

Etude de Cas n°3

BNP



Fabien CHUNG

Guy COURONNE

Sébastien ROTH

Thomas ABBAS

I Nomenclature des graphiques

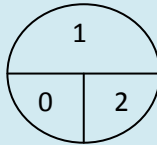
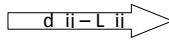
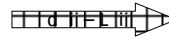
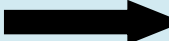
Dessin	
Cercle	
Libre	$A - C_{ij}$ 
Critique	$A - C_{ij}$ 
Crucial	$A - C_{ij}$ 
Bloqué	$A - C_{ij}$ 
Saturé	$A - C_{ij}$ 

Tableau représentant les prédécesseurs de chaque tâche

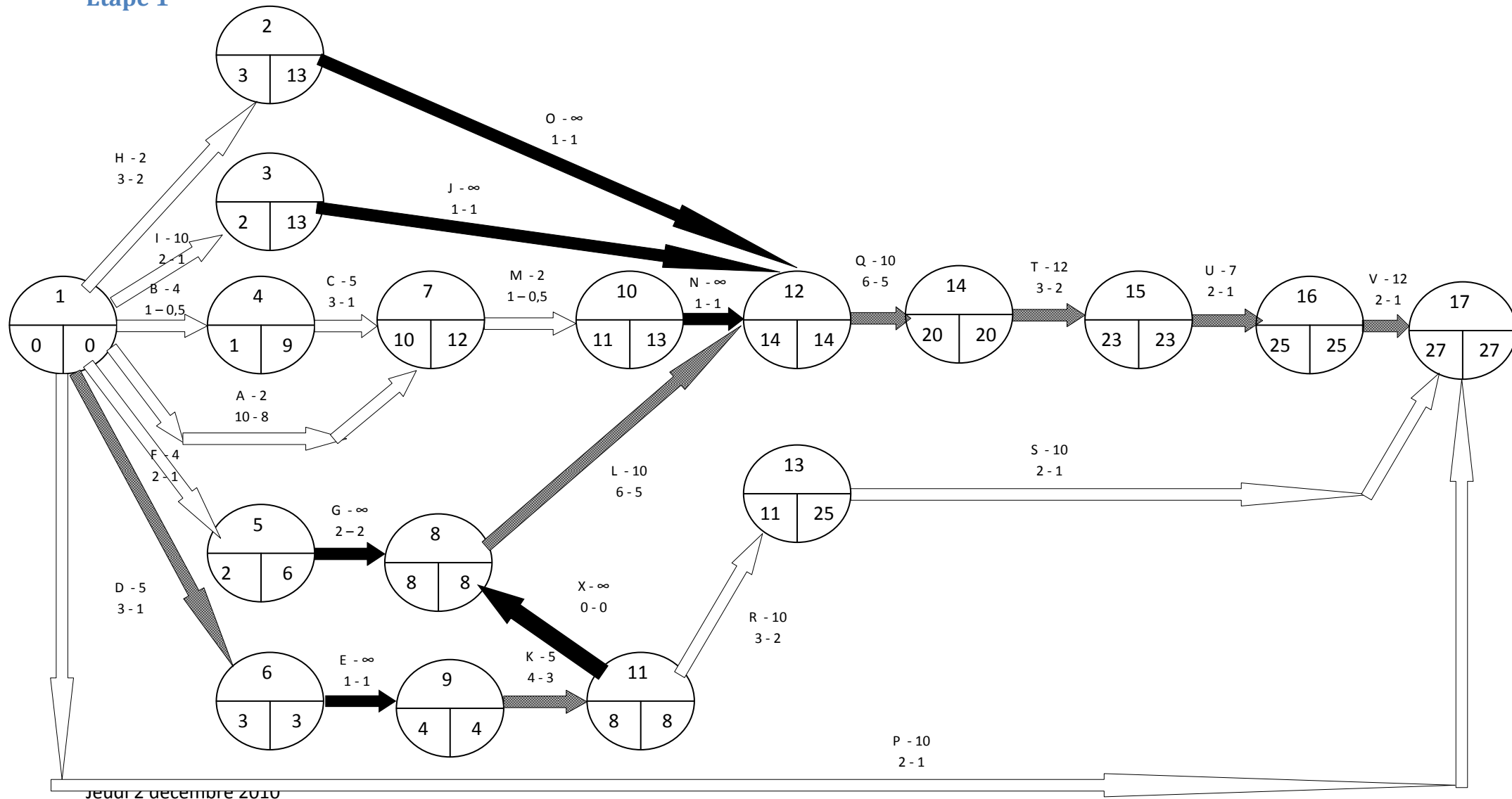
La tâche X est une tâche fictive. Elle permet l'absence d'arc fictif du cercle 8 au cercle 1

Code	Prédécesseur	Durée dij	Lij	C pour dij en k€	Cij
A	/	10	8	5	2
B	/	1	0,5	5	4
C	B	3	1	40	5
D	/	3	1	20	5
E	D	1	1	10	∞
F	/	2	1	20	4
G	F	2	2	10	∞
H	/	3	2	10	2
I	/	2	1	10	10
J	I	1	1	10	∞
K	E	4	3	20	5
L	G, X	6	5	40	10
M	A, C	1	0,5	10	2
N	M	1	1	10	∞
O	H	1	1	10	∞
P	/	2	1	20	10
Q	J, L, N, O	6	5	30	10
R	K	3	2	10	10
S	R	2	1	10	10
T	Q	3	2	20	12
U	T	2	1	10	7
V	U	2	1	15	12
X	K	0	0	0	∞

