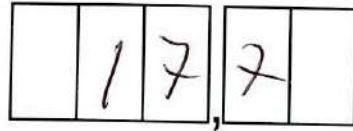


Nom : COMBETTE

Pré



Groupe TD : F VELIKSON

COMBETTE Elise
L3 - 2015

EFREI 2015/2016 - L3 / L'3 - Théorie des Graphes - Devoir Surveillé Ecrit

Documents, ordinateurs, smartphones, calculatrices, ... INTERDITS

Q1 à Q6 : si vous le souhaitez, vos réponses peuvent utiliser des exemples avec les explications appropriées.

Q1. Justifiez pourquoi un circuit dont la valeur est négative rend impossible le calcul d'un chemin de valeur la plus faible.

Si la valeur d'un circuit est négative, chaque passage par ce circuit réduira la longueur du chemin total parcouru : à chaque tour du circuit, un tour de circuit supplémentaire donnera un chemin plus court. Autrement dit "il y aura toujours un chemin plus court que celui réalisé" : en résumé il n'y a pas de "chemin le plus court". ✓

Q2. Par quel mécanisme l'algorithme de Bellman détecte-t-il la présence de circuit absorbant ?

A chaque itération de l'algorithme de Bellman, on considère tous les successeurs de tous les sommets considérés à l'itération précédente : on détecte ainsi les circuits absorbants.

→ je ne vois pas.

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12
1 0 1 1 0 1 1 1 1 1 1 1

13 14
1

Nom : COMBETTE

Prénom : Elise

Groupe TD : F

Q3. Pourquoi l'algorithme de Dijkstra n'a-t-il aucun mécanisme pour détecter la présence de circuit absorbant ?

L'algorithme de Dijkstra n'a aucun mécanisme pour détecter la présence de circuit car il considère les sommets un à un sans garder trace du reste : on ne peut pas comparer.



Q4. Pourquoi la présence de circuit empêche-t-elle le calcul de rangs associés aux sommets ?

La présence de circuit empêche le calcul de rangs associés aux sommets car la définition même du rang est le nombre maximal d'arcs parcourus depuis chacune des racines (sommets sans prédécesseurs) du graphe : or s'il y a un cycle, ce nombre est infini.

