

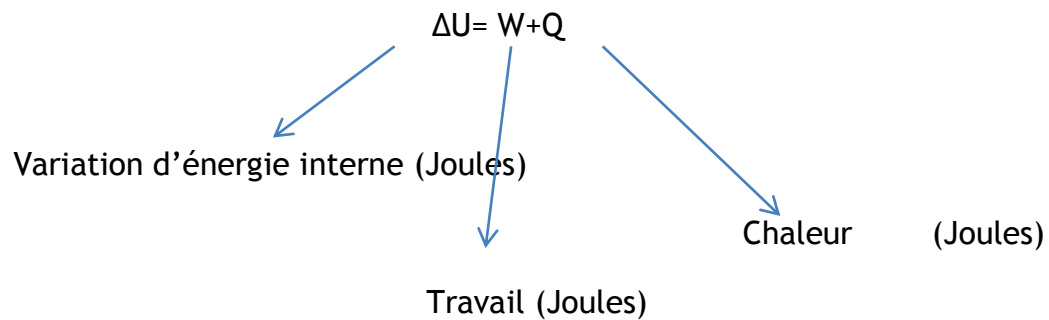
Tai Thermodynamique

Exercice 1 : On effectue une compression isotherme de P_1 à P_2 avec $P_1 < P_2$, de n moles de gaz considéré comme étant parfait où

La température initial = Température extérieur.

1.1) Il faut calculer la chaleur échangée par le gaz avec l'extérieur en fonction de P_1, P_2, n et R :

Tout d'abord, une compression isotherme veut dire que la température du système reste constante lors de la transformation. On applique ainsi le 1^{er} principe de la thermodynamique :



1) On veut calculer la chaleur échangée par le gaz avec l'extérieur en fonction de P_1, P_2, n et R .

Pour cela, nous allons appliquer le 1^{er} principe de thermodynamique vu ci-dessus :

$\Delta U_{12} = W_{12} + Q_{12}$ $\longleftrightarrow$ or les températures initiale et finale du gaz sont identiques donc $\Delta U_{12} = 0$, c'est-à-dire $0 = W_{12} + Q_{12}$ $\longrightarrow Q_{12} = -W_{12}$.

On a donc $W_{12} = \int -P_{\text{ext}}.dV = \int -P_2.dV = -P_2.\int dV = P_2.(V_1 - V_2) = P_2.V_2(V_1/V_2 - 1)$.

Or $V_1/V_2 = P_2/P_1$ (car $P_1V_1 = P_2V_2 = n.R.T_{\text{ext}} = \text{Constante}$)

Ainsi, $W_{12} = P_2V_2.(P_2/P_1 - 1) = n.R.T_{\text{ext}}.(P_2/P_1 - 1)$ d'où

$Q_{12} = -n.R.T_{\text{ext}}.(P_2/P_1 - 1)$ (en Joules)

2) On veut maintenant calculer la variation d'entropie ΔS_{12} du gaz lors de la compression en fonction de P_1, P_2, n et R .

$\Delta S_{12} = \int \delta Q_{\text{rév}}/T$ sur un chemin réversible menant de 1 à 2, le plus simple des chemins réversibles est l'isotherme où $T = T_{\text{ext}}$ comme ici précisé dans l'énoncé, et de plus sur un tel chemin $\delta Q_{\text{rév}} = -\delta W_{\text{rév}} = P dV$ or $PV = n.R.T$, donc $P = n.R.T/V$

et donc $P dV = (n.R.T/V).dV$.

Ainsi, $\delta Q_{\text{rév}}/T = -\delta W_{12}/T = n.R.T/V \times dV/T = n.R \times dV/V$

D'où $\int \delta Q_{\text{rév}}/T = \int n.R \times dV/V = n.R.\ln(V_2/V_1) = n.R.\ln(P_1/P_2)$ car $P_1V_1 = P_2V_2 = \text{cste}$

On en déduit donc :

$$\Delta S_{12} = n.R.\ln(P_1/P_2) < 0 \text{ car } P_1 < P_2 \quad (\text{en J/K}^\circ)$$

3) On veut maintenant calculer la variation d'entropie ΔS_{froide} gagnée par l'air ambiant.

La variation d'entropie de ΔS_{froide} se traduit mathématiquement par la formule suivante :

$\Delta S_{\text{froide}} = Q_{12}/T_{\text{ext}}$ car l'air = thermostat, d'où

$$\Delta S_{\text{froide}} = -n.R.(P_2/P_1 - 1) \quad (\text{en J/K}^\circ)$$

4) On se pose la question si la compression est réversible ou pas.

