

I. TELEMETRIE ET DIRECTIVITE D'UN RADAR

Considérons un capteur (ou un émetteur) acoustique siège d'une excitation sinusoïdale de la forme désignée sous sa forme complexe par :

$$X(t, \rho) = a(\rho, \theta) \cdot \exp(j\omega t + \phi) = A(\rho, \theta) \cdot \exp(j\phi)$$

Dans cette expression :

- $\omega = 2\pi f$, $f = c/\lambda$.
- ϕ désigne le déphasage par rapport à une référence
- $a(\rho, \theta)$ l'amplitude à une distance ρ dans la direction θ .
- $A(\rho, \theta) = a(\rho, \theta) \cdot \exp(j\phi)$, l'amplitude complexe.

On admet dans ce qui suit que la directivité du transducteur qui est représentée ci-dessous peut être exprimée par une relation de la forme :

$$a(\rho, \theta) = a(\rho) \cdot \frac{1 + \cos(\theta)}{2}$$

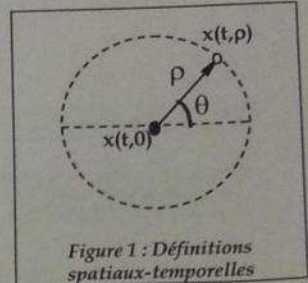
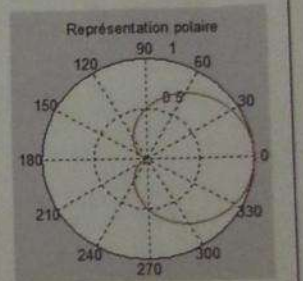
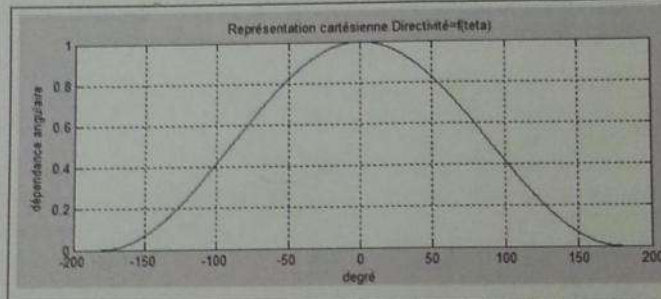


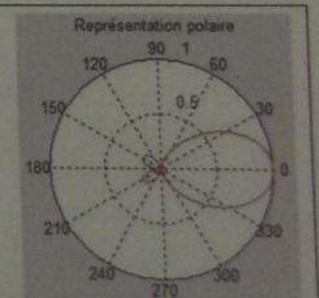
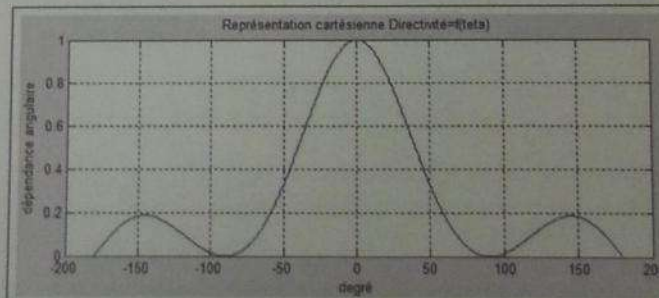
Figure 1 : Définitions spatiales-temporelles



ANTENNE A DEUX SOURCES

Q1. On examine en champs lointain, l'onde résultant de la superposition de 2 sources identiques, séparées d'une distance δ .

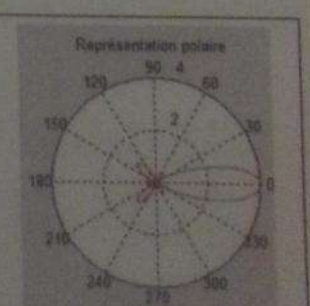
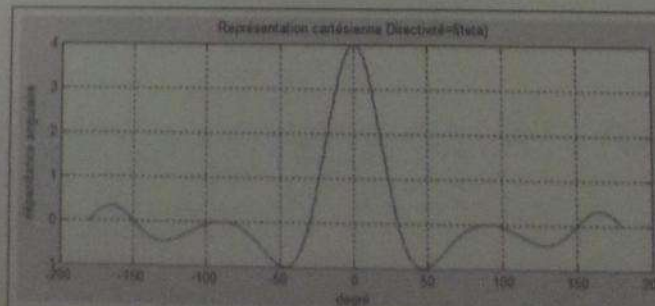
- Exprimer le déphasage ϕ entre les deux sources en fonction de θ et du rapport δ/λ .
- En déduire l'expression de l'onde résultante en fonction de θ et de δ/λ .
- Justifier la position des zones d'ombre de l'antenne ainsi réalisée pour $\delta/\lambda = 1/2$. (fig ci-dessous)



CAS GENERAL A « N » SOURCES

Q2. Exprimer le champ résultant dans le cas de N transducteurs espacés de δ en fonction de θ et de δ/λ .

