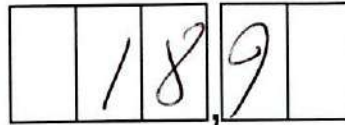


Nom : Bloquet

Groupe TD : F



BLOQUET Romain
L3 - 2015

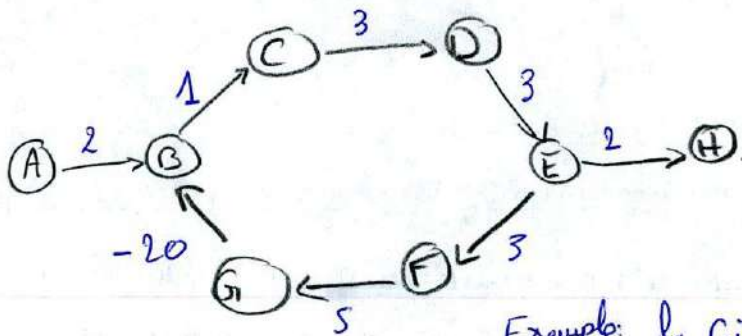
EFREI 2015/2016 - L3 / L'3 - Théorie des Graphes - Devoir Surveillé Ecrit

Documents, ordinateurs, smartphones, calculatrices, ... INTERDITS

Q1 à Q6 : si vous le souhaitez, vos réponses peuvent utiliser des exemples avec les explications appropriées.

Q1. Justifiez pourquoi un circuit dont la valeur est négative rend impossible le calcul d'un chemin de valeur la plus faible.

Un circuit dont la Valeur est négative rend impossible le calcul d'un chemin de Valeur le plus court car en passant par celui-ci le chemin diminue, et on peut passer par un circuit infiniment.



Exemple: le circuit BCDEFGBC
a pour valeur -5, c'est donc un circuit
absorbant, on peut y passer une infinité avant
d'atteindre H depuis A : ABCDEH

ABC DEFGBCD H
ABCDEFGBCD E H
...

Et qui décroît notre chemin le plus court de
à chaque fois, ce qui est donc impossible.

Q2. Par quel mécanisme l'algorithme de Bellman détecte-t-il la présence de circuit absorbant ?

L'algorithme de Bellman permet de détecter la présence ?

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14
1 0 1 1 0 1 1 1 1 1 1 1 1 1

Nom :

Prénom :

Groupe TD :

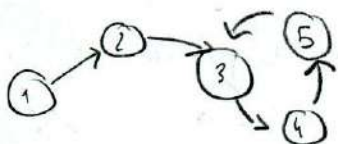
Q3. Pourquoi l'algorithme de Dijkstra n'a-t-il aucun mécanisme pour détecter la présence de circuit absorbant ?

L'algorithme de Dijkstra n'a aucun mécanisme pour détecter la présence de circuit absorbant, car celui-ci est possible que si toutes les arêtes sont strictement positives ou égales à zéro.
De plus une fois qu'un sommet est sélectionné dans le CC on ne revient pas dessus.

~~car celui-ci est possible que si toutes les arêtes sont strictement positives ou égales à zéro.~~
~~De plus une fois qu'un sommet est sélectionné dans le CC on ne revient pas dessus.~~

Q4. Pourquoi la présence de circuit empêche-t-elle le calcul de rangs associés aux sommets ?

Tout Sommet appartenant à un circuit a un successeur et un prédécesseur. Or Pour calculer le rang d'un sommet il faut que celui-ci soit une racine, c'est-à-dire sans prédécesseur (sans ancêtre), ce qui nous empêche donc de calculer le rang. ✓



$K=0$

select racine 1

on la supprime

$r(1)=0, K=1$

$K=1$ select 2 (qui est devenu une racine suite à la suppression de 1)

suppression de 2

$r(2)=1, K=2$

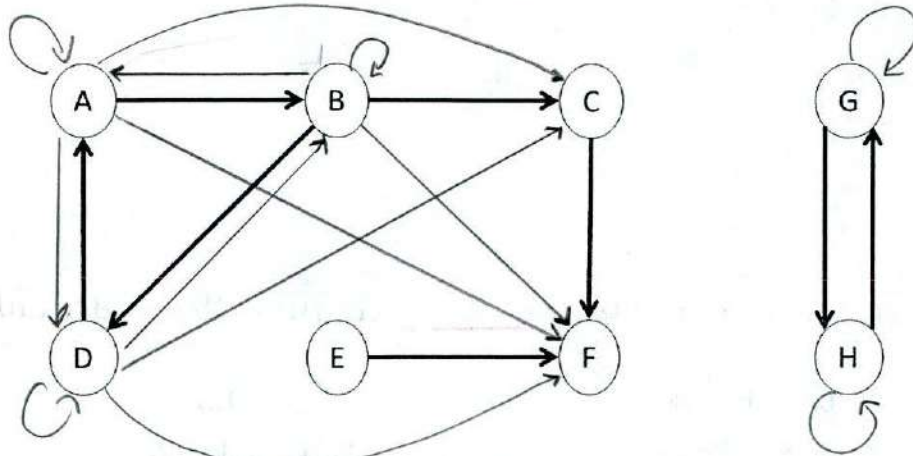
→ Problème : aucun sommet n'est une racine, calcul du rang impossible

