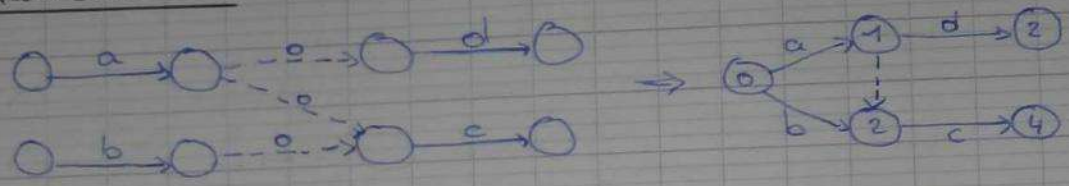
Optimisation TD3

14-02-12

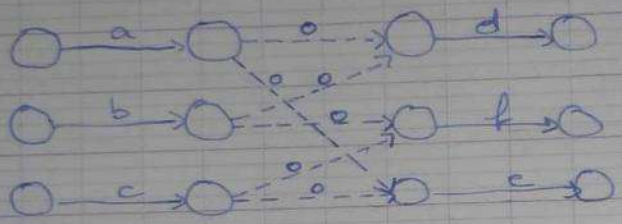
TD3 : Optimisation PERT

Exercice 1 : PERT

a)



b)



Exercice 2

1)

x	P(x)	P(P(x))	Rang
a	–	–	0
b	~~j~~	e	2
c	–	–	0
d	e	–	1
e	–	–	0
f	a	–	1
g	~~a~~ f	a	2
h	a c d	e	2
i	~~a c d e f h k~~	e a c d f	3
j	e	–	1
k	~~a~~ f	a	2

TD 7 8
Opti

16.03.12

TD 7-8 : Recherche Opérationnelle

Exercice 1 : Magasin d'outillage

$\mu = 54$ services/h $\lambda = 96$ arrivées/h

1) Kendall : M / M / m / ∞ / ∞ / FIFO

$m \geq \frac{\lambda}{\mu}$ donc $m \geq 2$.

3-2) moyenne d'ouvriers par jour : $96 \times 8 = 768$ ouvriers/j

tps total passé à les servir : $\frac{768}{54} = 14,22$ h (tps pour 1 ouvrier)

(cf abaque pour calculer μW_Q)

Coût total	m	Tps d'oisiveté magasiniers	Coût (× 10€/h)	$\rho = \frac{\lambda}{m\mu}$	μW_Q	μW_Q	Tps total d'att. par jour	Coût de la F.A (20€/h)
1089€	2	1,78 h	17,8€	0,889	4	3,765	53,55 h	1071€
~~178€~~ ✓	3	9,78 h	97,8€	0,593	0,29	0,282	4,01 h	80,2€
194€	4	17,78 h	177,8€	0,444	0,055	0,056	0,80 h	16,2€
261€	5	25,78 h	257,8€	0,356	0,013	0,012	0,17 h	3,4€

$\mu W_Q \times 768/\mu = \checkmark$

m = 3 meilleure solution

E

4) Tps d'oisiveté de 9,78 h, l'un au moins inactif en moy.

5)

m	Coût total de la FA avec 10% absentéisme	Nouveau Cumul
2	×	×
3	80,2 × 90% + 1071 × 10% = 179€	277€
4	16,2 × 90% + 80,2 × 10% = 22,6€	200,4€
5	3,4 × 90% + 16,2 × 10% = 4,78€	261,2€