On a $\Delta S_{12} \neq \Delta S_{\text{froide}}$  la transformation n'est pas réversible. On peut remarquer que $0 > \ln(P_1/P_2) > -(P_2/P_1 - 1)$ et donc que $0 > \Delta S_{12} > \Delta S_{\text{froide}}$ (Le 2nd principe de la thermodynamique est bien vérifié).

Exercice 2

2.1) On veut calculer la variation d'entropie ΔS_A du morceau d'aluminium.

1) La température finale de l'aluminium est celle de l'air ambiant ! On a $T_f = T_2 = 20^\circ\text{C}$.

$$\Delta S_A = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T} = \int_1^2 \frac{mC dT}{T} \Leftrightarrow \Delta S_A = mC \ln\left(\frac{T_f}{T_i}\right) = 100 \cdot 10^{-3} \times 896 \times \ln\left(\frac{20+273}{10+273}\right) \approx 3.11 \text{ J/K}$$

2) et 3) Nous allons calculer la variation d'entropie ΔS_B et en déduire de ce fait la variation d'entropie de ΔS_{A+B} .

$\Delta S_B = \frac{Q_B}{T_2}$, car B est l'air ambiant. Or $Q_B = -Q_A$ (le système est isolé). Ainsi

on a :

$\Delta S_B = -\frac{Q_A}{T_2}$, où $Q_A = mC(T_f - T_i)$. Finalement,

$$\Delta S_B = -\frac{mC(T_f - T_i)}{T_2} \approx -\frac{100 \cdot 10^{-3} \times 896 \times (293 - 283)}{293} \approx -3.06 \text{ J/K}$$

$$\Delta S_{A+B} = \Delta S_A + \Delta S_B \approx 3.11 - 3.06 \approx 0.05 \text{ J/K}$$

4) On observe toujours une augmentation d'entropie pour un système isolé. Si l'entropie n'est pas conservée, elle ne peut qu'augmenter et la transformation est de ce fait évidemment irréversible.

Exercice 3 :

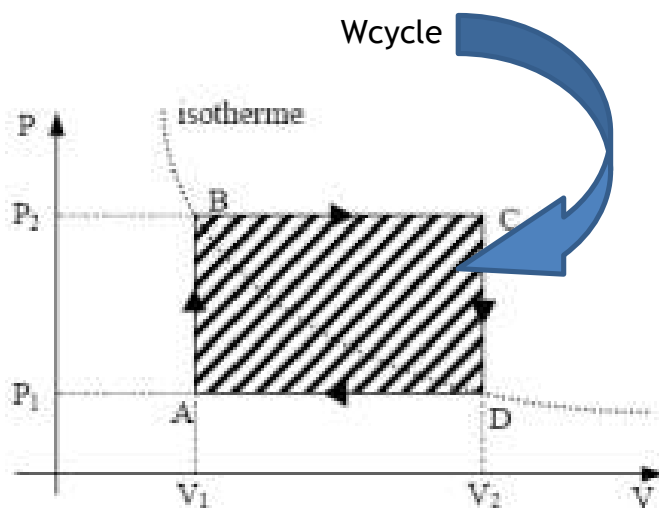
L'exercice donne beaucoup d'informations, alors on va d'abord résumer nos connaissances sur les états :

Etat A	P1 = 1 bar P2 = 2.P1 = 2 bar		Etat B	V2 = V1 = 10 L	
	V1 = 10 L			T2 = ?	
	T1 = 273 K				

Etat C	{	$P_3 = P_2 = 2 \cdot P_1 = 2 \text{ bar}$	{	Etat D	$P_4 = P_1 = 1 \text{ bar}$
		$V_3 = 2 \cdot V_1 = 20 \text{ L}$			$V_4 = 2 \cdot V_1 = 20 \text{ L}$
		$T_3 = ?$			$T_4 = ?$

1) On veut calculer le travail échangé W_{cycle} au cours du cycle ABCD.

Pour cela, on doit savoir à quoi correspond W_{cycle} sur le diagramme. Elle correspond à la partie hachurée :



Ainsi, $W = \Delta P \times \Delta V \longleftrightarrow W = (V_2 - V_1) \times (P_2 - P_1) \longleftrightarrow W = -P_1 \cdot V_1$

A.N : $W = -P_1 \cdot V_1$

$W = -1 \cdot 10^5 \times 10 \cdot 10^{-3} = -1,00 \text{ kJ}$ (le cycle est le moteur car il y a rejet de travail).

