

Theorie des graphes -

TD 1.

Exo 1: Conseil d'Admin

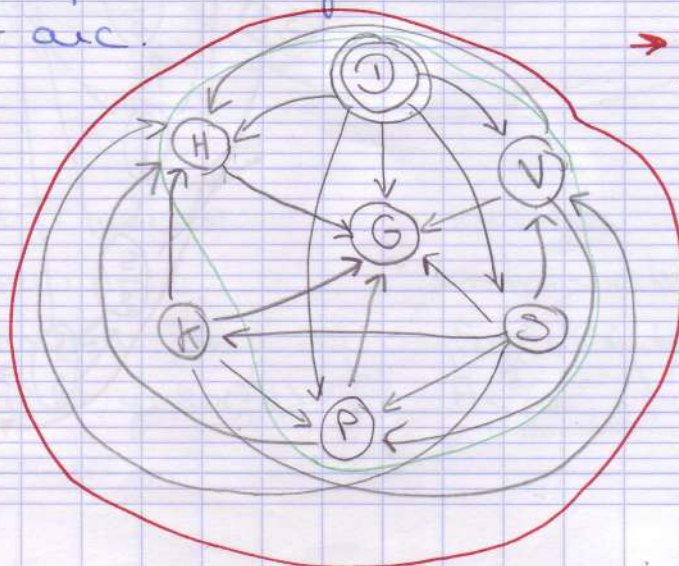
Le Conseil d'Admin de l'institut X est composé de 7 membres: - Mesdames D et P

- Messieurs G, H, K, S, V

Chacune de ces personnes influence un certain nombre de ses collègues, cf. tableau ci-dessous:

Mme ou Mr.	Influence.
D	G, H, P, S, V
G	$\emptyset$
H	G
K	G, H, P, V
P	G, H
S	G, H, K, P, V
V	G, H, P

Représenter le graphe d'influences (personnes et sphères d'influence en explicitant sommet et arc).



→ sphère d'influence indirecte (fermeture transitive).

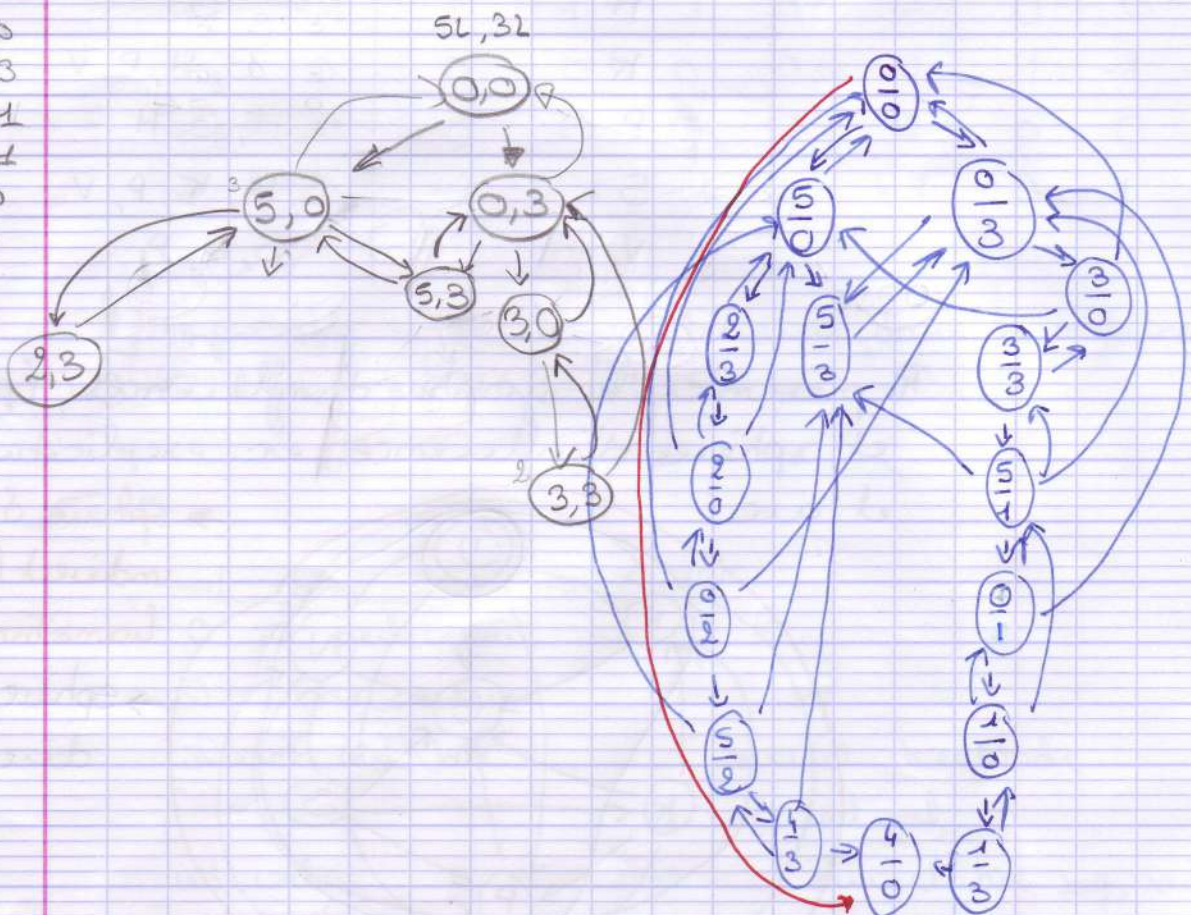
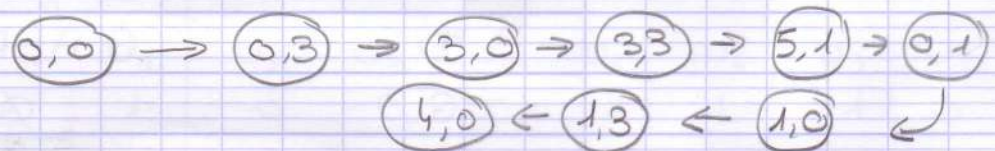
→ sphère d'influence directe.