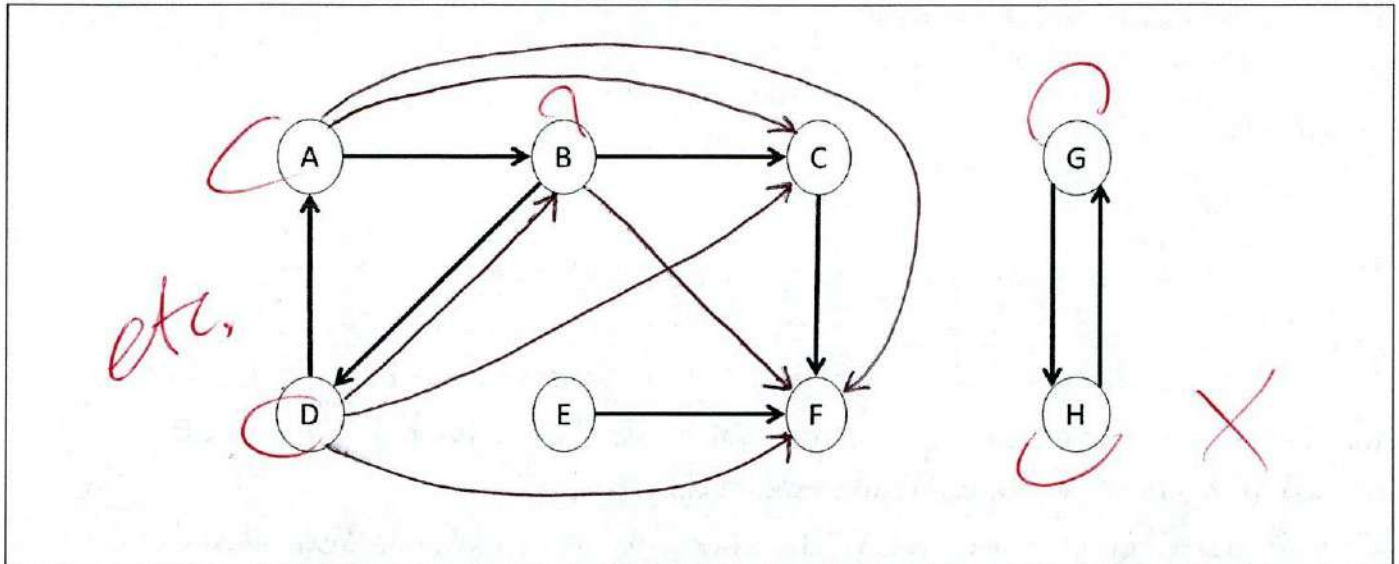


Nom : COMBETTE

Prénom : Elise

Groupe TD : F VELIKSON.

Q5. Ajouter les arcs nécessaires au graphe ci-dessous pour représenter le graphe de sa fermeture transitive.



Q6. Soit un graphe G , et $MAFT$ la matrice d'adjacence de sa fermeture transitive. Supposons qu'il existe un sommet ' x ' tel que $MAFT[x,x] = \text{'vrai'}$ (ou $MAFT[x,x] = 1$). A quoi cela correspond-il dans G ?

Si la matrice d'adjacence de la fermeture transitive de G comprend un "1" dans sa diagonale, c'est-à-dire si l'un des sommets de la fermeture transitive de G possède un arc vers lui-même, cela signifie que le graphe G comprend un cycle.

Nom : COMBETTE

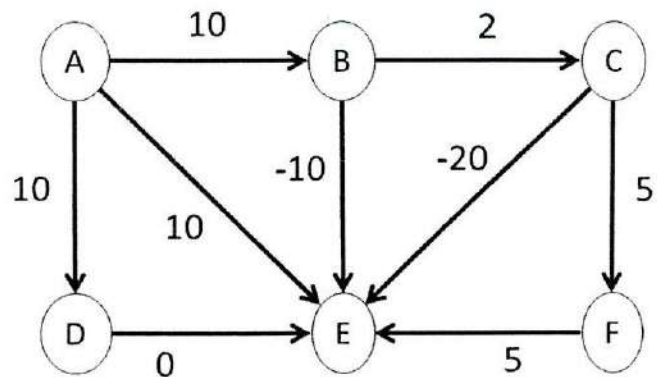
Prénom : Elise

Groupe TD : F

Q7. En utilisant l'algorithme de votre choix parmi ceux abordés en cours et TD, calculez dans le graphe ci-contre les chemins de plus faible valeur partant du sommet A.

Votre réponse doit inclure :

- le nom de la méthode utilisée,
- les résultats calculés à chaque étape de la méthode,
- la raison pour laquelle la méthode s'arrête.



On ne peut utiliser l'algorithme de Dijkstra puisque toutes les distances ne sont pas positives ou nulles (BE vaut -10 et CE -20): on utilise donc l'algorithme de Bellman.

A l'itération 0, on part du sommet A. On considère ensuite à chaque itération les successeurs des sommets considérés à l'itération précédente.

	A	B	C	D	E	F	
$k=1$	0	10_A	$+\infty$	10_A	10_A	$+\infty$	
$k=2$	0	10_A	12_B	10_A	0_B	$+\infty$	successeurs de B, D, E: C, E.
$k=3$	0	10_A	12_B	10_A	-8_C	17_C	successeurs de C, E: F, E.
$k=4$	0	10_A	12_B	10_A	-8_C	17_C	successeurs de E, F: E. ✓

On s'arrête puisque les chemins les plus courts sont identiques entre l'itération $k=3$ et $k=4$. On obtient donc les chemins les plus courts suivants:

