TD 4

## Exercice I

### Alg de BLOCH

| | | | |
|---|---|---|---|
| OA | 15 | 11 | 8 |
| OB | 10 | 10 | |
| OC | 15 | 15 | |
| OD | 15 | 15 | |
| AE | 7 | 3 | 0 |
| BA | 5 | 5 | |
| BF | 5 | 5 | |
| CF | 10 | 10 | |
| CG | 7 | 7 | |
| DG | 10 | 10 | |
| EF | 5 | 5 | 2 |
| EH | 4 | 0 | |
| EI | 15 | 15 | |
| FI | 15 | 15 | |
| GI | 15 | 15 | 12 |
| HJ | 7 | 3 | 0 |
| IH | 7 | 7 | 4 |
| IK | 30 | 30 | |
| IL | 4 | 4 | |
| IS | 15 | 11 | 8 |
| KJ | 10 | 10 | |
| KS | 20 | 20 | |
| LS | 15 | 15 | |

F6 > 15 < 15 < 2

O → A → E → H → J → S (4)

O → A → E → F → G → I → H → J → S (+3)

Continuation par méthode manuelle.

O -10-> B -5-> F -15-> I -30-> K -10-> J -8-> S (+3)

O -15-> D -10-> G -12-> I -15-> K -10-> S (+10)

O -15-> C -7-> G -3-> I -4-> L -15-> S (+2)

O -13-> C -10-> F -10-> I -15-> K -10-> S (+10)

Plat complet 24

# Algorithme de Ford - Fulkerson

- Marquer O
- A partir d'un sommet marqué i

(i) → (j) . Marquer un successeur de i par +i
Si l'arc i → j n'est pas saturé

ou : (i) ← (j) Marquer un prédécesseur de i par -i si le flot est non nul.

## Chaine améliorante

$$O \xrightarrow{3} C \xrightarrow{5} G \xleftarrow{3} F \xleftarrow{3} E \xrightarrow{15} I \xrightarrow{5} K \xrightarrow{5} J \xrightarrow{3} S \qquad \left.\begin{matrix} d_1 = 3 \\ d_2 = 3 \end{matrix}\right\} d = 3$$

$$\left.\begin{matrix} d_1 = \min\limits_{\rightarrow} (\text{capacités résiduelles}) > 0 \\ d_2 = \min\limits_{\leftarrow} (\text{flots}) > 0 \end{matrix}\right\} d = \min(d_1, d_2) > 0$$

On ajoute d sur les "→"
On retranche d sur les "←"

## Preuve de l'optimalité

- Si on ne peut pas marquer.
Marquer tous les sommets possibles
Tracer la coupe qui sépare les sommets marqués (dont O) des non marqués (dont S)
- Un arc qui traverse cette coupe de gauche à droite est saturé (sinon on aurait pu marquer son extrémité)
- Un arc qui traverse cette coupe de droite à gauche a un flot nul (sinon on aurait pu marquer son origine)

Donc la capacité de la coupe = valeur du flot ce qui par la maximalité du flot