1. Est-ce D est influencé par V?
2. Quelle est la sphere d'influence de D.

1: Non, aucune flèche entrante.
 2: voir schéma.

Exo 2: Bouteilles.

8L
 8L 5L 3L
 5 0 3
 → 6 3 0
 2 3 3
 2 5 1
 7 0 1
 7 1 0
 4 1 3
 4 4 0



Algo. $G = (S, A)$.

$A \leftarrow \emptyset, S \leftarrow \{0, 0\}$.

Traités $\leftarrow \emptyset, A_{\text{Traiter}} \leftarrow \{(0, 0)\}$

TTQ $A_{\text{Traiter}} \neq \emptyset$

$e \leftarrow$ choisi dans A_{Traiter}

$A_{\text{Traiter}} \leftarrow A_{\text{Traiter}} \setminus \{e\}$

Pour tout $s \in \Gamma(e)$ // pour tout successeur possible de e

Si $s \notin S$ alors

$S \leftarrow S \cup \{s\}$

$A_{\text{Traiter}} \leftarrow A_{\text{Traiter}} \cup \{s\}$

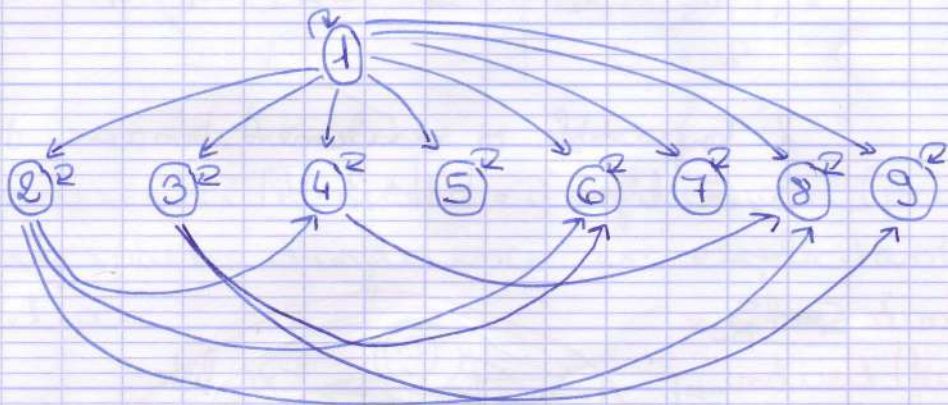
Fin Si.