Nom :

Prénom :

Groupe TD :

Q5. Ajouter les arcs nécessaires au graphe ci-dessous pour représenter le graphe de sa fermeture transitive.



Q6. Soit un graphe G, et MAFT la matrice d'adjacence de sa fermeture transitive. Supposons qu'il existe un sommet 'x' tel que $MAFT[x,x] = \text{'vrai'}$ (ou $MAFT[x,x] = '1'$). A quoi cela correspond-il dans G ?

Si $MAFT[x,x] = \text{'vrai'}$ (ou $MAFT[x,x] = '1'$)
alors ça veut dire que le sommet possède une
boucle sur lui-même dans le graphe G.

Exemple pour en haut.

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	1	1	1	1		1		
B	1	1	1	1		1		
C						1		
D	1	1	1	1		1		
E						1		
F								
G							1	1
H							1	1

non. Un circuit
d'inclusion.

~~MAFT~~

~~A~~

Nom :

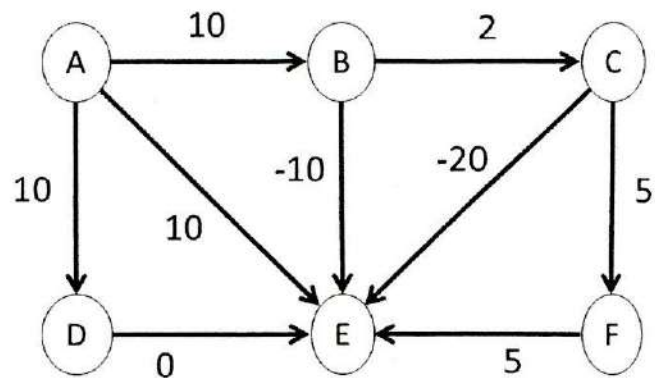
Prénom :

Groupe TD :

Q7. En utilisant l'algorithme de votre choix parmi ceux abordés en cours et TD, calculez dans le graphe ci-contre les chemins de plus faible valeur partant du sommet A.

Votre réponse doit inclure :

- le nom de la méthode utilisée,
- les résultats calculés à chaque étape de la méthode,
- la raison pour laquelle la méthode s'arrête.



Ici nous allons utiliser la méthode de Bellman, car des arêtes ont des coûts négatifs.

K	A	B	C	D	E	F
0	0 _A	∞	∞	∞	∞	∞
1	0 _A	10 _A	∞	10 _A	10 _A	∞
2	0 _A	10 _A	12 _B	10 _A	0 _B	∞
3	0 _A	10 _A	12 _B	10 _A	-8 _C	17 _C
4	0 _A	10 _A	12 _B	10 _A	-8 _C	17 _C

K=0 : Initialisation.

K=1 : Sélection de A
successeur B, D, E

$$\pi(B) = \min(\infty, 0 + 10) = 10_A$$

$$\pi(D) = \min(\infty, 0 + 10) = 10_A$$

$$\pi(E) = \min(\infty, 0 + 10) = 10_A$$

K=2 : Sélection de B, D, E

• successeur B : C, E

$$\pi(C) = \min(\infty, 10 + 2) = 12_B$$

$$\pi(E) = \min(10, 10 - 10) = 0_B$$

• successeur de D : E

$$\pi(E) = \min(10, 0 + 10) = 10_A$$

• successeur E : ∅

K=3 : sélection de C, E

• successeur C : F, E

$$\pi(F) = \min(\infty, 12 + 5) = 17_C$$

$$\pi(E) = \min(0, 12 - 20) = -8_C$$

• successeur de E : ∅

K=4 Select. E, F

• successeur de E : ∅

• successeur de F : E

$$\pi(E) = \min(-8, 17 + 5) = -8$$

Les itérations K3 et K4 sont égales, les coûts de parcours sont les mêmes donc l'algorithme s'arrête.

