

Devoir surveillé écrit

Notes de cours et travaux dirigés autorisées. Aucun autre document.

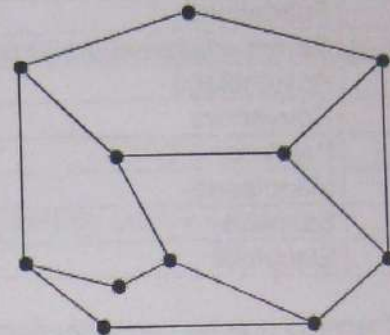
Exercice 1

Un graphe est utilisé pour représenter les couloirs d'un musée. Les sommets représentent les carrefours, les arcs les couloirs.

Q1.1 Un gardien placé dans un couloir peut surveiller les deux carrefours placés à ses extrémités. Comment procéder pour placer le moins possible de gardiens pour que tous les carrefours soient surveillés ?

Q1.2 Un gardien placé à un carrefour peut surveiller tous les couloirs amenant à ce carrefour. Comment procéder pour placer le moins possible de gardiens pour surveiller tous les couloirs ?

Pour les 2 questions, votre réponse sera bien sûr exprimée en termes de théorie des graphes. Il s'agit de décrire la méthode à employer, sans nécessairement aller jusqu'à l'écriture d'un algorithme.



✓ Exercice 2

Deux animaux, un male et une femelle, ont été déposés sur une île déserte et y ont procréé. La population de ces animaux s'est agrandie et on souhaite la représenter sous la forme d'un graphe défini comme suit :

- les sommets du graphe sont les animaux ;
- les arcs représentent les liens de parenté "a pour enfant".

✓ Q2 Quelles sont les caractéristiques de ce graphe ?

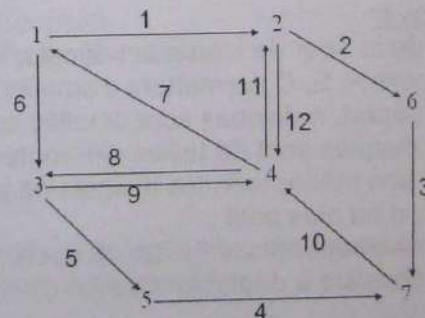
Exercice 3

Dans le graphe ci-contre, les sommets sont numérotés de 1 à 7, et les arcs de 1 à 12.

✓ Q3.1 Définir les structures de données (langage de type C) permettant de représenter une matrice d'incidence.

✓ Q3.2 Ecrire le contenu de la matrice d'incidence pour le graphe ci-contre.

Q3.3 Ecrire un programme permettant de construire la liste chaînée des prédécesseurs à partir de la matrice d'incidence. L'algorithme sera décrit en commentaire de votre programme.



Exercice 4

Q4 Ecrire un algorithme qui détermine, à partir d'une matrice d'incidence, les couples de sommets (x,y) d'un graphe tels que il existe un arc de x vers y et un arc de y vers x.

Exercice 5

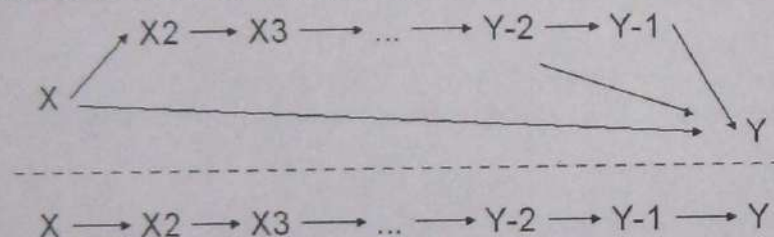
Soit le tableau suivant représentant les tâches d'un projet.

	Tâches	Durées	Antécédents (doivent être terminées avant d'effectuer la tâche)
X	A Achat du terrain	2	--
X	B Fondations	4	A
X	C Construction des préfabriqués	4	--
X	D Assemblage	2	A B C
X	E Couverture	3	D
X	F Peinture	3	H I E D
X	G Menuiserie	1	E D H
X	H Sanitaire	1	D
X	I Electricité	2	D E

✓ Q5.1 Tracer le graphe correspondant (sommets = tâches).