Si $(e, s) \notin A$ alors $A \leftarrow A \cup \{(e, s)\}$ FINSI

Fin Pour

Fin TTQ

Exo 3.



Nombres pairs:

successeur de x

"diviseur" de y

$\exists k \in \mathbb{N}, y = kx, k \geq 1$

Nombres impairs:

non-successeurs de x .

$S = \{x \in \mathbb{N} \mid 1 < x < 9\}$

$A = \{(x, y), x \in S, y \in S \mid x R y\}$

Exo 4.

1. Matrice d'adjacence.

		S				
		x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
S	x_1	0	1	0	0	1
	x_2	0	0	0	0	3
	x_3	1	0	0	0	0
	x_4	0	0	0	0	0
	x_5	1	0	1	0	0

2. Matrice d'incidence.

	u_1	u_2	u_3	u_4	u_5	u_6	u_7	u_8	u_9
x_1	1	0	0	0	-1	1	-1	0	0
x_2	-1	1	1	1	0	0	0	0	0
x_3	0	0	0	0	0	0	1	-1	-1
x_4	0	0	0	0	0	0	0	0	0
x_5	0	-1	-1	-1	1	-1	0	1	1

2. Impossible de seulement binaire dans la matrice.

3. $\sum \text{ligne} = |-1| + 3 = \underline{4}$.

Exo 5.

$\rightarrow \boxed{} \rightarrow \boxed{} \rightarrow \boxed{} \rightarrow \dots \times \text{liste}$

0...1 predecesseur.

0...1 successeur

struct ListNode.

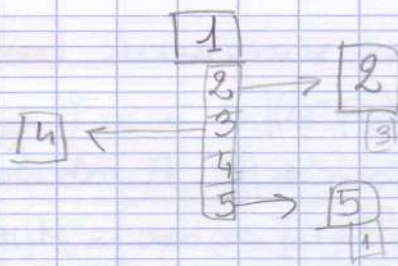
```
{
    int val;
    struct list succ;
}
```

typedef ListNode a list

struct KreeNode

```
{ int val;
  struct Kree xag, xad;
}
```

typedef KreeNode * Kree



Matrice d'incidence.

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	1	0	1	0	1	1	-1	0
2	-1	1	0	0	0	0	0	0
3	0	-1	-1	1	0	0	0	0
4	0	0	0	-1	-1	0	0	-1
5	0	0	0	0	0	-1	1	1

Implem. $\rightarrow$ matrices $\rightarrow$ types tableaux

$\hookrightarrow$ graphes $\rightarrow$ types structures $\rightarrow$ voir cours.
TD, TP, DS de SDD 42.

Cas implem. avec des tableaux.

Déclaration: const.

max_sommets $\leftarrow$ 10

max_arcs $\leftarrow$ 20.

type.

matrice_incidence $\leftarrow$ [1...max_sommets,
1...max_arcs]: entier.

graphe $\leftarrow$ struct

Π : matrice_incidence.

nb_sommets: entier

nb_arcs: entier.

/... fin struct

var G: graphe.

REPETER.

$$E \leftarrow \{x \in S \mid d^-(x) = 0\}$$

$$S \leftarrow \{x \in S \mid d^+(x) = 0\}$$

SI $E = \emptyset \wedge S = \emptyset$ ALORS Decision $\leftarrow$ circuit FSI

$$A \leftarrow A \setminus \{(x, y) \mid x \in E \vee y \in S\}$$

$$S \leftarrow S \setminus (E \cup S)$$

SI $S = \emptyset$ ALORS, Decision $\leftarrow$ $\neg$ circuit FSI.

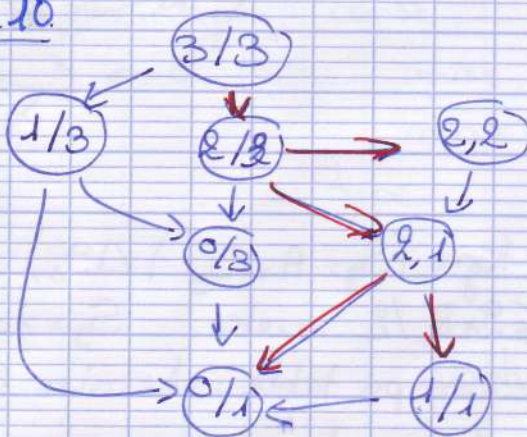
TTQ Decision = Indéterminée.