- Justifier la position des zones d'ombre de l'antenne ainsi réalisée pour $N=4$ et $\delta/\lambda = 1/2$. (fig ci-dessous)
- Comment pourrait évoluer qualitativement le nombre de lobes secondaires en fonction de N ?

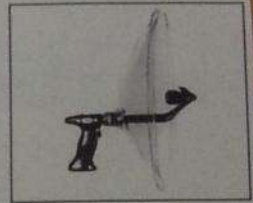


III. OPTIMISATION DE DIRECTIVITE

REFLECTEURS PARABOLIQUES

Q4. Nous considérons un microphone muni d'un réflecteur parabolique de diamètre D et de profondeur H comme celui qui est représenté sur la figure ci-contre.

- Déterminer la position du capteur relativement à son réflecteur pour une réception optimale avec $D=40\text{cm}$ et $H=10\text{cm}$.
- Même exercice avec $H=20\text{cm}$. Discuter cette position par rapport à la géométrie du réflecteur et des dimensions du capteur.



I. GEOPOSITIONNEMENT PAR TELEMETRIE HYPERBOLIQUE

PRINCIPE DE TELEMETRIE

Q1. Nous considérons un bateau muni d'un récepteur LORAN recevant les impulsions émises par 2 stations S1 et S2 synchronisées et distants de $2c=100\text{km}$ avec un retard $\Delta t=200\mu\text{s}$. (vitesse de propagation des ondes: 3.10^8m/s)

- Montrer que la position du bateau appartient à une conique entièrement déterminée par Δt .
- Montrer que ce lieu est défini par tous les points $M(x,y)$ tels que:

$$\left(\frac{x}{a}\right)^2 - \left(\frac{y}{b}\right)^2 = 1$$

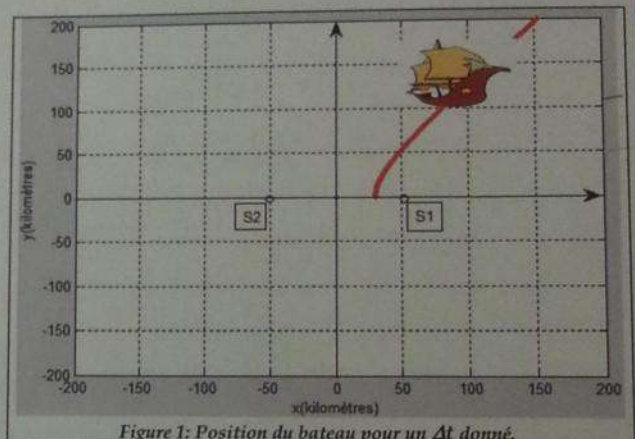


Figure 1: Position du bateau pour un Δt donné.

Exprimer les paramètres a et b en fonction de c et de Δt et en déduire leur valeur numérique.

- Représenter les asymptotes à ces courbes sur la figure 1 après avoir déterminé leur équation. Compléter ces courbes. Pourquoi, ce dispositif est insuffisant ?

CALCUL DE LA POSITION DU BATEAU

Q2. Un dispositif complet de géopositionnement pourrait être équipé de 2 autres stations supplémentaires S3 et S4, situées sur l'axe y à $\pm c$. Soit $\Delta\tau$ le retard à la réception des impulsions émises par S3 et S4.

- Montrer alors que la position du bateau est aussi définie par une équation de la forme :

$$\left(\frac{y}{\alpha}\right)^2 - \left(\frac{x}{\beta}\right)^2 = 1$$

Exprimer les paramètres α et β en fonction de c et de $\Delta\tau$ et en déduire leur valeur numérique avec $\Delta\tau=250\mu\text{s}$.

- Représenter les asymptotes à ces courbes sur la figure 1 après avoir déterminé leur équation. Esquisser ces courbes. Quelle est la limite de cette télémétrie ? (Raisonnement sur le comportement asymptotique des deux tracés)
- Déterminer la position exacte du bateau.
- Malgré les apparences, ce résultat présente une indétermination mathématique. Préciser laquelle et dire comment peut-on lever cette indétermination au moyen de considérations physiques.

MESURE DES Δt INCERTITUDES

Q3. On mesure la durée Δt (ou $\Delta\tau$) au moyen d'un compteur 8bits qui se déclenche à la réception de l'onde en avance et qui s'arrête à la réception de l'onde en retard.

- 1) En limitant ces mesures à des retards inférieurs à $255\mu\text{s}$, calculer la fréquence d'horloge du compteur pour une précision de $1\mu\text{s}$.
- 2) Avec une erreur de $1\mu\text{s}$ sur ces durées donner une estimation de l'erreur commise sur le calcul de la position du bateau dans la direction de x ou de y .

II. TELEMETRIE PAR TEMPS DE VOL

PRINCIPE DE LA MESURE

Q3. On mesure la durée d'aller-retour de l'onde acoustique au moyen d'un compteur qui se déclenche à l'émission et qui s'arrête à la réception. (vitesse du son dans l'air : $c=350\text{m/s}$)

- Tracer un schéma fonctionnel pour ce télémètre.
- Calculer sa fréquence d'horloge pour une précision centimétrique.