90% du tps et le reste 10% manque une personne

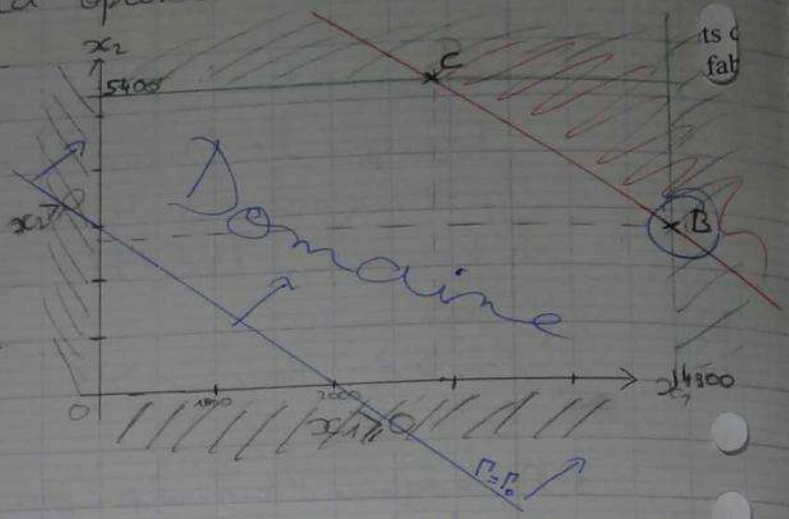
Si 10% d'absentéisme, il vaut mieux 4 magasiniers.

x_1	4900	2800
x_2	2700	5400

Exercice 2 : Product° optimale d'un atelier

$x_1 \geq 0 \quad x_2 \geq 0$.

1) $\begin{cases} x_1 \leq 4900 \\ x_2 \leq 5400 \\ \frac{x_1}{35} + \frac{x_2}{45} \leq 200 \end{cases}$



$\text{Max } \Gamma = 60x_1 + 40x_2$

$\Gamma = \Gamma_0$

$60x_1 + 40x_2 = \Gamma_0 \iff x_2 = -\frac{60}{40}x_1 + \frac{\Gamma_0}{40}$: coeff directeur $= -\frac{3}{2}$ sin

B est la solution optimale : $\boxed{B(4900, 2700)}$

↳ $\Gamma_{max} = 60 \times 4900 + 40 \times 2700 = \boxed{402\,000}$

2) Forme standard

$\begin{cases} x_1 + e_1 = 4900 \\ x_2 + e_2 = 5400 \\ \frac{x_1}{35} + \frac{x_2}{45} + e_3 = 200 \end{cases}$ $\quad x_1\ x_2\ x_3\ e_1\ e_2\ e_3 \geq 0$.

$\Gamma = 60x_1 + 40x_2$

B \ HB	ve x_1	x_2	°	°	°	R	R'
VS e_1	1	0	1	0	0	4900	4900 → VS (1re entière, le + petit tgm.)
e_2	0	1	0	1	0	5400	/ 5400
e_3	1/35	1/45	0	0	1	200	7000 / 9000
Γ	60	40	0	0	0	0	

↑ v.e. : 1re entière de Dantzig → le + grd > 0 car on maximise
+ grd < 0 si on minimise.

R ↓ ve

$\lambda < 1/3$

09 12

en rouge ce qu'on veut obtenir

Pt A(4900, 0)

B \ HB	•	x_2 (Ve)	e_1	•	•	R	R' (R devient)
x_1	1	0	1	0	0	4900	
e_2	0	1	0	1	0	5400	5400
e_3	0	1/45	−1/35	0	1	60	2700
Γ	0	40	−1/60	0	0	−294000	

e_1 / x_1 ; (e_2 idem déjà vu) ; $e_3 - \frac{1}{35} e_1$; $\Gamma - 60 e_1$

Pt B(4900, 2700)

B \ HB	•	•	e_1	•	e_3	R
x_1	1	0	1	0	0	4900
e_2	0	0	9/7	1	−45	2700
x_2	0	1	−9/7	0	45	2700
Γ	0	0	−60/7	0	−1800	−402000

idem ; $e_2 - 45 e_3$; $e_3 \times 45$; $\Gamma - 40 \times 45 e_3$

⇒ ≤0 FIN

3) Résolut paramétrée $\lambda > -1$

λ s'écrit : $60(1+\lambda)$.

$60(1+\lambda) > 40 \Rightarrow \boxed{\lambda > -1/3}$

1ère itérat° avec $\lambda > -1/3$

B \ HB	x_1	x_2	•	•	•	R	R'
x_1	1	0	1	0	0	4900	/
e_2	0	1	0	1	0	5400	5400
e_3	0	1/45	−1/35	0	1	60	2700
Γ	0	40	$\frac{-60}{(1+\lambda)}$	0	0		

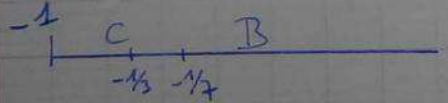
$\Gamma - 60(1+\lambda) e_1$

⇒ Nvlle valeur de λ qui apparait.