2) On veut maintenant déterminer la température de l'air dans les états B, C et D.

D'après la loi des gaz parfaits, on a $P \cdot V = n \cdot R \cdot T$ or ici $P_2 \cdot V_2 = n \cdot R \cdot T_2$,

Or $n.R = P_1.V_1/T_1$ d'où $P_2.V_2 = (P_1.V_1/T_1) \times T_2$

$$\longleftrightarrow T_2 = (P_2.V_2/P_1.V_1) \times T_1 \quad \text{or } P_2 = 2P_1$$

$$\longleftrightarrow T_2 = (2P_1.V_1/P_1.V_1) \times T_1$$

$$\longleftrightarrow T_2 = 2T_1$$

$$\text{A.N : } T_2 = 2 \times 273 = 546,0 \text{ K}$$

De même $P_3.V_3 = n.R.T_3$ or $n.R = P_1.V_1/T_1$ d'où $P_3.V_3 = (P_1.V_1/T_1) \times T_3$

$$\longleftrightarrow T_3 = (P_3.V_3/P_1.V_1) \times T_1$$

$$\longleftrightarrow T_3 = (2P_1.2V_1/P_1.V_1) \times T_1$$

$$\longleftrightarrow T_3 = 4T_1$$

$$\text{A.N : } T_3 = 4 \times 273 = 1092 \text{ K}$$

Il n'est pas nécessaire de calculer T_4 car B et D sont sur la même isotherme, on a donc :

$$T_4 = T_2 = 546,0 \text{ K}$$

3) On veut maintenant calculer la masse d'air m mise en jeu.

Pour cela, nous allons utiliser la relation suivante, $m = n \times M$ or d'après la loi des gaz parfaits, on a $n.R = P_1.V_1/T_1$ d'où :

$$m = (P_1.V_1/R.T_1) \times M$$

$$\text{A.N : } m = (1.10^5 \times 10.10^{-3} / 8.31 \times 273) \times 29.10^{-3} = 12.8 \text{ g}$$

4) On veut pour finir calculer les quantités de chaleurs mises en jeu pendant les transformations AB, BC, CD et DA.

QAB est échangée sur une isochore, d'où $QAB = m.Cv.\Delta T$ et puisque $Cv = Cp/\gamma$, on en déduit :

$$QAB = (m.Cp/\gamma) \times (T2 - T1)$$

$$A.N : QAB = (m.Cp/\gamma) \times (T2 - T1) = 12,8.10^{-3} \times (992/1,42) \times (546 - 273) = 2,44 \text{ kJ}$$

Nous avons QBC échangée sur une isobare, donc

$$QBC = m.Cp \times (T3 - T2) = 12,8.10^{-3} \times 992 \times (1092 - 546) = 6,92 \text{ kJ}$$

QCD est échangée sur une isochore, donc en reprenant le même calcul que QAB et en identifiant, on obtient :

$$QCD = (m.Cp/\gamma) \times (T4 - T3) = 12,8.10^{-3} \times 992/1,42 \times (546 - 1092) = -4,88 \text{ kJ}$$

Comme QDA est échangée sur une isobare, elle peut se calculer avec la relation :

$$QDA = m.Cp \times (T1 - T4) = 12,8.10^{-3} \times 992 \times (273 - 546) = -3,46 \text{ kJ}$$

Remarque : on peut aussi prendre la relation $W+Q=0$ sur un cycle, d'où $W+(QAB+QBC+QCD+QDA)=0$. Mais cette méthode est plus dangereuse car elle repose sur 4 valeurs numériques trouvées aux questions précédentes susceptibles d'être fausses : il faut donc reprendre les données de l'énoncé.

Exercice 4 :

Exercice 5 :

Exercice 6 : Un récipient, fermé par un piston mobile, renferme 2 g d'hélium (gaz parfait monoatomique) dans

des conditions (p_1, v_1) . On opère une compression adiabatique, de façon réversible, qui amène le gaz

dans des conditions (p_2, v_2) . On donne $p_1 = 1 \text{ atm}$, $p_2 = 3 \text{ atm}$.

Explicitons d'abord ce qu'est une compression adiabatique. Une transformation adiabatique ne permet pas l'échange de chaleur donc $Q=0$.

1) On veut déterminer le volume final V_2 .