$AA = 0$
 $AB = 10$
 $AC = 12$
 $AD = 10$
 $AE = -8$
 $AF = 17$

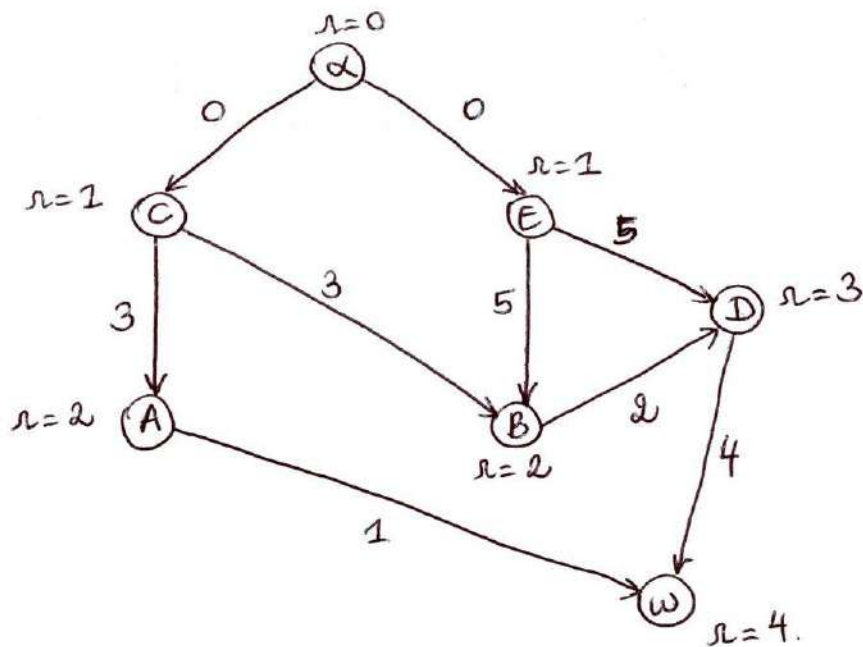
Nom : COMBETTE

Prénom : Elise

Groupe TD : F

Q8. Tracez le graphe d'ordonnancement correspondant aux contraintes suivantes :

Tâche	Durée d'exécution	Autres tâches devant être terminées afin de pouvoir débiter celle identifiée en 1 ^{ère} colonne
A	1	C
B	2	C et E
C	3	Aucune
D	4	B et E
E	5	Aucune



Q9. Dans le graphe que vous avez tracé, reportez à côté de chaque sommet la valeur de son rang.

Q10. Dans le tableau ci-dessous, indiquez la date au plus tôt et la date au plus tard pour l'ensemble des tâches.

Tâche	α	A	B	C	D	E	ω
Date au plus tôt	0	3	5	0	7	0	11.
Date au plus tard	0	10	5	2	7	0	11.

Q11. Quelle est la durée minimale nécessaire pour la réalisation du projet ?

11.

Nom : COMBETTE

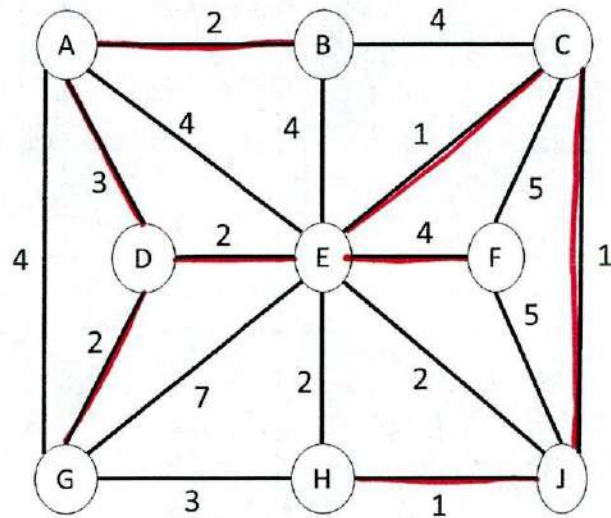
Prénom : Elise

Groupe TD : F .

Q12. Reportez dans le 2nd schéma (où seuls les sommets sont indiqués) un arbre couvrant de poids minimum pour le graphe ci-contre.

Vous devez utiliser la méthode de PRIM en partant du sommet E.

Vous reporterez à côté de votre schéma l'ordre dans lequel les arêtes sont ajoutées à l'arbre.



Ordre d'ajout des arêtes :

EC (pds 1)
CJ (pds 1)
HJ (pds 1)
ED (pds 2)
DG (pds 2)
DA (pds 2)
AB (pds 2)
EF (pds 4)

