

Théorie des graphes :

Suite du cours papier^^

Fermeture transitive de l'application multivoque, c'est l'ensemble des descendants (descendant1 union descendant2

2graphes sont **équivalents** s'ils ont la même fermeture transitive

Graphe **minimillité** si l'on supprime un arc quelconque et que l'on a pu la même fermeture transitive

Connexité :

- dans un graphe orienté si il existe un chemin de u vers v et de v vers u (pas forcément direct)
- dans un graphe non orienté, si pour toute paire de sommets distincts il existe une chaîne reliant u et v

Graphes sans circuits

Méthode 1 : un graphe est sans circuit si la matrice d'adjacence M associée à sa fermeture transitive ne possède aucun 1 sur la diagonale

Méthode 2 : l'algorithme : tant que c'est possible, supprimer du graphe un sommet sans prédécesseur. Si on réussit à supprimer tous les sommets, le graphe est *****

Plus courts chemins

Recherche du plus court chemin entre 2 sommets.

A chaque arc u est associé une longueur (ou coût) $l(u)$

Cout cumulé= $\text{cout}(\mu) = l(\mu)$ = poids = somme des couts individuels

$L(\mu) = \text{somme } l(u)$

Condition d'existence :

- Si le cout est minimal il existe obligatoirement un autre chemin repassant par le sommet^^
- Prout
- Zetou^^

Variante du problème

- Plus court chemin entre 2sommets
- Entre un sommet et tous les autres sommets (de la source vers ailleurs)
- On recherche les plus courts chemins entre tous les sommets pris 2 à 2

Le pb 1 à pour meilleur solution celles du pb2

Algorithme de dijkstra :

Principe

-on prend un sommet->comet source

-si i appartient à l'arc on a $l(i)$ =cout de l'arc (en fait si on a un arc on prend la valeur de cet arc)

Sinon $l(i)=0$ (sinon on met l'infinité^^)

-on prend la longueur minimale des chemins de 1 à i

- on partitionne en 2 les sommets S : Met CC

$M = S - CC$ avec au début $CC = \{1\}$ et $M = \{2, 3, \dots, N\}$

Donc on construit étape par étape un ensemble CC des sommets x pour lesquels on est sûr d'avoir le plus court chemin

Tant que M n'est pas vide :

- On choisit dans M un sommet j tel que le cout est le plus petit et on ajoute le sommet j dans l'ensemble de CC
- Pour tous les sommets i qui sont successeurs de j on met dans le minimum du cout de l'ancien cout et la somme des couts et l'arc qui mène de j à i

Algo :

Initialisation :

$CC = \{1\}$; $M = \{2, 3, \dots, N\}$

$Pi(1)=0$

$pi(i)=\dots$