II Déroulement de l'algorithme de Ford Fulkerson

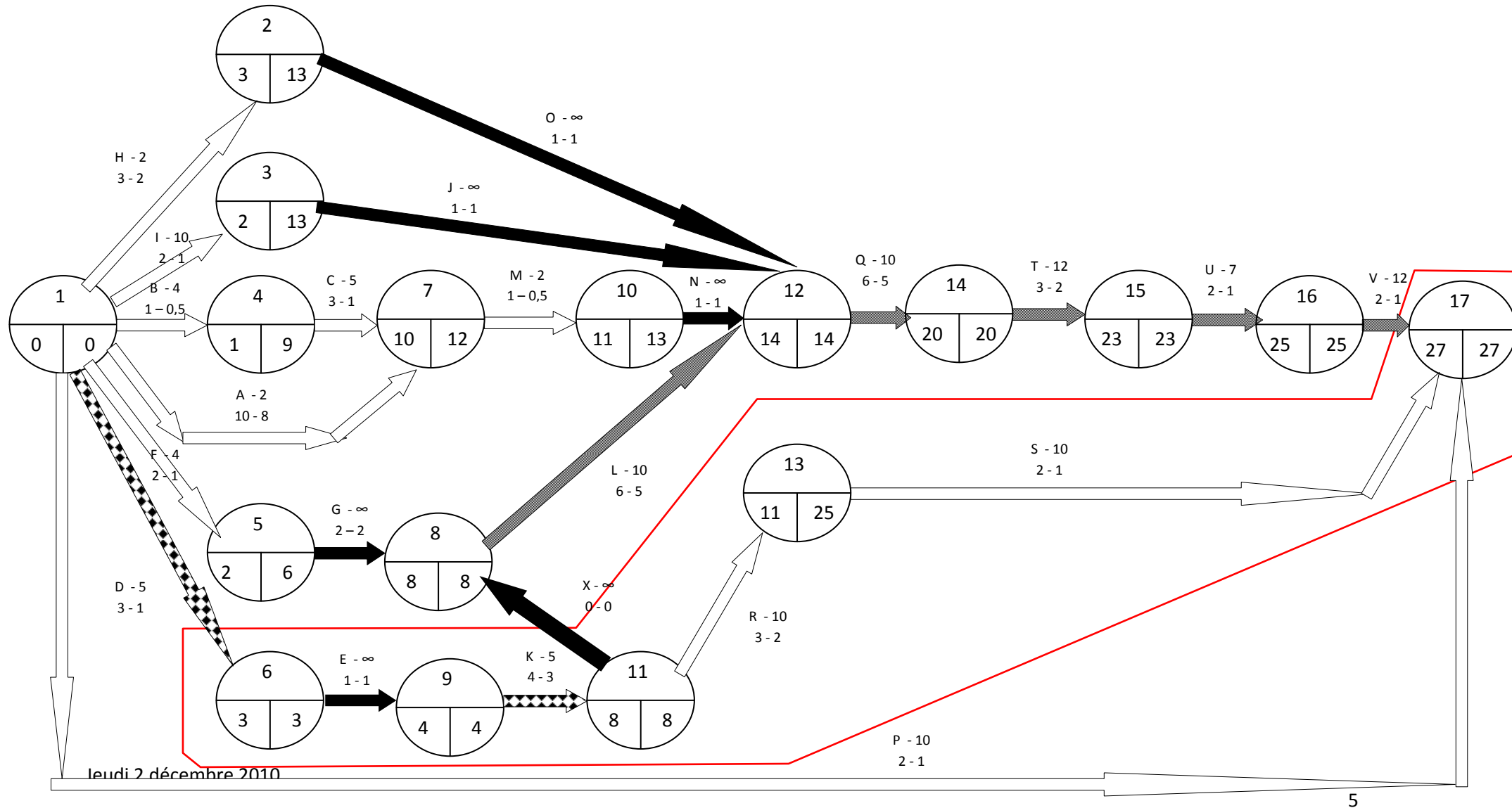
Itération 1

Etape 1



Etape 2

$$\varphi_{\max} = 5$$



Etape 3

Arcs de type X : Arcs libres entrants dans la coupe $= T_j - t_i - d_{ij}$		Arcs de type Y : Arcs cruciaux ou bloqués sortant de la coupe $= d_{ij} - T_j + t_i$		Arcs de type Z : Arcs saturés entrants dans la coupe $= T_j - t_i - L_{ij}$	
P	$27 - 0 - 2 = 25$	X	$0 - 8 + 8 = 0$	D	$3 - 0 - 1 = 2$
$X_{\min}$	25	$Y_{\min}$	0	$Z_{\min}$	2

$$\min(\min(X), \min(Y), \min(Z)) = 2 = \theta$$

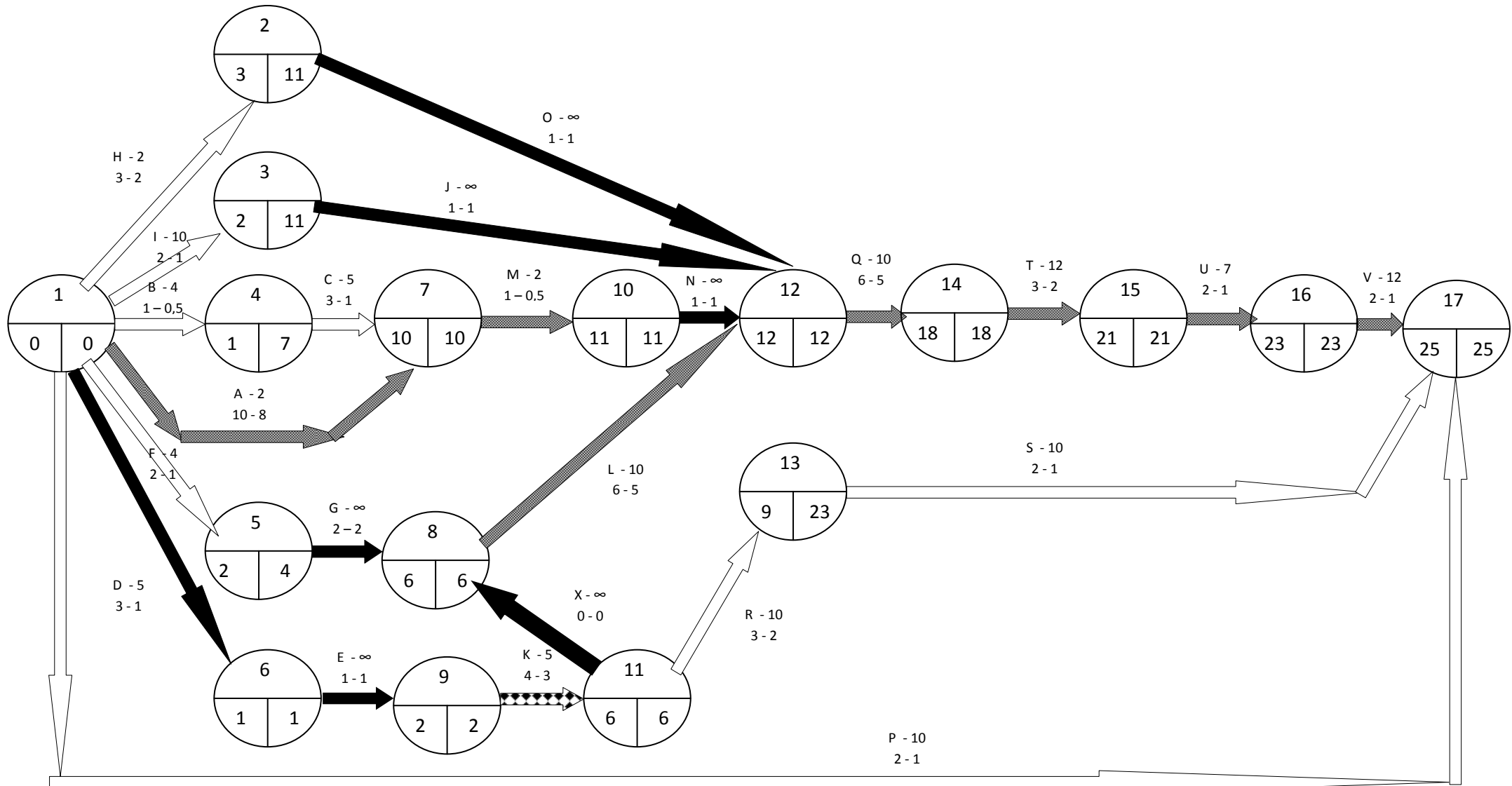
On ne prend pas $Y_{\min}$ car on ne prend en compte que les valeurs strictement positives.

Coût supplémentaire pour réduire de θ mois :

$$\theta * (C_{ij}(D)) = 2 * (5) = 10$$

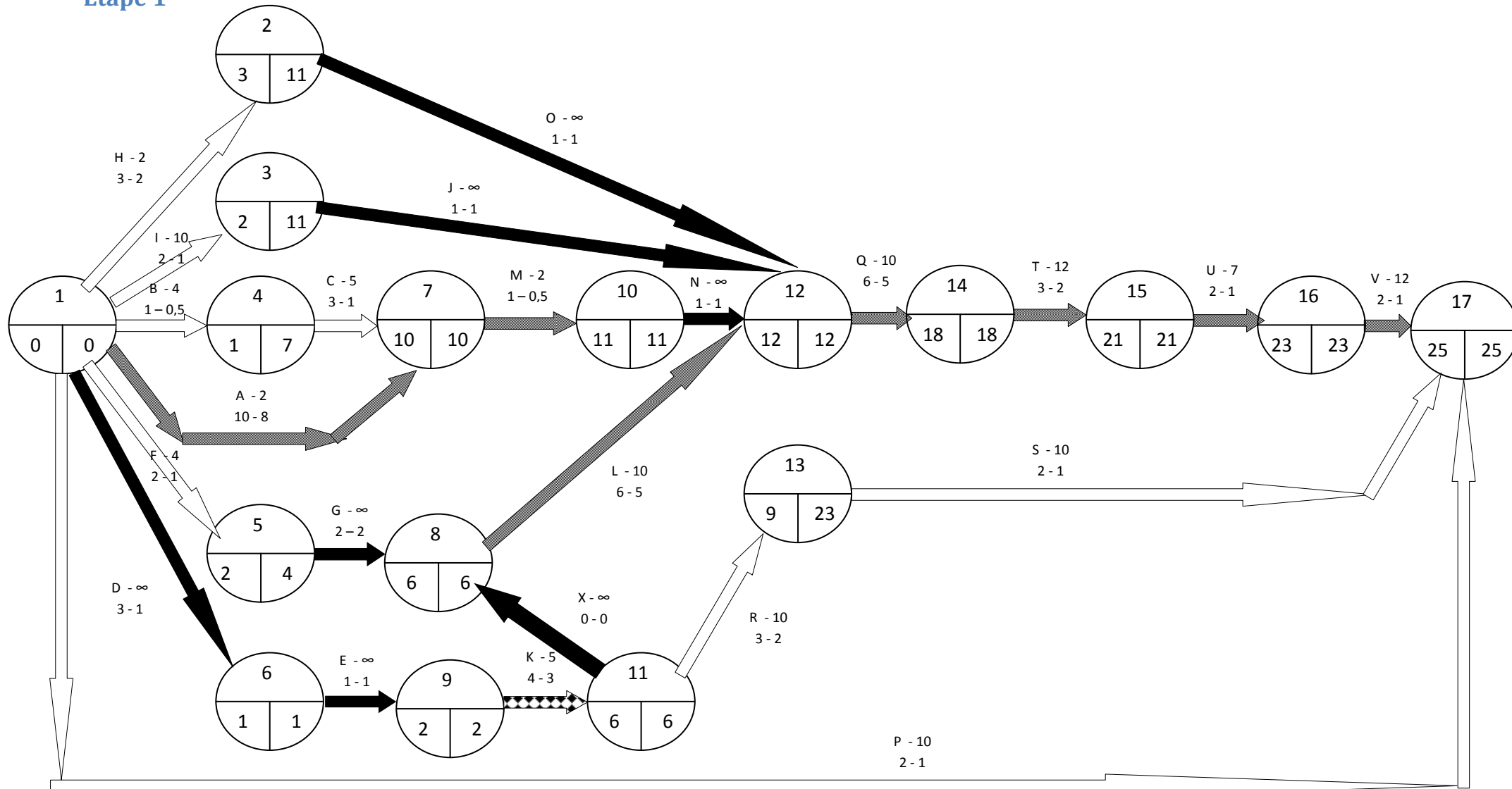
Il faut dépenser 10k€ pour réduire le projet de 2 mois.

