

Théorie des Graphes

Session de rattrapage – Juillet 2009

Documents, ordinateurs, ... INTERDITS

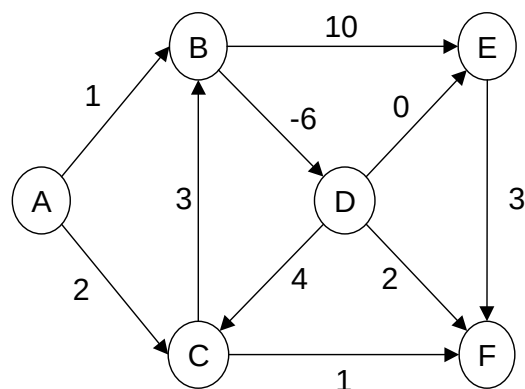
Notation :

Q1 Dijkstra ou Bellman ?	2
Q2 Déroulement Dijkstra	3
Q3 Représentation contrainte	2
Q4 Construction graphe ordonnancement	2
Q5 Calcul calendriers	3
Total	12

Validation si note ≥ 7

1) Dans le graphe ci-contre, quel algorithme utiliseriez-vous pour calculer les plus courts chemins de 'A' à n'importe quel autre sommet du graphe : Dijkstra ou Bellman ? Pourquoi ?

Note : une réponse sans justification, même si elle est correcte, ne vous rapportera aucun point !



Réponse attendue (2 pts) :

Valeur négative → Dijkstra impossible

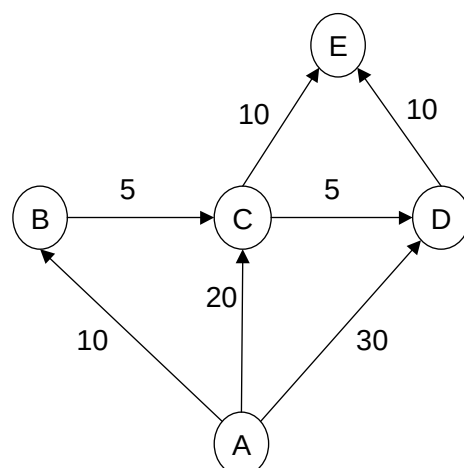
Pas de circuit absorbant → Bellman possible

La moitié des points si différencie bien l'existence d'arc négatif de l'existence de circuit absorbant, mais par exemple se trompe d'algo.

Rien s'il n'évoque pas la notion de circuit absorbant.

2) Déroulez l'algorithme de Dijkstra pour recherche les plus courts chemins au départ de 'A' dans le graphe ci-contre.

En fin de déroulement, vous synthétiserez vos résultats en donnant la distance la plus courte depuis A pour chaque autre sommet.



Réponse correcte (déroulement et résultat) : 3 pts

Erreur de calcul (manque d'attention) mais méthode correcte : 2 pts

Mauvaise terminaison de l'algo : 1 pt

Méthode erronée : 0 pt

3) Dans la représentation d'un problème d'ordonnancement, une contrainte de la forme « la tâche B commence au plus tôt lorsque la tâche A est terminée » est représentée par un arc de 'A' vers 'B' ayant pour valeur la durée d'exécution de 'A'.

Cet arc est une représentation de l'inégalité suivante :

$$\text{début}(B) - \text{début}(A) \geq \text{durée}(A)$$

qui signifie mathématiquement qu'il doit y avoir un intervalle de temps « d'au moins 'durée(A)' » entre les dates de début des tâches.

Supposons maintenant deux tâches X et Y, liées par la contrainte :

« Y doit débiter dès la fin de X »

c'est-à-dire sans délai.

Représentez cette contrainte sous forme d'un graphe ayant pour sommets X et Y.

Réponse attendue (2 pts) :

$$\text{début}(X) + \text{durée}(X) = \text{début}(Y)$$

Donc :

$$\text{début}(X) + \text{durée}(X) \leq \text{début}(Y)$$

et

$$\text{début}(X) + \text{durée}(X) \geq \text{début}(Y)$$

Donc :

$$\text{début}(Y) - \text{début}(X) \geq \text{durée}(X)$$

et

$$\text{début}(X) - \text{début}(Y) \geq -\text{durée}(X)$$

d'où les arcs :

X --> Y de valeur 'durée(X)'

et

Y --> X de valeur '- durée(X)'

Analyse correcte des expressions mais arcs non identifiés : 1 pt

4) Construisez un graphe d'ordonnancement permettant de représenter les contraintes indiquées dans le tableau ci-dessous et complétez-le pour qu'il permette de calculer les calendriers du projet.

Tâches	Durée	Contraintes
A	1	B et D doivent être terminées pour commencer A
B	2	-- (aucune contrainte)
C	10	A, B et D doivent être terminées pour commencer C
D	5	-- (aucune contrainte)
E	8	D doit être terminée pour commencer E
F	3	E doit être terminée pour commencer F

Réponse correcte : 2 pts

Oubli de 'début' et 'fin' : - 1 pt

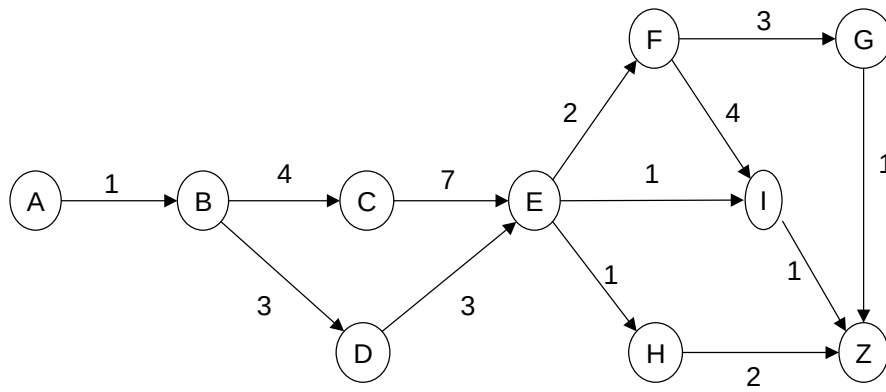
Erreur dans la construction des arcs : -1 pt

5) Calculez les dates de début de réalisation au plus tôt et au plus tard pour les tâches 'A' à 'I' du projet représenté par le graphe ci-dessous.

Vous considérerez que la date au plus tard de la fin du projet est égale à sa date au plus tôt.

Vous devez impérativement indiquer les dates associées aux tâches dans l'ordre dans lequel vous les avez calculées.

Attention : les valeurs associées aux arcs sont calculés sur la base de contraintes particulières (pourcentages d'exécution) auxquelles vous n'êtes peut-être pas habitués. Ne faites pas attention à cela et utilisez les mécanismes classiques de calcul de calendriers vus en cours et TD.



Réponses correctes : 3 pts

Quelques valeurs incorrectes dans un des calendriers : - 1 pt

Un calendrier totalement incorrect : -2 pts