Partons du 1^{er} principe de la thermodynamique :

$$dU = dQ + dW \text{ (et } dQ = 0 \text{ car transformation adiabatique) d'où}$$

$$dQ = dU + p dV = m c_v dT + p dV = 0$$

$$dQ = dH - V dp = m c_p dT - V dp = 0$$

soit,

$$\rightarrow m c_v dT = - p dV$$

$$\rightarrow m c_p dT = + V dp$$

$$\frac{dp}{p} = -\gamma \times \frac{dV}{V} \text{ avec } \gamma = \frac{C_p}{C_v} = \frac{cp}{cv}$$

En **intégrant** cette relation, on obtient l'équation bien connue d'un gaz subissant une transformation **adiabatique** :

$$p V^\gamma = \text{cte} \Rightarrow \text{ou } p_1 V_1^\gamma = p_2 V_2^\gamma$$

Ainsi, $p_1 V_1^\gamma = p_2 V_2^\gamma$ s'écrit $(V_2/V_1)^\gamma = p_1 / p_2 = 0,333$ avec $\gamma = 5/3$

$$V_2/V_1 = 0,3333^{(3/5)} = 0,517$$

$$V_2 = 5,17 \text{ L}$$

2) On veut maintenant déterminer le travail reçu par le gaz.

Le travail élémentaire des forces de pression $-p dV$ avec $p = \text{Cte} / V^\gamma$

intégrer entre V_1 et V_2 donne la relation suivante :

$$W = -C_{te} \int_1^2 \frac{dV}{V^\gamma} = -\frac{C_{te}}{1-\gamma} [V^{1-\gamma}]_1^2 = \frac{C_{te}}{\gamma-1} (V_2^{1-\gamma} - V_1^{1-\gamma}) = \frac{p_2 V_2^\gamma V_2^{1-\gamma} - p_1 V_1^\gamma V_1^{1-\gamma}}{\gamma-1} = \frac{p_2 V_2 - p_1 V_1}{\gamma-1}$$

Avec la pression en pascal et le volume en m³.

$$W = (3 \cdot 10^5 \cdot 5,17 \cdot 10^{-3} - 10^5 \cdot 10^{-2}) / (1,666-1) = 2125 \text{ J.}$$

3)et 4)On veut maintenant calculer la variation d'énergie interne du gaz.

Rappelons que nous sommes ici dans le cas d'une transformation adiabatique donc $Q = 0$.

Ainsi, d'après la relation du 1^{er} principe de la thermodynamique, on a :

$$\Delta U = W + Q = W$$

$$\Delta U = n \cdot R \cdot \Delta T$$

Or, ici nous connaissons n car $n = 2 / \text{masse molaire hélium} = 2/4 = 0,5 \text{ mole}$.

Il nous manque cependant, la variation de température qui se calcule de cette façon :

$$\Delta T = W / (n \cdot R) = 511 \text{ K}$$

D'où on peut maintenant calculer la variation d'énergie :

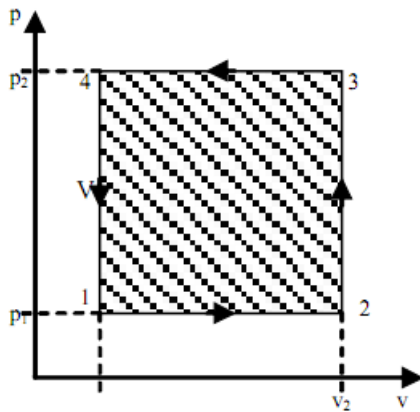
$$\Delta U = n \cdot R \cdot \Delta T$$

$$\Delta U = 0,5 \times 8,32 \times 511 = 2125,76 \text{ J}$$

Exercice 7 (a), 8(b) et 9(c)

On considère les trois transformations cycliques réversibles d'une mole de gaz parfait représentées par un rectangle :

a) sur le diagramme de Clapeyron (p, v),



On veut calculer dans chaque cas le travail et la quantité de chaleur échangés au cours de chaque transformation $1 \rightarrow 2, 2 \rightarrow 3, 3 \rightarrow 4, 4 \rightarrow 1$, et du cycle W entre le système gazeux et le milieu extérieur, en fonction de γ et des coordonnées indiquées dans chacun des diagrammes.