Etape 4



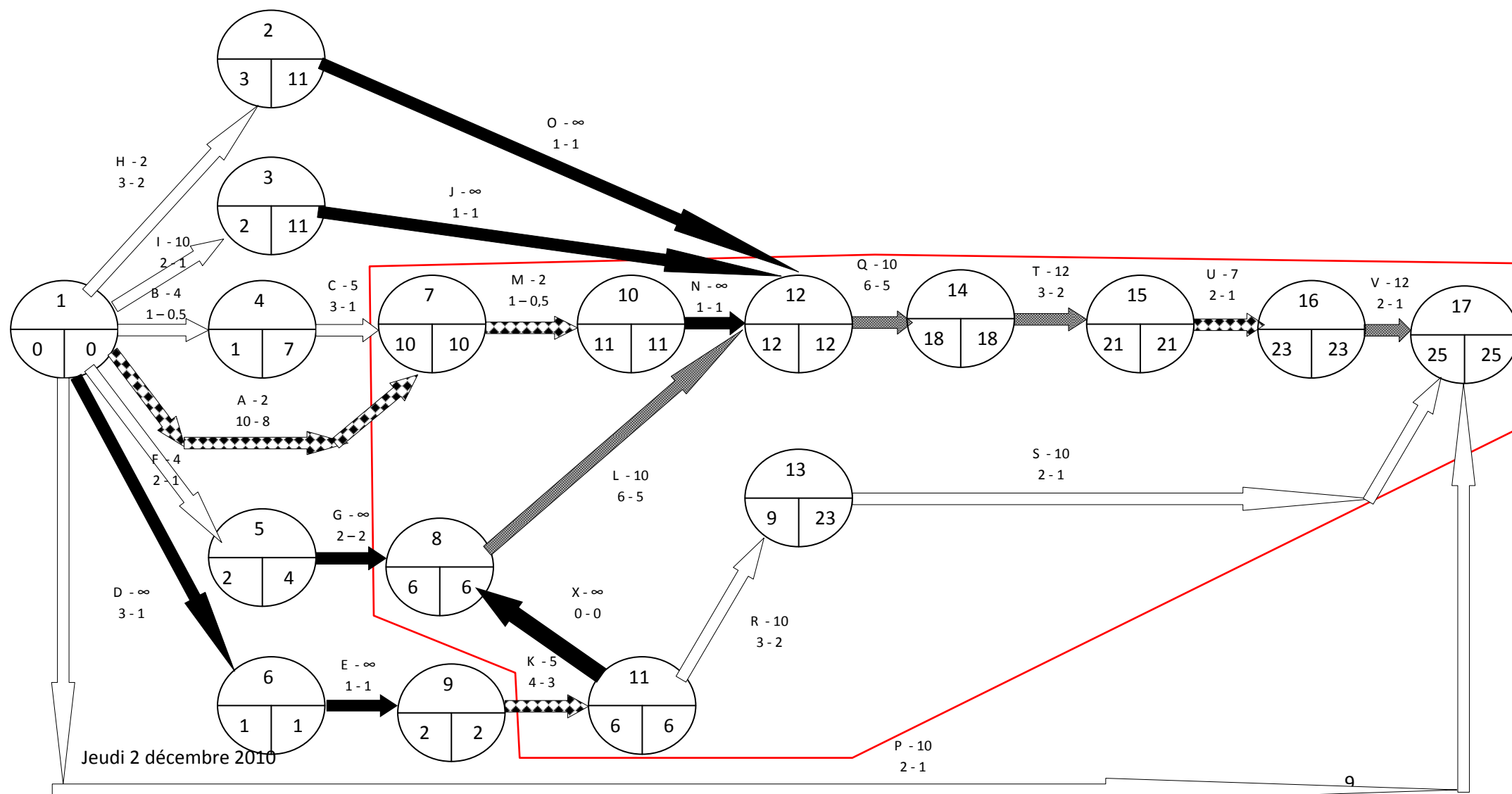
Itération 2

Etape 1



Jeudi 2 décembre 2010

$$\varphi_{\max} = 7$$



Etape 3

Arcs de type X : Arcs libres entrants dans la coupe $=T_j - t_i - d_{ij}$		Arcs de type Y : Arcs cruciaux ou bloqués sortant de la coupe $=d_{ij} - T_j + t_i$		Arcs de type Z : Arcs saturés entrants dans la coupe $= T_j - t_i - L_{ij}$	
P	$25 - 0 - 2 = 23$	/	/	A	$10 - 0 - 8 = 2$
C	$10 - 1 - 3 = 6$			K	$6 - 2 - 3 = 1$
$X_{\min}$	6	$Y_{\min}$	/	$Z_{\min}$	1