$\Gamma \leftarrow -60(1+\lambda) + \frac{360}{7}$

$-60(1+\lambda) + \frac{360}{7} > 0$

$\Leftrightarrow \lambda < -\frac{1}{7}$



$\lambda < -1/3$

	x_1	•	•	e_2	•	R
e_1	1	0	1	0	0	4900
x_2	0	1	0	1	0	5400
e_3	1/35	0	0	−1/45	1	80
Γ	$\frac{60(1+\lambda)}{35}$	0	0	−40	0	−216000

$(e_3 - \frac{1}{45} e_2)$

$\Gamma \leftarrow \Gamma - 60(1+\lambda) 35 e_3$

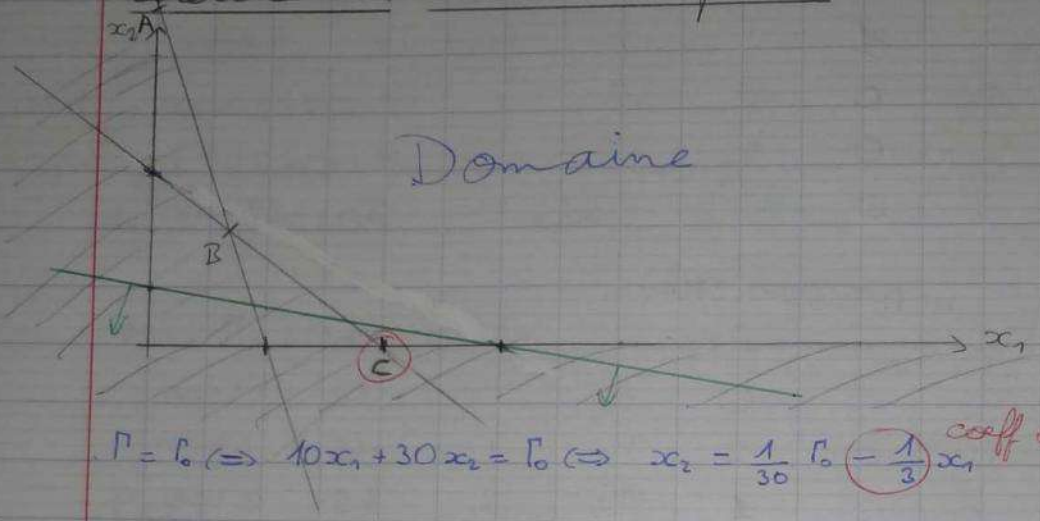
À la 2ème itération Fin.

On obtiendra le point C.

	C			A
x_1	2	0	1	0
x_2	0	3	6	6

$$\text{Min } \Gamma = 10x_1 + 30x_2 \qquad \begin{cases} x_1 \geq 0,\ x_2 \geq 0 \\ 3x_1 + 2x_2 \geq 6 \\ 6x_1 + x_2 \geq 6 \end{cases}$$

Exercice 3 : Variables artificielles



$\Gamma = \Gamma_0 \Leftrightarrow 10x_1 + 30x_2 = \Gamma_0 \Leftrightarrow x_2 = \frac{1}{30}\Gamma_0 - \frac{1}{3}x_1$ (coeff directeur)

Solut° optimale : $C(2;0)$ $\quad \Gamma_{min} = 20$

Forme standard

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 - e_1 + a_1 = 6 \\ 6x_1 + x_2 - e_2 + a_2 = 6 \\ x_1\ x_2\ e_1\ e_2\ a_1\ a_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \text{Min } \Gamma &= 10x_1 + 30x_2 + 0.e_1 + 0.e_2 + Ma_1 + Ma_2 \\ &= 10x_1 + 30x_2 + M(6 - 3x_1 - 2x_2 + e_1) + M(6 - 6x_1 - x_2 + e_2) \\ &= (10 - 9M)x_1 + (30 - 3M)x_2 + Me_1 + Me_2 + 12M \end{aligned}$$