

II. Méthode du simplexe pour un programme linéaire quelconque (projet TAI)

La méthode décrite précédemment ne permet de résoudre que des PML correspondant à la recherche d'un maximum en présence de contraintes linéaires de type inégalité "inférieure ou égale".

Le but du projet TAI est d'étendre la méthode au cas général de la recherche d'optimum (maximum ou minimum) en présence de contraintes linéaires de type "inégalité" ($\leq$ ou $\geq$) ou "égalité" :

- 1) A l'aide d'une recherche sur internet ou dans la littérature (l'accès à la Bibliothèque Mathématiques - Informatique Enseignement de Jussieu, Patio 46-55 niveau Jussieu, est libre, vous ne pouvez pas emprunter d'ouvrages mais des photocopieuses sont disponibles, renseignements sur le site <http://www.bius.jussieu.fr/> de la Bibliothèque Interuniversitaire Scientifique de Jussieu), vous devrez en particulier :

- préciser comment écrire la forme standard d'un PML quelconque à l'aide des variables d'écart (VE) précédemment définies et de variables artificielles (VA) à introduire pour l'écriture des contraintes et de la fonction économique.
- préciser les critères de Dantzig dans le cas d'une recherche de minimum.

- 2) déterminer la production optimale d'un atelier qui fabrique deux types de produit, A_1 et A_2 , en quantités x_1 et x_2 , dont le bénéfice après la vente des produits s'élève à $\Gamma = 10 x_1 + 20 x_2$. Les contraintes diverses (fabrication, vente...) se traduisent par le système d'inéquations simplifiées suivant :

$$\begin{cases} x_1 + 3 x_2 & \leq 6 \\ x_1 - x_2 & \leq 2 \\ 2 x_1 + x_2 & \geq 2 \end{cases} \quad (\text{et pas } \leq 2 !)$$

- 3) tester la "robustesse" de la décision optimale de production lorsqu'un des paramètres du problème varie à cause d'événements imprévus : on traitera successivement le cas des bénéfices unitaires 10 et 20 des produits A_1 et A_2 en utilisant la PML paramétrée qui consiste à remplacer le paramètre étudié P par $P(1 + \lambda)$ avec $\lambda > -1$ et à déterminer l'optimum de production suivant les valeurs de λ .

Travail à fournir :

- le travail sera effectué par groupe de 3 personnes : les groupes ont déjà été constitués.
- un rapport écrit exposant clairement vos résultats (10 pages maximum) sera rendu par chaque groupe une semaine avant la date de soutenance.
- un exposé oral sera préparé. Sa durée, l'ordre de passage ainsi que la salle de soutenance vous seront communiqués ultérieurement. Moyens pour la présentation : tableau, rétroprojecteur ou vidéoprojecteur. Si vous choisissez le vidéoprojecteur (moyen recommandé), les présentations devront être préalablement chargées sur un portable unique sous la responsabilité des délégués.
- un logiciel (de préférence écrit en C et tournant sous Windows) sera réalisé pour répondre à la question 2 ; afin de tester ce logiciel pendant la présentation, le logiciel devra lire les paramètres du PML dans un fichier de configuration ASCII (extension .txt) ayant la structure suivante :

ligne 1 : M max_ou_min ($M = -1$ si Min, $M = +1$ si Max)
 ligne 2 : n nombre_de_variables
 ligne 3 : $q_1 q_2 \dots q_n$ fonction_économique
 ligne 4 : p nombre_de_contraintes
 ligne 5 : $a_1 a_2 \dots a_n$ signe a_{n+1} contrainte_1 (le signe est -1 pour $\leq$, 0 pour $=$, et +1 pour $\geq$)
 ligne 6 : $b_1 b_2 \dots b_n$ signe b_{n+1} contrainte_2
 ...
 ligne $5+p-1$: $p_1 p_2 \dots p_n$ signe p_{n+1} contrainte_p

Le fichier de configuration pour la question 2 contient donc les informations :

```

1 max_ou_min
2 nombre_de_variables
10 20 fonction_économique
3 nombre_de_contraintes
1 3 -1 6 contrainte_1
1 -1 -1 2 contrainte_2
2 1 1 2 contrainte_3
  
```

Le logiciel devra permettre la résolution de problèmes de grande dimension. Même s'il n'est pas rare dans la pratique de dépasser le million de variables, on se limitera à 1 000 variables et 1 000 contraintes. Le code source ainsi que l'algorithme utilisé devront être présentés pendant la soutenance orale. Afin de pouvoir vérifier le résultat du code sur des problèmes de grande dimension, on stockera les résultats dans un fichier texte, de nom "résultats-PML", comprenant un nombre par ligne dans l'ordre suivant : valeur optimale obtenue de la fonction économique, nombre de variables du problème, valeur optimale obtenue de chaque variable.