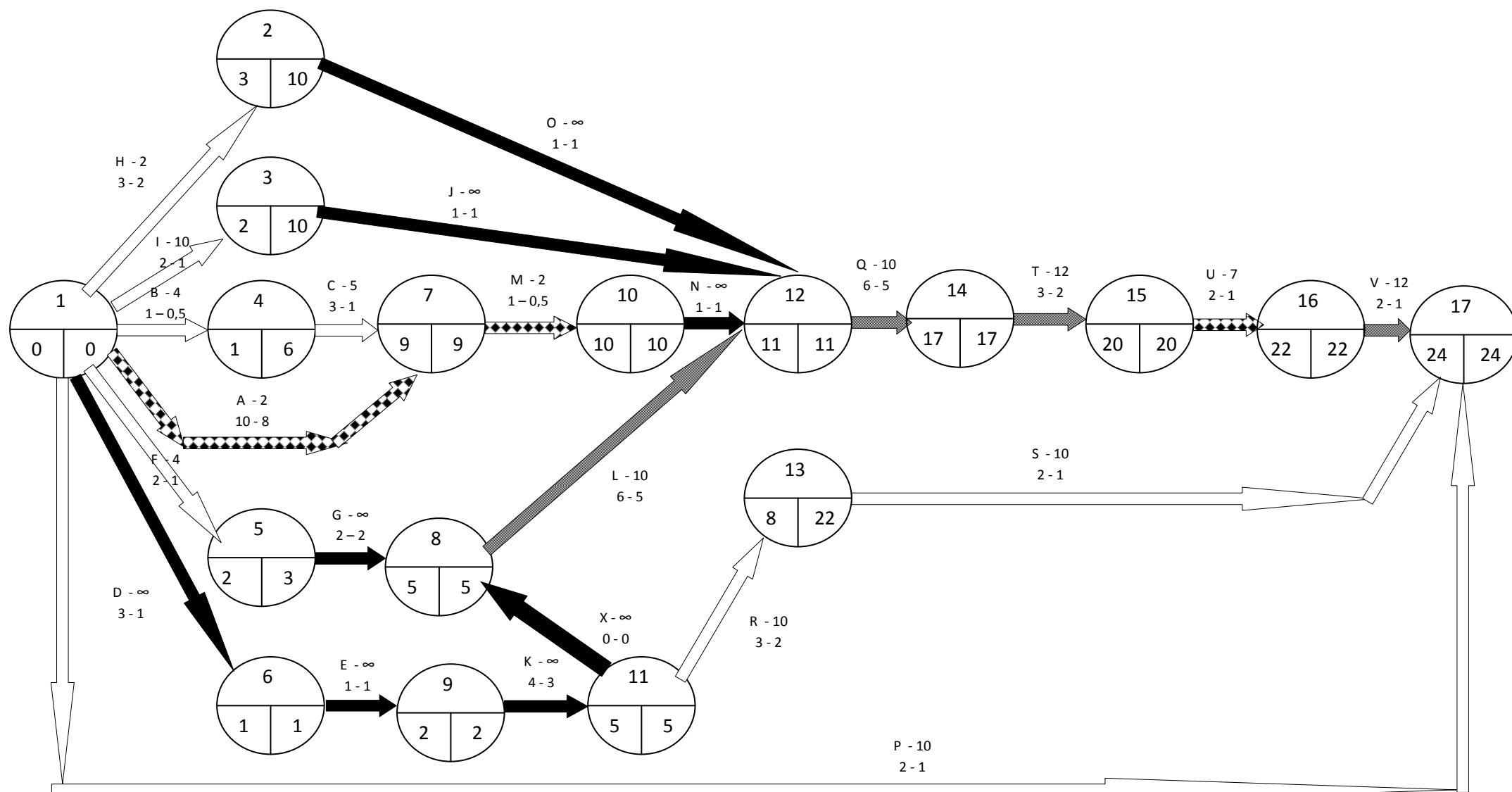
$$\text{Min}(\text{Min}(X), \text{Min}(Y), \text{Min}(Z)) = 1 = \theta$$

Coût supplémentaire pour réduire de θ mois :

$$\theta * (C_{ij}(A) * C_{ij}(K)) = 1 * (2 + 5) = 7$$

Il faut dépenser 7k€ pour réduire le projet de 1 mois.