1^{er} passage $E = \{2, 6, 9\}$ $X = \{1, 3, 4, 5, 7, 8, 10, 11\}$
 $S = \{12\}$

2^e passage $E = \{1, 3, 4\}$ $X = \{7, 8, 10\}$
 $S = \{5, 11\}$

3^e passage $E = \{7, 8\}$ $X = \emptyset$
 $S = \{8, 10\}$

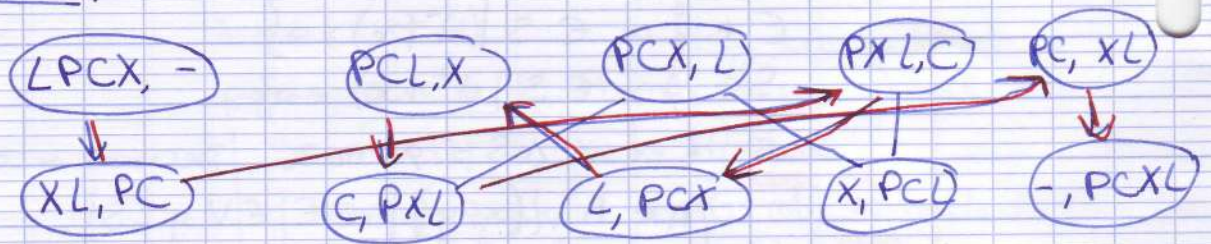
ex 10.



- Chemins de longueur
 paire jusqu'à $0/1$

• Pour grouper à coup
 sûr, il faut pas de
 pairs possible.
 $\rightarrow$ Retirer deux allumettes
 au premier coup d'état

exo 9.



exo 7.

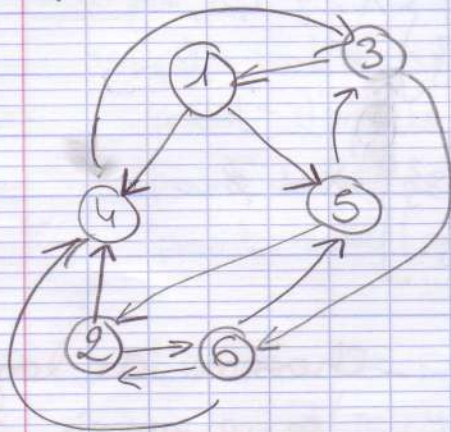
$$G = (S, A)$$

$S = \{\text{ensemble des dominos}\}$

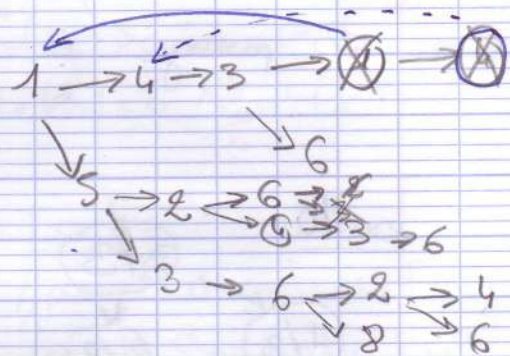
$A = \{\text{compositions possibles}\}$

j. Regles.

Graph.



Chemin.



exo 17.

Graph complet $K_g = (S_g, A = S_g^2) \Delta S_g$

$\hookrightarrow 9 \times 8 / 2$ arêtes $S_g = \{x \in \mathbb{N}^* \mid x \leq 9\}$

$\hookrightarrow$ temps table : chemin M.

$\hookrightarrow$ ens. de compo sous sup d'1 même voisinage.

$\Rightarrow$ ss. ens. des chemins n'ayant

pas d'arête commune d'2.

$\hookrightarrow$ loi quotient $\rightarrow$ on en trouve 4.

esco 19.

Graphe complémentaire $\rightarrow$ ses chemins hamiltoniens

$$G = (S, A = \mathcal{R}) \Rightarrow G = (S, \bar{A} = \bar{\mathcal{R}} = S^2 \setminus (A \cup \Delta S)).$$