Commençons par calculer W_{12} :

$$W_{12} = \int -P_{\text{ext}}.dV = \int -P_1.dV = -P_1.\int dV = -P_1.(V_2-V_1) < 0 \text{ car détente} \rightarrow 0$$

Calculons maintenant W_{23} :

$$W_{23} = \int -P_{\text{ext}}.dV = \int -P_1.dV = -P_1.\int dV = -P_1.(V_2-V_2) = 0$$

Calculons maintenant W_{34} :

$$W_{34} = \int -P_{\text{ext}}.dV = \int -P_2.dV = -P_2.\int dV = -P_2.(V_1-V_2) > 0 \text{ car compression} \rightarrow 0$$

Calculons maintenant W_{41} :

$$W_{41} = \int -P_{\text{ext}}.dV = \int -P_2.dV = -P_2.\int dV = -P_2.(V_1-V_1) = 0$$

Pour calculer, le travail du cycle entier entre le système gazeux et le milieu extérieur, on applique la relation suivante :

$$W = W_{12} + W_{23} + W_{34} + W_{41}$$

$\begin{matrix} \updownarrow & & \updownarrow \\ 0 & & 0 \end{matrix}$

D'où $W = W_{12} + W_{34}$



$$W = -P_1.(V_2-V_1) - P_2.(V_1-V_2)$$

$$\longleftrightarrow W = -P_1.V_2 + P_1.V_1 - P_2.V_1 + P_2.V_2$$

$$\longleftrightarrow W = (P_2-P_1) \times (V_2-V_1)$$

Passons maintenant au calcul des quantités de chaleurs échangées au cours de chaque transformation :

$$Q_{12} = ?$$

On sait que 1→2 correspond à une transformation isobare d'où la chaleur échangée avec l'extérieur est égale à :

$$\Delta H = \Delta Q + Vdp \text{ (or } dp = 0) \rightarrow \Delta Q = \Delta H \rightarrow \text{Variation de hauteur}$$

$$Q_{12} = H_2 - H_1 = m.C_p(T_2 - T_1)$$

Or, d'après la loi des gaz parfaits, on a :

$$P_1 V_1 = n R T_1 \text{ et } P_2 V_2 = n R T_2$$

De plus, m est ici égale à 1 car ce sont des transformations réversibles d'une mole de gaz parfait (n = 1) donc m=1 ce qui donne :

$$Q_{12} = C_p.(P_2 V_2 - P_1 V_1) / R$$

Sachant que le gaz est parfait et monoatomique, on peut utiliser la relation suivante :

$$C_p = \gamma R / \gamma - 1$$

$$Q_{12} = (\cancel{\gamma R} / \gamma - 1) \times (P_2 V_2 - P_1 V_1) / \cancel{R}$$

$$Q_{12} = (\gamma / \gamma - 1) \times (P_2 V_2 - P_1 V_1), \text{ de plus d'après le diagramme, on a } P_2 = P_1 \text{ d'où}$$

$$Q_{12} = (\gamma / \gamma - 1) \times P_1 (V_2 - V_1)$$

$$Q_{23} = ?$$

2→3 représente une transformation isochore.

Ainsi, la quantité de chaleur échangée est :

$$\Delta U = W_{23} + Q_{23} \text{ or } W_{23} = 0 \text{ donc}$$

$$\Delta U = Q_{23} = U_3 - U_2 = m.C_v(T_2 - T_1)$$

$$Q_{23} = C_v.(T_2 - T_1)$$

De plus, sachant que cette transformation est réversible et appliqué sur un gaz parfait monoatomique, on peut utiliser la relation suivante :

$$C_v = R/\gamma - 1$$

$Q_{23} = (R/\gamma - 1) \times (P_2 V_2 - P_1 V_1) / R$ or d'après le diagramme , on a $V_1 = V_2$ d'où

$$Q_{23} = (1/\gamma - 1) \times (P_2 V_2 - P_1 V_2)$$

$$Q_{23} = (1/\gamma - 1) \times V_2 (P_2 - P_1)$$

$$Q_{34} = ?$$

3→4 est une transformation isobare, d'où la quantité de chaleur échangée avec l'extérieur est :

$$\Delta H = \Delta Q + V dp \text{ (or } dp = 0) \rightarrow \Delta Q = \Delta H \rightarrow \text{Variation de hauteur}$$

$$Q_{34} = H_1 - H_2 = m \cdot C_p (T_1 - T_2)$$

$$Q_{34} = C_p \cdot (T_1 - T_2)$$

Or, d'après la loi des gaz parfaits , on a :

$$P_1 V_1 = n R T_1 \text{ et } P_2 V_2 = n R T_2$$

ce qui donne :

$$Q_{34} = C_p \cdot (P_1 V_1 - P_2 V_2) / R$$

Sachant que le gaz est parfait et monoatomique, on peut utiliser la relation suivante :

$$C_p = \gamma R / \gamma - 1$$

$$Q_{34} = (\cancel{\gamma R} / \gamma - 1) \times (P_1 V_1 - P_2 V_2) / \cancel{R}$$

$Q_{34} = (\gamma / \gamma - 1) \times (P_2 V_1 - P_2 V_2)$, de plus d'après le diagramme , on a $P_1 = P_2$ d'où

$$Q_{34} = (\gamma / \gamma - 1) \times P_2 (V_1 - V_2)$$

$$Q_{41} = ?$$

4→1 représente une transformation isochore.