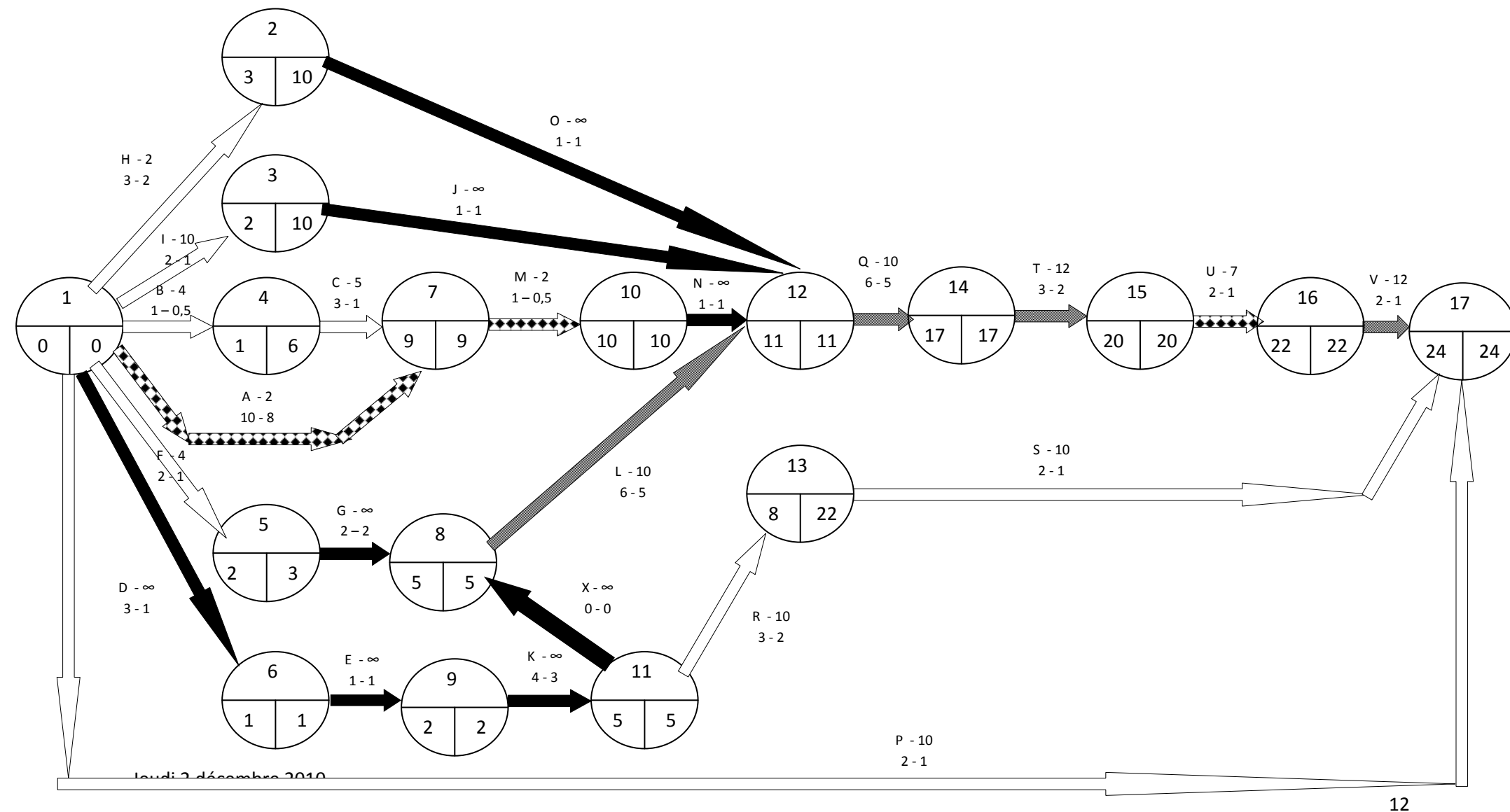
Etape 4



Jeudi 2 décembre 2010

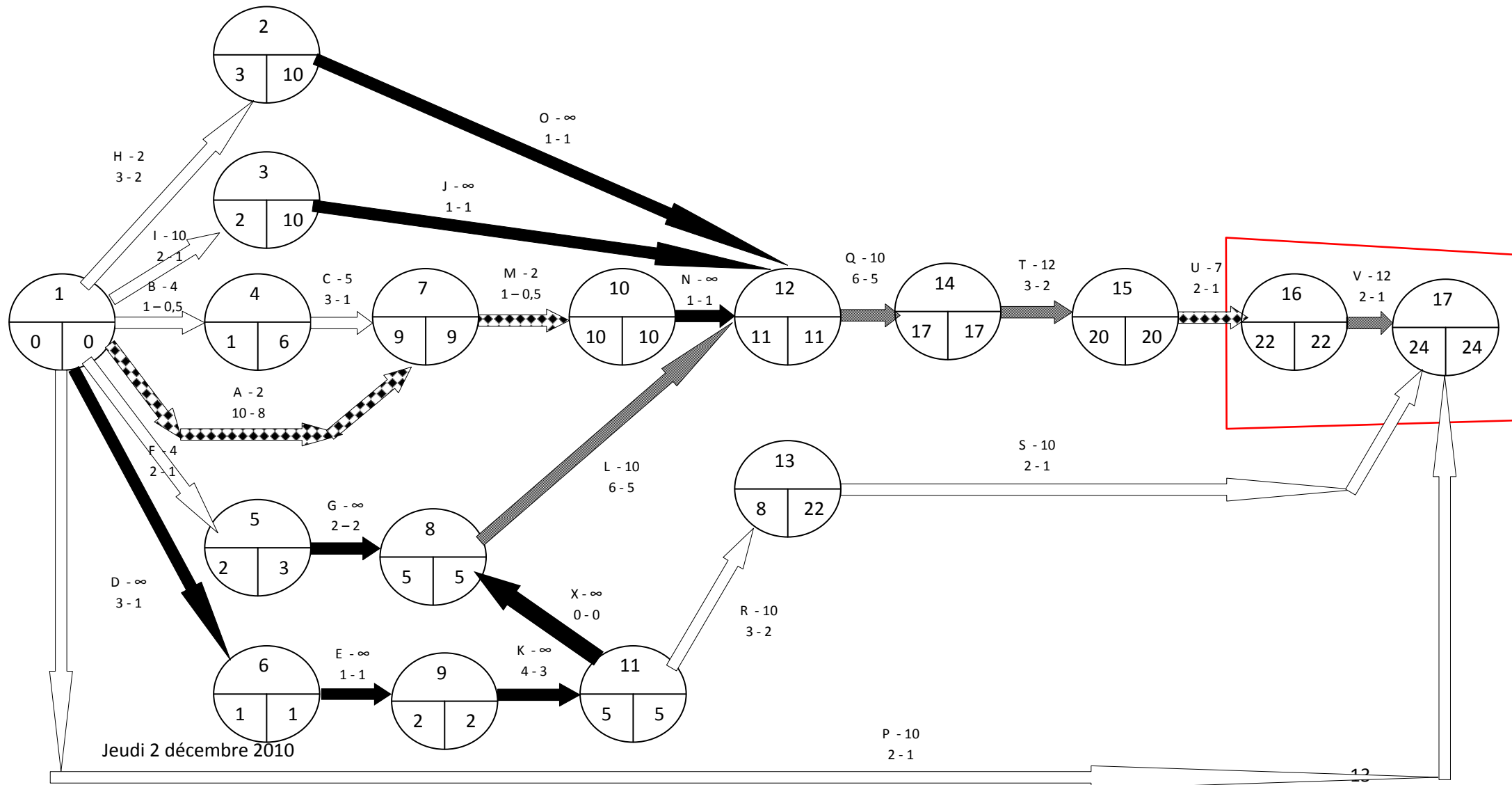
Itération 3

Etape 1



Etape 2

$$\varphi_{\max} = 7$$



Etape 3

Arcs de type X : Arcs libres entrants dans la coupe $= T_j - t_i - d_{ij}$		Arcs de type Y : Arcs cruciaux ou bloqués sortant de la coupe $= d_{ij} - T_j + t_i$		Arcs de type Z : Arcs saturés entrants dans la coupe $= T_j - t_i - L_{ij}$	
P	$24 - 0 - 2 = 22$	/	/	U	$22 - 20 - 1 = 1$
S	$24 - 8 - 2 = 14$				
$X_{\min}$	5	$Y_{\min}$	/	$Z_{\min}$	1

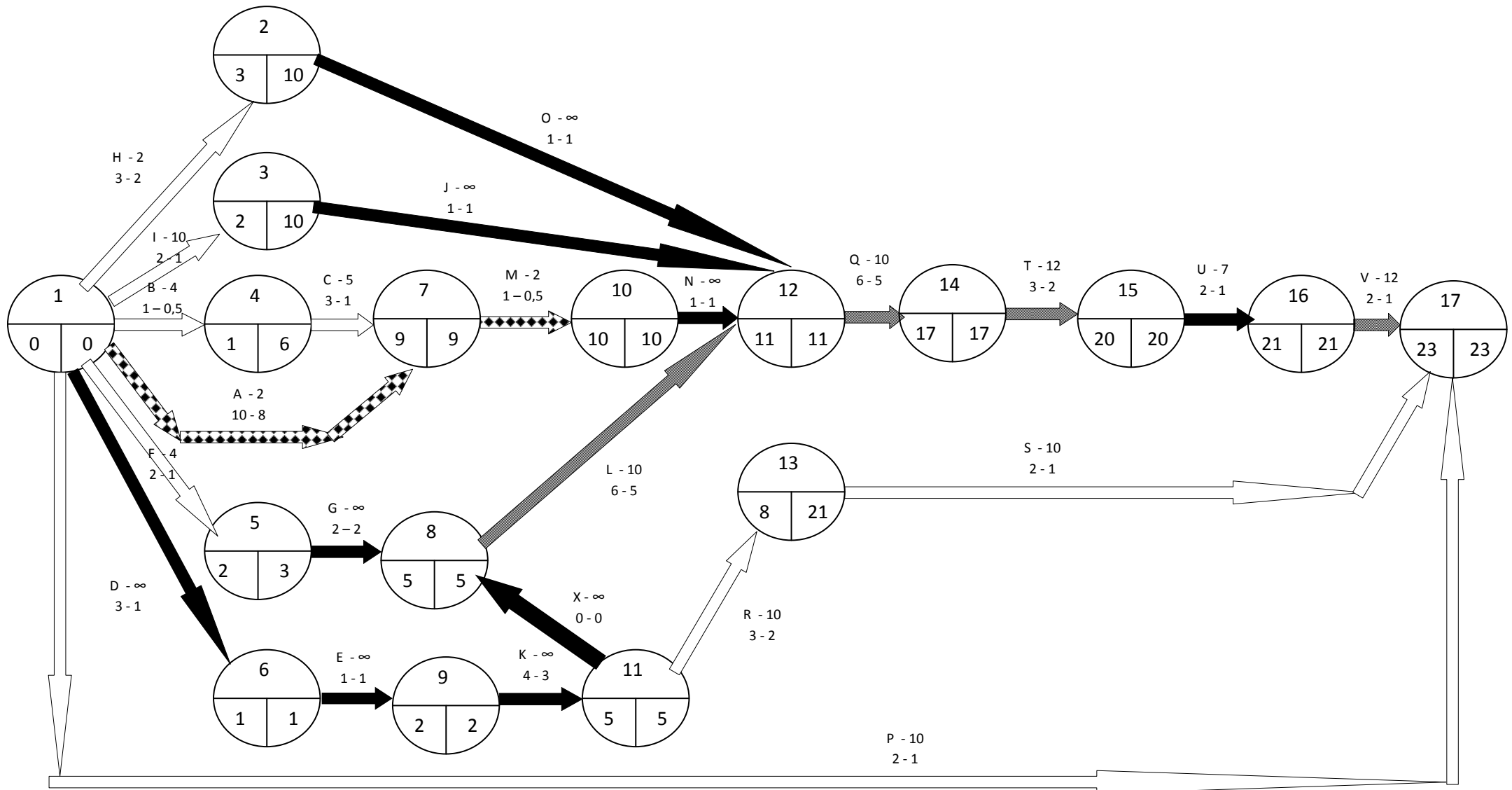
$$\min(\min(X), \min(Y), \min(Z)) = 1 = \theta$$

