

1)

Préciser comment écrire la forme standard d'un PML quelconque à l'aide des variables d'écart (VE) précédemment définies et de variables artificielles (VA) à introduire pour l'écriture des contraintes et de la fonction économique.

Préciser les critères de Dantzig dans le cas d'une recherche de minimum.

Dans le cas de la forme standard d'un PML toutes les équations sont des inégalités, ce qui sert pour la résolution du simplexe.

Comment écrire la forme standard ?

- Contrainte d'inégalité $\leq$

Prenons l'inégalité $x_1 + x_2 \leq 6$

Celle-ci devient : $x_1 + x_2 + x_3 = 6$

x_3 est une variable d'écart (VE) ≥ 0 .

- Contrainte d'inégalité $\geq$

L'inégalité est alors : $x_1 + x_2 \geq 6$

Dans ce cas on ne pourra pas seulement introduire une variable d'écart (VE) x_3 telle que $x_1 + x_2 - x_3 = 6$. En effet la solution initiale : $\begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = 0 \end{cases}$ entraîne $x_3 = -6 \leq 0$ ce qui est interdit.

On introduit alors une variable artificielle (VA) x_4 telle que l'équation devient : $x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 6$.

La solution initiale de cette équation est donc composée de trois variables hors-

base : $\begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = 0 \\ x_3 = 0 \end{cases}$ et d'une variable dans la base : $x_4 = 6$.

- Contrainte d'égalité $=$

L'égalité est alors : $x_1 + x_2 = 6$.

Dans ce cas on introduit une variable artificielle (VA) x_3 telle que l'égalité devienne : $x_1 + x_2 + x_3 = 6$. Le second membre étant positif ($6 > 0$), on met donc un signe positif devant la VA dans l'égalité.

La solution initiale de cette égalité composée de deux variables hors-base :

$\begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = 0 \end{cases}$ et d'une variable dans la base : $x_3 = 6$.

- La fonction économique Γ

On introduit d'abord une variable d'écart (VE) affectée d'un coefficient 0.

On introduit ensuite une variable artificielle (VA) affectée d'un coefficient M dont le signe variera en fonction que l'on recherche un minimum : +M, ou un maximum : -M. On choisit le coefficient M comme un très grand nombre positif afin que la solution finale donne une variable artificielle (VA) égale à 0.

En conclusion, la forme standard d'un PML quelconque se définit comme suit :

- Contraintes :

$\leq$	+ VE
$\geq$	- VE $\pm$ VA
$\equiv$	$\pm$ VA

Avec : $\pm$ correspondant au signe du deuxième membre.

- Fonction économique :

Min et Max	0 x VE
Min	+M x VA
Max	-M x VA

Les critères de Dantzig dans le cas d'une recherche de minimum sont :

- La variable entrante (v.e.) correspond au coefficient le plus négatif dans la fonction économique.
- La variable sortante (v.s.) correspond au coefficient positif le plus petit dans R' .