Pour ce genre de problème d'ordonnancement, une simplification du graphe est possible pour optimiser le déroulement des algorithmes. Par exemple, représenter que A est un antécédent de D n'est pas nécessaire puisque D a pour antécédent B qui, lui même, a pour antécédent A.

De façon générale, si il existe un chemin de x à y contenant au moins un sommet intermédiaire, alors il n'est pas utile d'avoir un arc de x à y et on peut le supprimer. Les deux graphes représentés ci-dessous auront un même résultat sur les calculs d'ordonnancement :



Q5.2 Trouver (et décrire !) un algorithme permettant de faire une telle "réduction" d'un graphe.

Exercice 6

Le jeu de la Tour de Hanoï est décrit comme suit :

- 3 tours A, B, C permettent d'empiler des disques les uns sur les autres ;
- au départ, n disques sont empilés sur une seule tour ;
- les disques sont de tailles différentes, allant du plus petit (1) jusqu'au plus grand (n) ;
- sur une même tour, les disques ne peuvent être empilés de bas en haut que du plus grand au plus petit ;
- on ne peut déplacer qu'un disque à chaque opération.

Le jeu consiste à déplacer tous les disques d'une tour sur une autre.

✓ Q6.1 Comment modéliser ce jeu à l'aide d'un graphe ?

✓ Q6.2 Représenter graphiquement ce graphe dans le cas de 2 disques de tailles 1 et 2.

Q6.3 Quel genre d'algorithme utiliseriez-vous pour résoudre ce problème ?

✓ Exercice 7 - QCM

Indiquer la (les) réponse(s) possible(s) à chacune des 10 questions suivantes :

✓ Q7.1 - Quelle matrice peut-on utiliser pour le calcul du degré d'un sommet ?

- 1 Matrice d'adjacence ② Matrice d'incidente 3 Les deux 4 Aucune

✓ Q7.2 - Un graphe non orienté est un couple $G=(S,A)$ où S définit un ensemble de sommets et A un ensemble de paires de sommets appelées arcs.

- 1 Vrai ② Faux

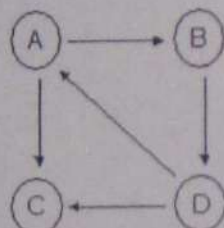
✓ Q7.3 - Si x est l'extrémité finale d'un arc dont y est l'extrémité initiale, alors x est le :

- 1 prédécesseur de y ② successeur de y

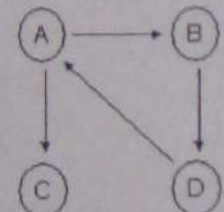
✓ Q7.4 - Les graphes suivants sont-ils connexes et fortement connexes ?



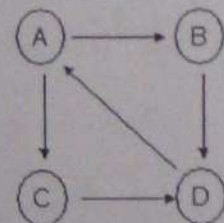
- ① Connexe
② Fortement connexe



- ① Connexe
2 Fortement connexe



- 1 Connexe
2 Fortement connexe



- ① Connexe
2 Fortement connexe

✓ Q7.5 - Soit un graphe défini par S l'ensemble de ses sommets et A l'ensemble de ses arcs. Une matrice d'adjacence représente une fonction définie entre les ensembles :

- 1 S et A ② S et S 3 A et A

✓ Q7.6 - Un graphe est dit symétrique si et seulement si :

- ① pour tout arc $x \rightarrow y$, il existe un arc $y \rightarrow x$
2 pour tout chemin de x à y , il existe un chemin de y à x

✓ Q7.7 - Si on note $CFC(a)$ la composante fortement connexe contenant le sommet a dans un graphe, alors : pour tout sommet x appartenant à $CFC(a)$, on a $CFC(x) \subset CFC(a)$

① Vrai

2 Faux

✓ Q7.8 - Dans un arbre, il peut exister plusieurs chaînes entre deux sommets donnés.

① Vrai

2 Faux

✓ Q7.9 - Un chemin élémentaire peut passer plusieurs fois par le même arc

1 Vrai

② Faux

✓ Q7.10 - Un point d'entrée peut appartenir à un circuit si un nombre impair d'arcs lui sont adjacents

1 Vrai

② Faux

fin du devoir