Ainsi, la quantité de chaleur échangée est :

$$\Delta U = W_{41} + Q_{41} \text{ or } W_{41} = 0 \text{ donc}$$

$$\Delta U = Q_{41} = U_1 - U_4 = m.C_v(T_1 - T_2)$$

$$Q_{41} = C_v.(T_1 - T_2)$$

De plus, sachant que cette transformation est réversible et appliqué sur un gaz parfait monoatomique, on peut utiliser la relation suivante :

$$C_v = R/\gamma - 1$$

$$Q_{41} = (R/\gamma - 1) \times (P_1 V_1 - P_2 V_2) / R \quad \text{or d'après le diagramme, on a } V_2 = V_1 \text{ d'où}$$

$$Q_{41} = (1/\gamma - 1) \times (P_1 V_1 - P_2 V_1)$$

$$Q_{41} = (1/\gamma - 1) \times V_1 (P_1 - P_2)$$

Pour calculer, le travail du cycle entier entre le système gazeux et le milieu extérieur, on applique la relation suivante :

$$Q = Q_{12} + Q_{23} + Q_{34} + Q_{41}$$

$$Q = (\gamma/\gamma - 1) \times P_1 (V_2 - V_1) + (1/\gamma - 1) \times V_2 (P_2 - P_1) + (\gamma/\gamma - 1) \times P_2 (V_1 - V_2) + (1/\gamma - 1) \times V_1 (P_1 - P_2)$$

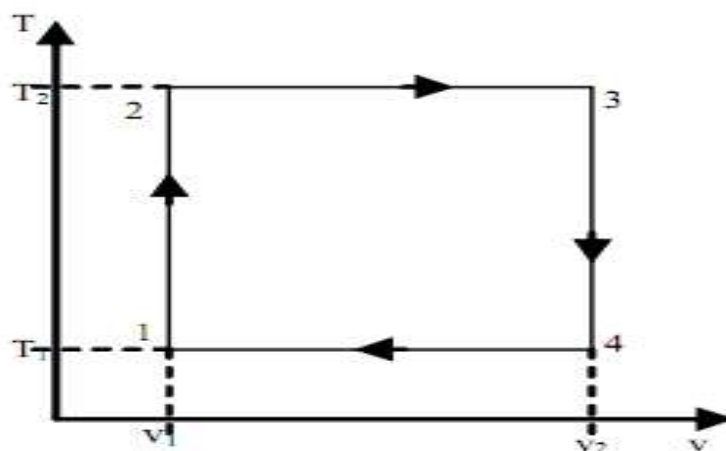
$$Q = (\gamma P_1 V_2 - \gamma P_1 V_1 + P_2 V_2 - P_1 V_2 + \gamma P_2 V_1 - \gamma P_2 V_2 + P_1 V_1 - P_2 V_1) / \gamma - 1$$

$$Q = (\gamma - 1) (P_1 V_2 - P_1 V_1 - P_2 V_2 + P_2 V_1) / \gamma - 1$$

$$Q = (P_1 V_2 - P_1 V_1 - P_2 V_2 + P_2 V_1)$$

$$Q = -(P_2 - P_1)(V_2 - V_1)$$

Exercice 8 : Sur le diagramme (T,V) :



On veut calculer dans chaque cas le travail et la quantité de chaleur échangés au cours de chaque transformation $1 \rightarrow 2, 2 \rightarrow 3, 3 \rightarrow 4, 4 \rightarrow 1$, et du cycle W entre le système gazeux et le milieu extérieur, en fonction de γ et des coordonnées indiquées dans chacun des diagrammes.