Coût supplémentaire pour réduire de θ mois :

$$\theta * (C_{ij}(U)) = 1 * (7) = 7$$

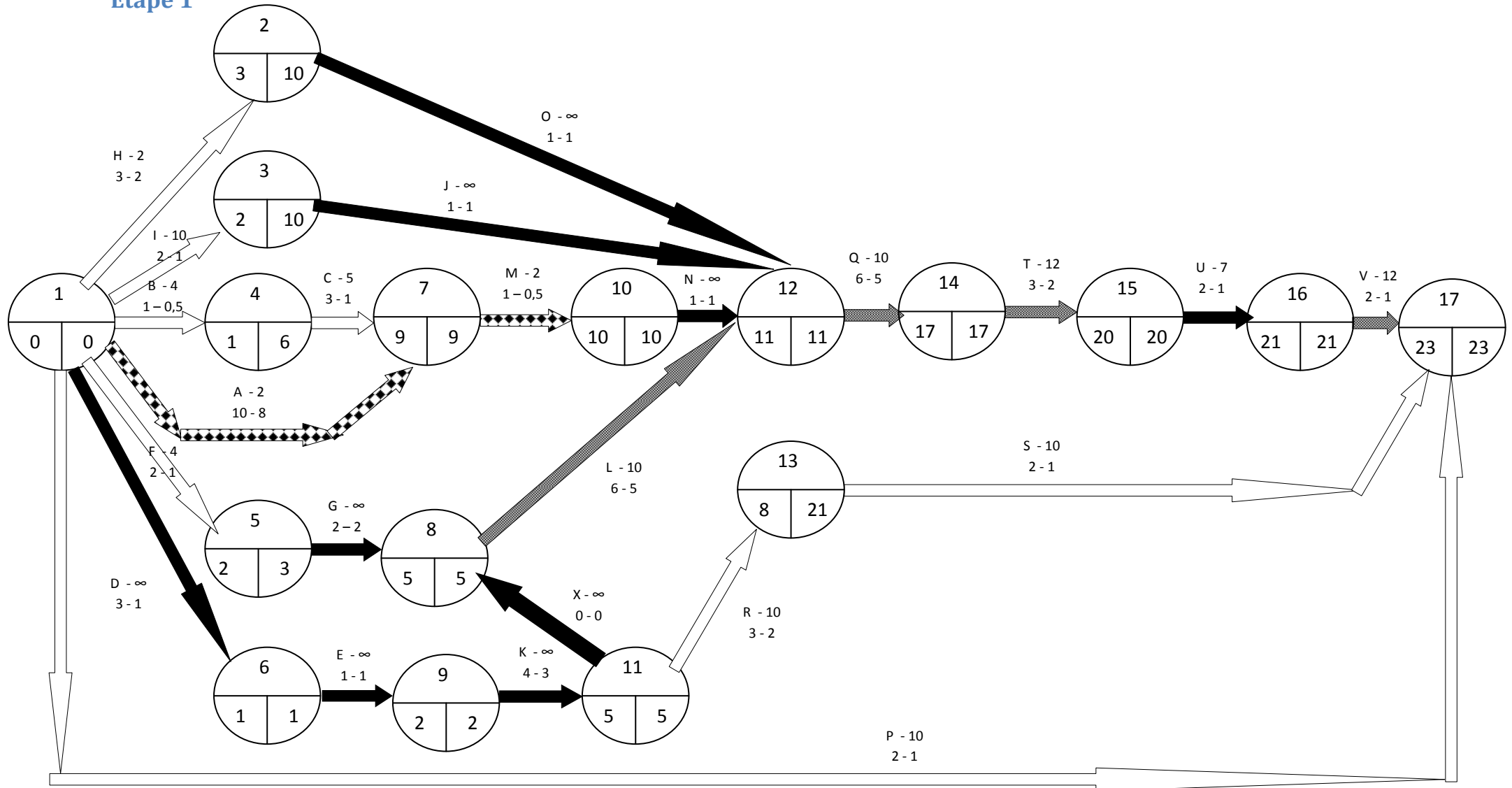
Il faut dépenser 7k€ pour réduire le projet de 1 mois.

Etape 4



Itération 4

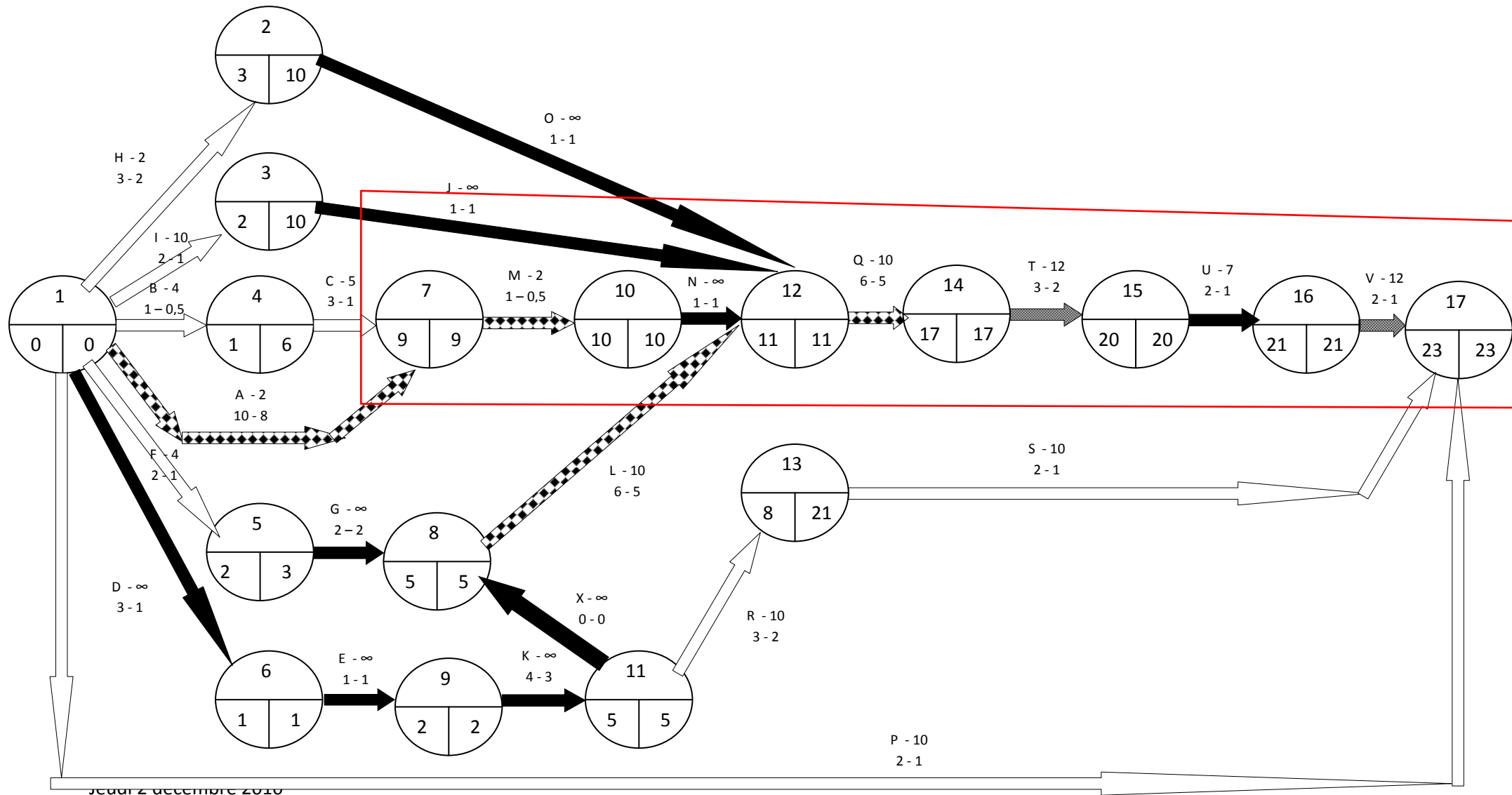
Etape 1



Jeudi 2 décembre 2010

Etape 2

$$\varphi_{\max} = 10$$



Etape 3

Arcs de type X : Arcs libres entrants dans la coupe $= T_j - t_i - d_{ij}$		Arcs de type Y : Arcs cruciaux ou bloqués sortant de la coupe $= d_{ij} - T_j + t_i$		Arcs de type Z : Arcs saturés entrants dans la coupe $= T_j - t_i - L_{ij}$	
P	$23 - 0 - 2 = 21$	/	/	L	$11 - 5 - 5 = 1$
S	$23 - 8 - 2 = 13$			A	$9 - 0 - 8 = 1$
C	$9 - 1 - 3 = 5$				
$X_{\min}$	5	$Y_{\min}$	/	$Z_{\min}$	1

