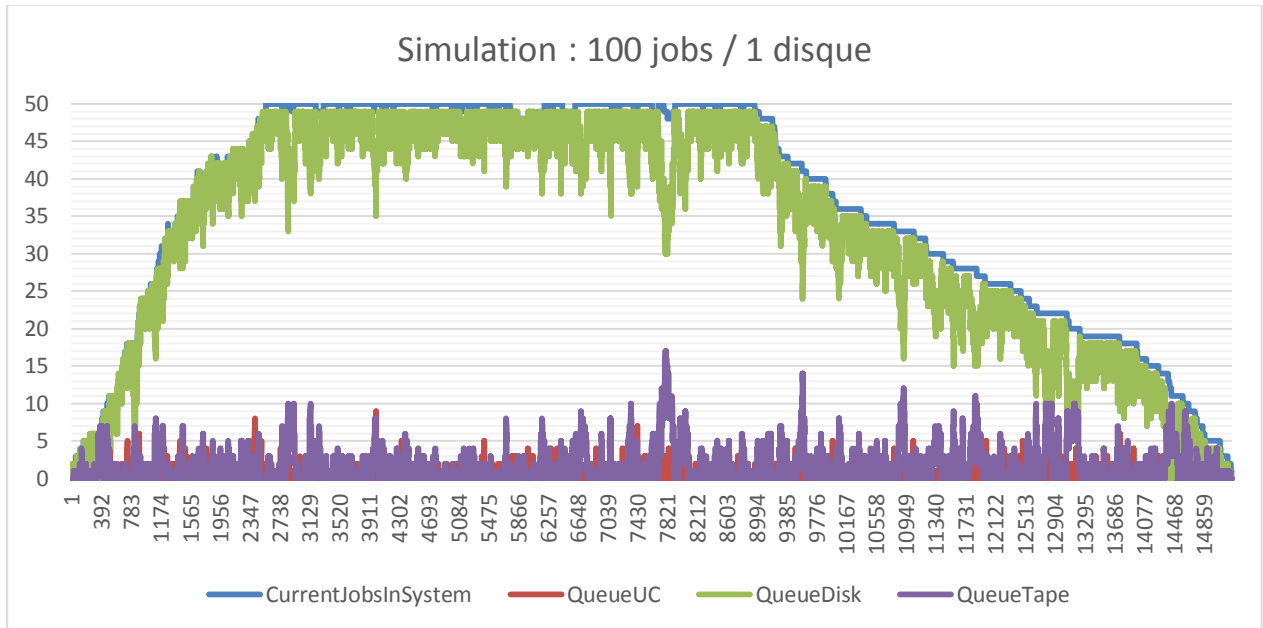
- N1 381.63
- N2 326.71
- N3 53.92
- Time 372.24511 (Temps moyen pour traiter un process)
- 0.08726003490401396 travaux par seconde
- UC Usage 53%
- Disk1 Usage 75%

- Disk2 Usage 77%
- Tape Usage 95%



Pour 1 disque, on obtient pour 100 travaux :

- N1 354.9
- N2 303.09
- N3 50.81
- Time 558.18437 (Temps moyen pour traiter un process)
- 0.06565988181221274 travaux par seconde
- UC Usage 39%
- Disk Usage 99%
- Tape Usage 73%



On peut voir qu'en rajoutant un élément, ici un disque, le débit augmente, et le temps moyen pour traiter un processus diminue.

Pour augmenter la performance du système, il suffit donc d'ajouter des éléments.

Conclusion

Pour finir sur ce projet, nous avons essayé de respecter au maximum le cahier des charges bien que nous avons eu des doutes au niveau de l'interprétation de certaines données. Outre cette difficulté, n'ayant jamais utilisé le multi-threading avant, nous avons rencontré quelques difficultés quant à sa mise en place dans le programme. Cependant il nous a permis de découvrir de nouvelles théories et de nouveaux outils mathématiques.

Nous retenons de ce travail les problèmes qu'engendrent le fait de travailler en trinôme, et notamment celui de l'organisation, la répartition du travail et le temps libre de chacun.