$W_{12} = ?$

$1 \rightarrow 2$ étant une transformation isochore, on a :

$dW = -pdV \Rightarrow W_{12} = -\int_{12} pdV$ or $dV = 0$ car $V = \text{cte}$ dans ce cas là, d'où :

$$W_{12} = 0$$

$W_{23} = ?$

$2 \rightarrow 3$ étant une transformation isobare, on a :

$W_{23} = \int P_{\text{ext}}.dV = -\int P.dV = -n.R.T_2 \int (1/V).dV = -n.R.T_2 \times \ln(V_2/V_1)$ or n étant égale à 1 :

$$W_{23} = -RT_2 \times \ln(V_2/V_1)$$

$W_{34} = ?$

$3 \rightarrow 4$ étant une transformation isochore, on a :

$W_{34} = \int P_{\text{ext}}.dV = -\int P.dV$ or $dV = 0$ du fait que $V = \text{cte}$ d'où :

$$W_{34} = 0$$

$W_{41} = ?$

$4 \rightarrow 1$ étant une transformation isobare, on a :

$W_{41} = \int P_{\text{ext}}.dV = -\int P.dV = -n.R.T_1 \int (1/V).dV = -n.R.T_1 \times \ln(V_1/V_2)$ or n étant égale à 1 :

$$W_{41} = -RT_1 \times \ln(V_1/V_2)$$

Pour calculer, le travail du cycle entier entre le système gazeux et le milieu extérieur, on applique la relation suivante :

$$W = W_{12} + W_{23} + W_{34} + W_{41}$$



0



0

Donc $W = W_{23} + W_{41}$

$$W = -RT_2 \times \ln(V_2/V_1) - RT_1 \times \ln(V_1/V_2)$$

$$W = -R(T_2 - T_1) \times \ln(V_2/V_1)$$

Passons maintenant au calcul des quantités de chaleurs échangées au cours de chaque transformation :

$$Q_{12} = ?$$

On sait que 1 → 2 correspond à une transformation isochore d'où la chaleur échangée avec l'extérieur est égale à :

$$\Delta U = W_{12} + Q_{12} \text{ or } W_{12} = 0 \text{ donc}$$

$$\Delta U = Q_{12} = U_2 - U_1 = m \cdot C_v(T_2 - T_1) \text{ du fait qu'il s'agit d'une mole de gaz parfaits et monoatomiques } m=1 :$$

$$Q_{12} = C_v \cdot (T_2 - T_1)$$

De plus, sachant que cette transformation est réversible et appliqué sur un gaz parfait monoatomique, on peut utiliser la relation suivante :

$$C_v = R/\gamma - 1$$

$$Q_{12} = (R/\gamma - 1) \times (T_2 - T_1)$$

$$Q_{23} = ?$$

2 → 3 comme, $T = \text{cte}$ et $U = f(T)$ uniquement on a :

$$Q_{23} = -W_{23}$$

$$Q_{23} = -(-RT_2 \times \ln(V_2/V_1))$$

$$Q_{23} = RT_2 \times \ln(V_2/V_1)$$

$$Q_{34} = ?$$

On sait que 3-->4 correspond à une transformation isochore d'où la chaleur échangée avec l'extérieur est égale à :

$$\Delta U = W_{34} + Q_{34} \text{ or } W_{34} = 0 \text{ donc}$$

$$\Delta U = Q_{34} = U_1 - U_2 = -m.C_v(T_2-T_1) \text{ du fait qu'il s'agit d'une mole de gaz parfaits et monoatomiques } m=1 :$$

$$Q_{34} = -C_v.(T_2-T_1)$$

De plus, sachant que cette transformation est réversible et appliqué sur un gaz parfait monoatomique, on peut utiliser la relation suivante :

$$C_v = R/\gamma - 1$$

$$Q_{34} = -(R/\gamma - 1) \times (T_2 - T_1)$$

$$Q_{41} = ?$$

comme, $T = \text{cte}$ et $U = f(T)$ uniquement on a :

$$Q_{41} = -W_{41}$$

$$Q_{41} = -(-RT_1 \times \ln(V_1/V_2))$$

$$Q_{41} = RT_1 \times \ln(V_1/V_2)$$

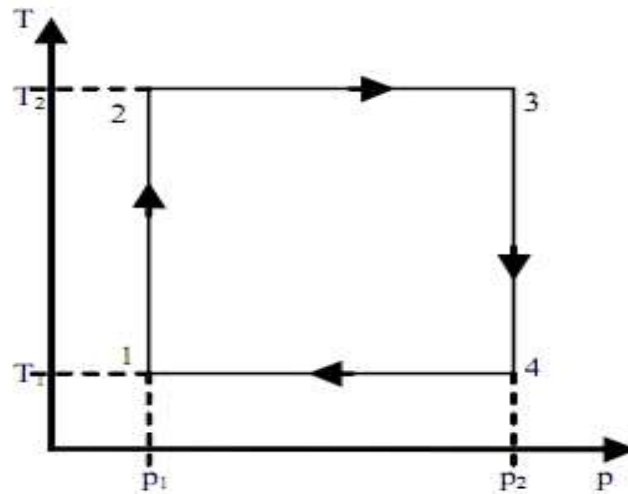
Pour calculer, le travail du cycle entier entre le système gazeux et le milieu extérieur, on applique la relation suivante :