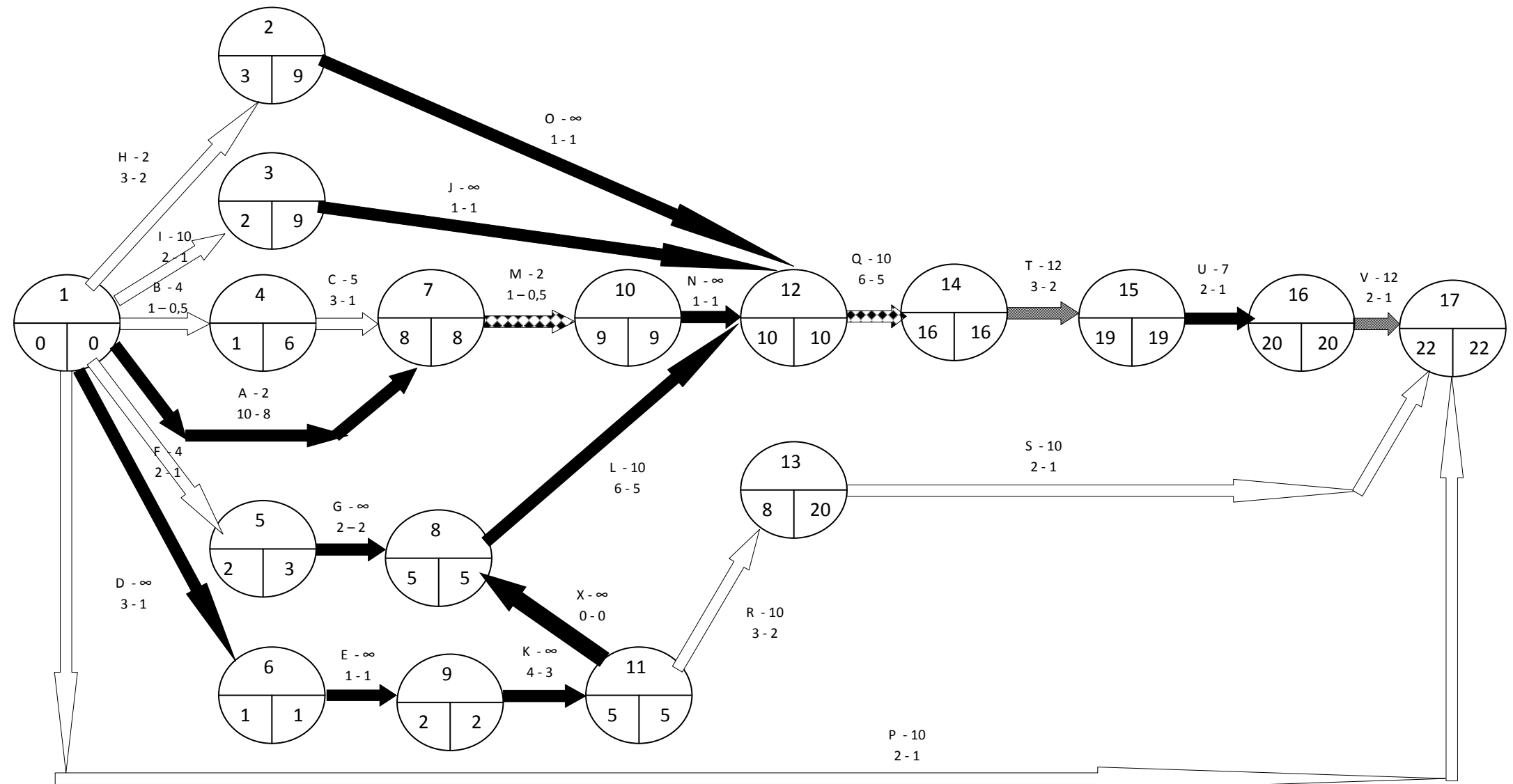
$$\min(\min(X), \min(Y), \min(Z)) = 1 = \theta$$

Coût supplémentaire pour réduire de θ mois :

$$\theta * (C_{ij}(L) + C_{ij}(A)) = 1 * (10 + 2) = 12$$

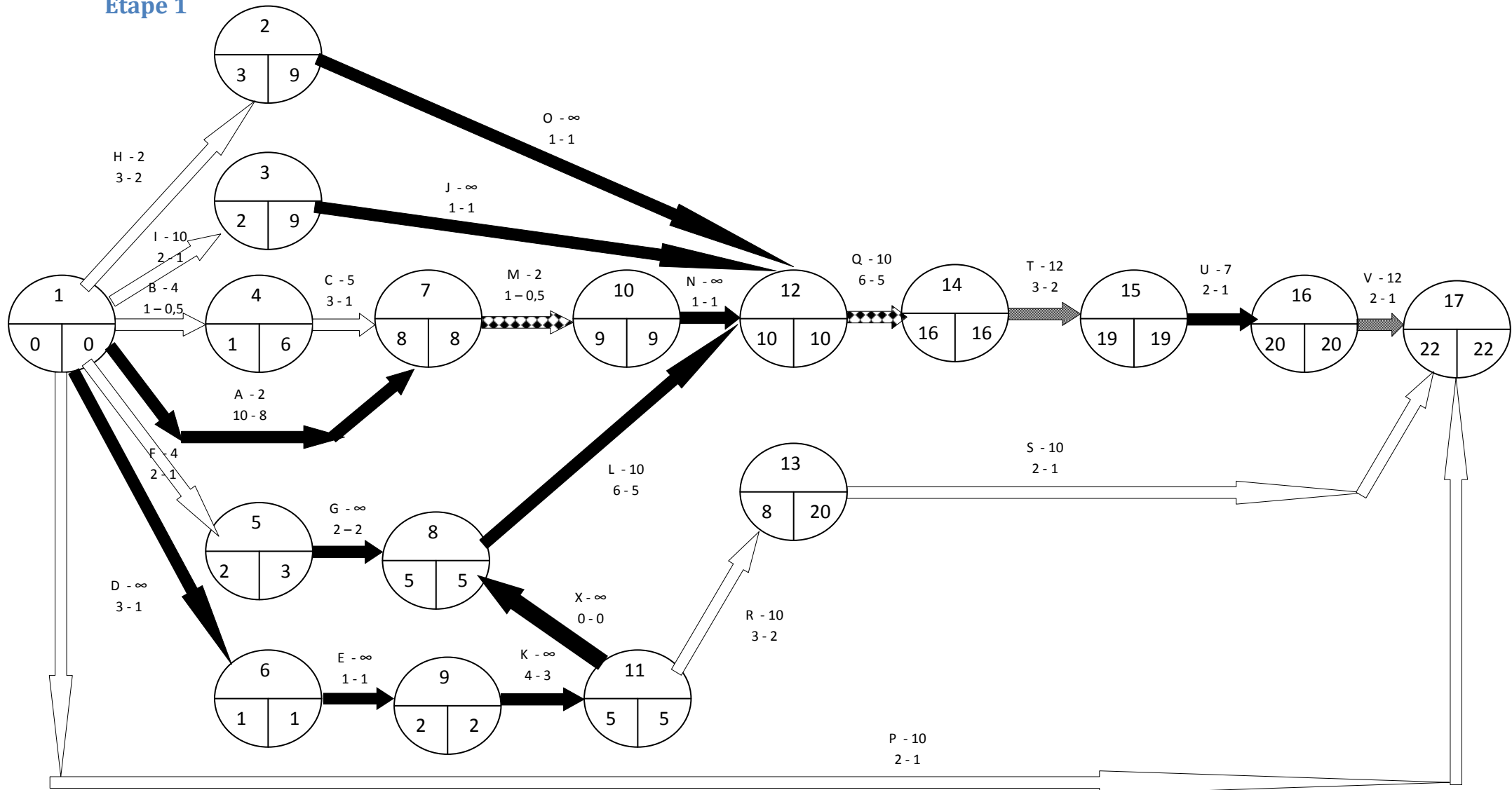
Il faut dépenser 12k€ pour réduire le projet de 1 mois.