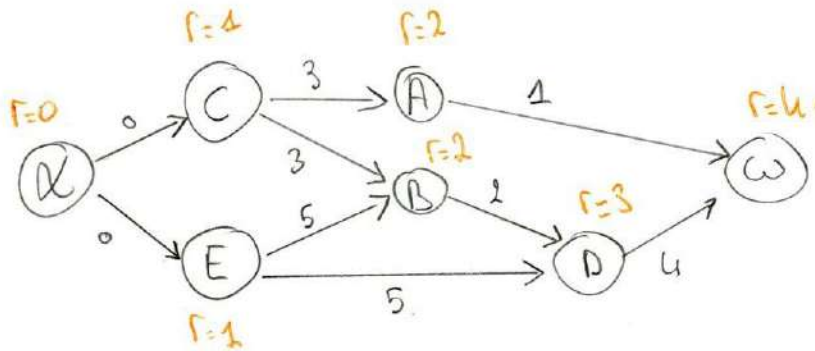
Nom :

Prénom :

Groupe TD :

Q8. Tracez le graphe d'ordonnancement correspondant aux contraintes suivantes :

Tâche	Durée d'exécution	Autres tâches devant être terminées afin de pouvoir débiter celle identifiée en 1 ^{ère} colonne
A	1	C
B	2	C et E
C	3	Aucune
D	4	B et E
E	5	Aucune



Rang	0	1	1	2	2	3	4
Tâche	α	C	E	A	B	D	ω
prédécesseurs	-	α	α	C	C, E	B, E	A, D
durée prédes.	0	0	0	3	3, 5	7, 5, E	11, 4, A
Successeur	C, E	A, B	B, D	ω	D	ω	-
durée successeur	2, 0, E	7, A, 2, B	9, B, 2, D	10, ω	5, 0	7, ω	11

Q9. Dans le graphe que vous avez tracé, reportez à côté de chaque sommet la valeur de son rang.

Q10. Dans le tableau ci-dessous, indiquez la date au plus tôt et la date au plus tard pour l'ensemble des tâches.

Tâche	α	A	B	C	D	E	ω
Date au plus tôt	0	3	5	3	7	0	11
Date au plus tard	0	10	5	2	7	0	11

Q11. Quelle est la durée minimale nécessaire pour la réalisation du projet ?

La durée minimale de ce projet est 11.

Nom : *Blagueur*

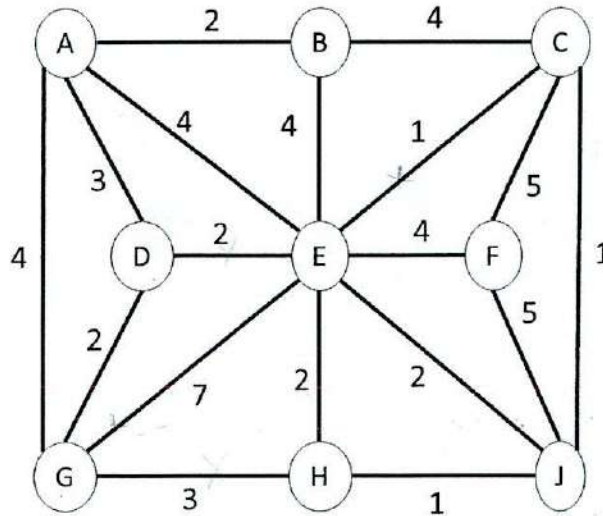
Prénom : *Romain*

Groupe TD :

Q12. Reportez dans le 2nd schéma (où seuls les sommets sont indiqués) un arbre couvrant de poids minimum pour le graphe ci-contre.

Vous devez utiliser la méthode de PRIM en partant du sommet E.

Vous reporterez à côté de votre schéma l'ordre dans lequel les arêtes sont ajoutées à l'arbre.



Ordre d'ajout des arêtes : EC CS JH ED ~~DA~~ DG ~~EA~~ ~~EB~~ DA AB EF	
---	--

EC	M
E	ABCDGHIJ 5
EC	ABDFGHIJ 5
ECJ	ABDFGHIJ 5
ECJH	ABDFGHIJ 5
ECJHD	ABDFGHIJ 5
ECJHDG	ABDFGHIJ 5
ECJHDGA	ABDFGHIJ 5
ECJHDGAB	ABDFGHIJ 5

arêtes possibles :

EC=1, ES=2, EH=2, ED=2, EA=4, EB=4

ES=2, EH=2, ED=2, EA=4, EB=4, CS=1, CF=5, CB=5

EH=2, ED=2, EA=4, EB=4, CF=5, JH=1, JI=5

ED=2, EA=4, EB=4, CF=5, JI=5, HG=3

EA=4, EB=4, CF=5, JI=5, DG=1, DA=3

EA=4, EB=4, CF=5, JI=5, DG=1, DA=3

AB=2, EF=4