$$Q = -W$$

$$Q = -(-R(T_2 - T_1) \times \ln(V_2/V_1))$$

$$Q = R(T_2 - T_1) \times \ln(V_2/V_1)$$

Exercice 9 : Sur le diagramme (T,P)



On veut calculer dans chaque cas le travail et la quantité de chaleur échangés au cours de chaque transformation $1 \rightarrow 2, 2 \rightarrow 3, 3 \rightarrow 4, 4 \rightarrow 1$, et du cycle W entre le système gazeux et le milieu extérieur, en fonction de γ et des coordonnées indiquées dans chacun des diagrammes.

$W_{12} = ?$

$1 \rightarrow 2$ étant une transformation isochore, on a :

$dW = -pdV \Rightarrow W_{12} = -\int_{12} pdV$ or $dV = 0$ car $V = \text{cte}$ sauf que ici nous sommes dans un diagramme (T, P) donc on ne s'intéresse plus à V , d'où :

$$W_{12} = -P_1 \int_{12} \frac{1}{T_1} dT$$

Or $P_1 V_1 = n.R.T_1$ et ici $V_1 = \text{cte}$ donc

$$P_1 = n.R.T_1 \text{ d'où}$$

$$W_{12} = -n.R.T_1 \int_{12} \frac{1}{T_1} dT$$

$$W_{12} = -n.R \int_{12} dT \quad (\text{de plus } n = 1)$$

$$W_{12} = -R[T]_{21}$$

$$W_{12} = -R(T_2 - T_1)$$

$W_{23} = ?$

$2 \rightarrow 3$ étant une transformation isobare, on a :

$$W_{23} = \int -P_{\text{ext}}.dT = -\int P.dT = -n.R.T_2 \int (1/T).dT = -n.R.T_2 \times \ln(V_2/V_1) \text{ or } n \text{ étant égale à } 1 :$$

De plus, ici $V_2/V_1 = P_2/P_1$ car c'est la pression qui varie dans le diagramme(T,P)

$$W_{23} = RT_2 \times \ln(P_2/P_1)$$

$W_{34} = ?$

1→2 étant une transformation isochore , on a :

$dW = -pdV \Rightarrow W_{34} = \int_{34} pdV$ or $dV = 0$ car $V = \text{cte}$ sauf que ici nous sommes dans un diagramme(T,P) donc on ne s'intéresse plus à V , d'où :

$$W_{34} = = P_2 \int_{34} 1/T_2.dT$$

Or $P_2V_2 = n.R.T_2$ et ici $V_2 = \text{cte}$ donc

$$P_2 = n.R.T_2 \text{ d'où}$$

$$W_{34} = = n.R.T_2 \int_{12} 1/T_2.dT$$

$$W_{34} = = n.R \int_{34} dT \text{ (de plus } n = 1 \text{)}$$

$$W_{34} = = R[T]_{34}$$

$$W_{34} = = R(T_2-T_1)$$

$W_{41} = ?$

4 → 1 étant une transformation isobare , on a :

$$W_{41} = \int -P_{\text{ext}}.dV = \int P_1.dV = n.R.T_1 \int dV = n.R.T_1 \times \ln(V_1/V_2) \text{ or } n \text{ étant égale à } 1 :$$

De plus, ici $V_2/V_1 = P_2/P_1$ d'après la loi des gaz parfaits , on a alors :

$$W_{41} = RT_1 \times \ln(P_1/P_2)$$

Pour calculer, le travail du cycle entier entre le système gazeux et le milieu extérieur, on applique la relation suivante :

$$W = W_{12} + W_{23} + W_{34} + W_{41}$$

$$W = -R(T_2-T_1) + RT_2 \times \ln(P_2/P_1) + R(T_2-T_1) + RT_1 \times \ln(P_1/P_2)$$



$$W = -RT_2 + RT_1 + RT_2 \ln P_1 - RT_2 \ln P_2 + RT_2 - RT_1 + RT_1 \ln P_2 - RT_1 \ln P_1$$

$$W = R(T_2 - T_1) \times \ln(P_2 / P_1)$$