Etape 4



Itération 5

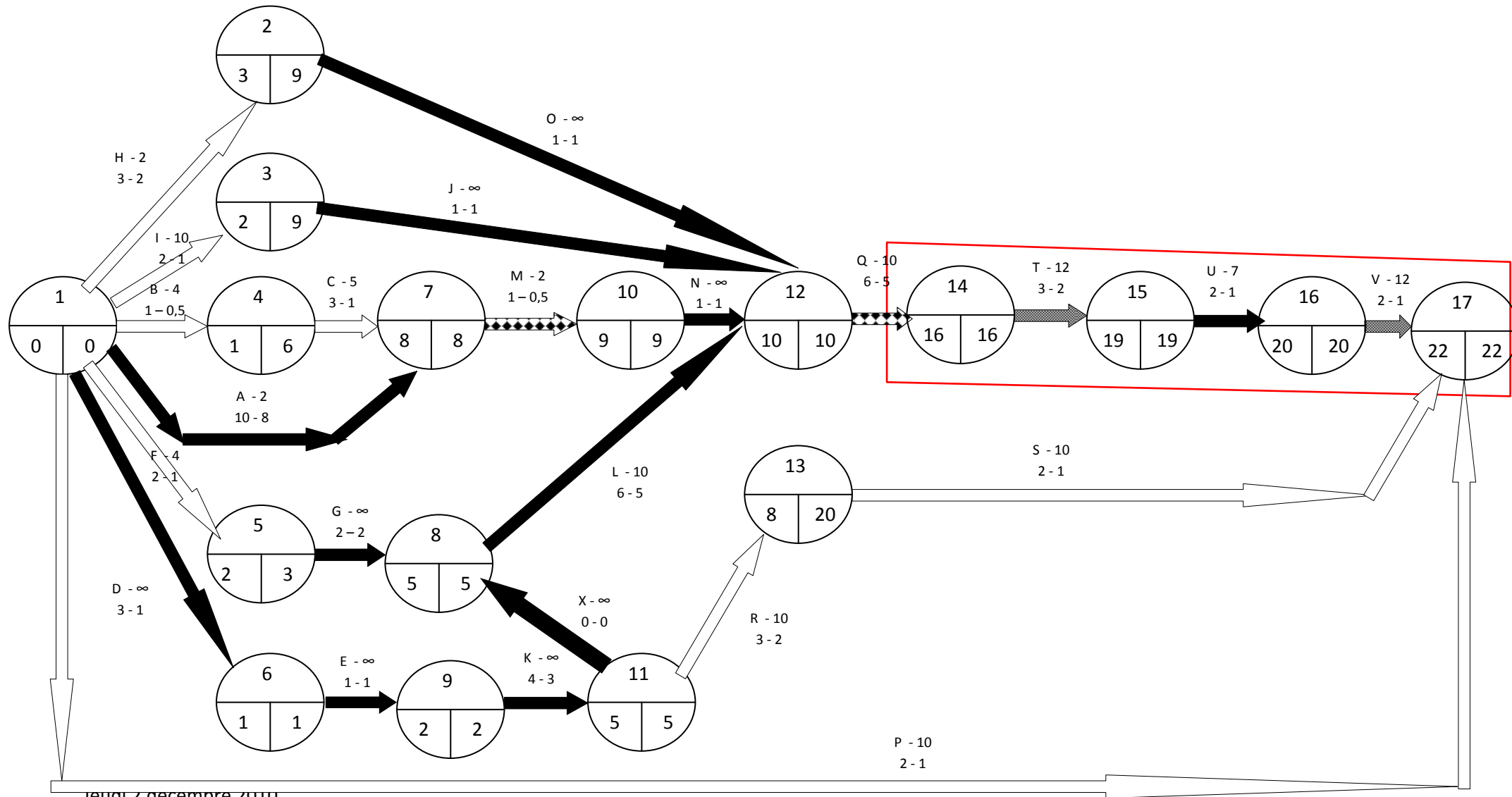
Etape 1



Jeudi 2 décembre 2010

Etape 2

$$\varphi_{\max} = 10$$



jeudi 2 decembre 2010

Etape 3

Arcs de type X : Arcs libres entrants dans la coupe $= T_j - t_i - d_{ij}$		Arcs de type Y : Arcs cruciaux ou bloqués sortant de la coupe $= d_{ij} - T_j + t_i$		Arcs de type Z : Arcs saturés entrants dans la coupe $= T_j - t_i - L_{ij}$	
P	$22 - 0 - 2 = 20$	/	/	Q	$16 - 10 - 5 = 1$
S	$22 - 8 - 2 = 12$				
$X_{\min}$	12	$Y_{\min}$	/	$Z_{\min}$	1

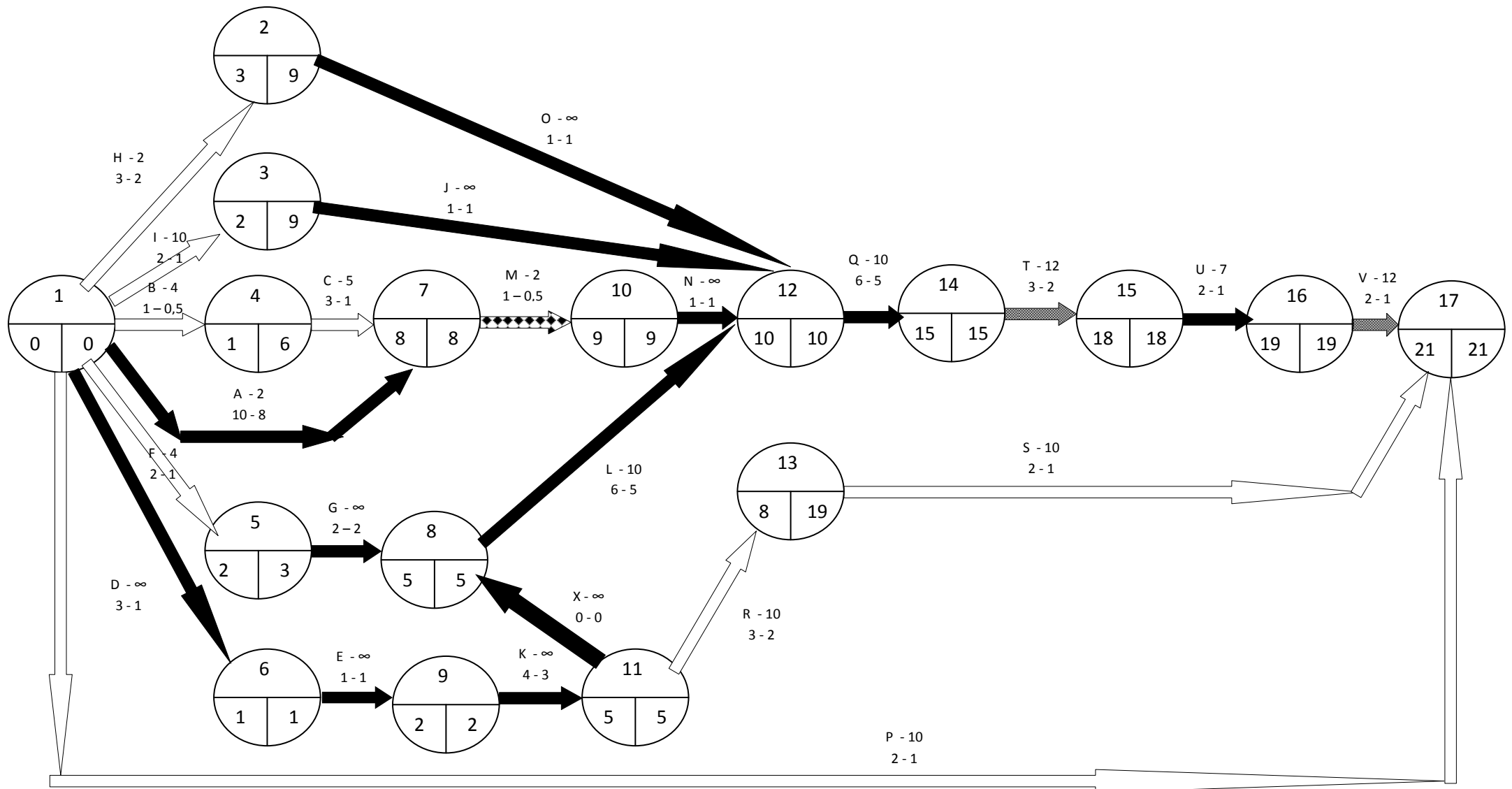
$$\text{Min}(\text{Min}(X), \text{Min}(Y), \text{Min}(Z)) = 1 = \theta$$

Coût supplémentaire pour réduire de θ mois :

$$\theta * (c_{ij}(Q)) = 1 * (10) = 10$$

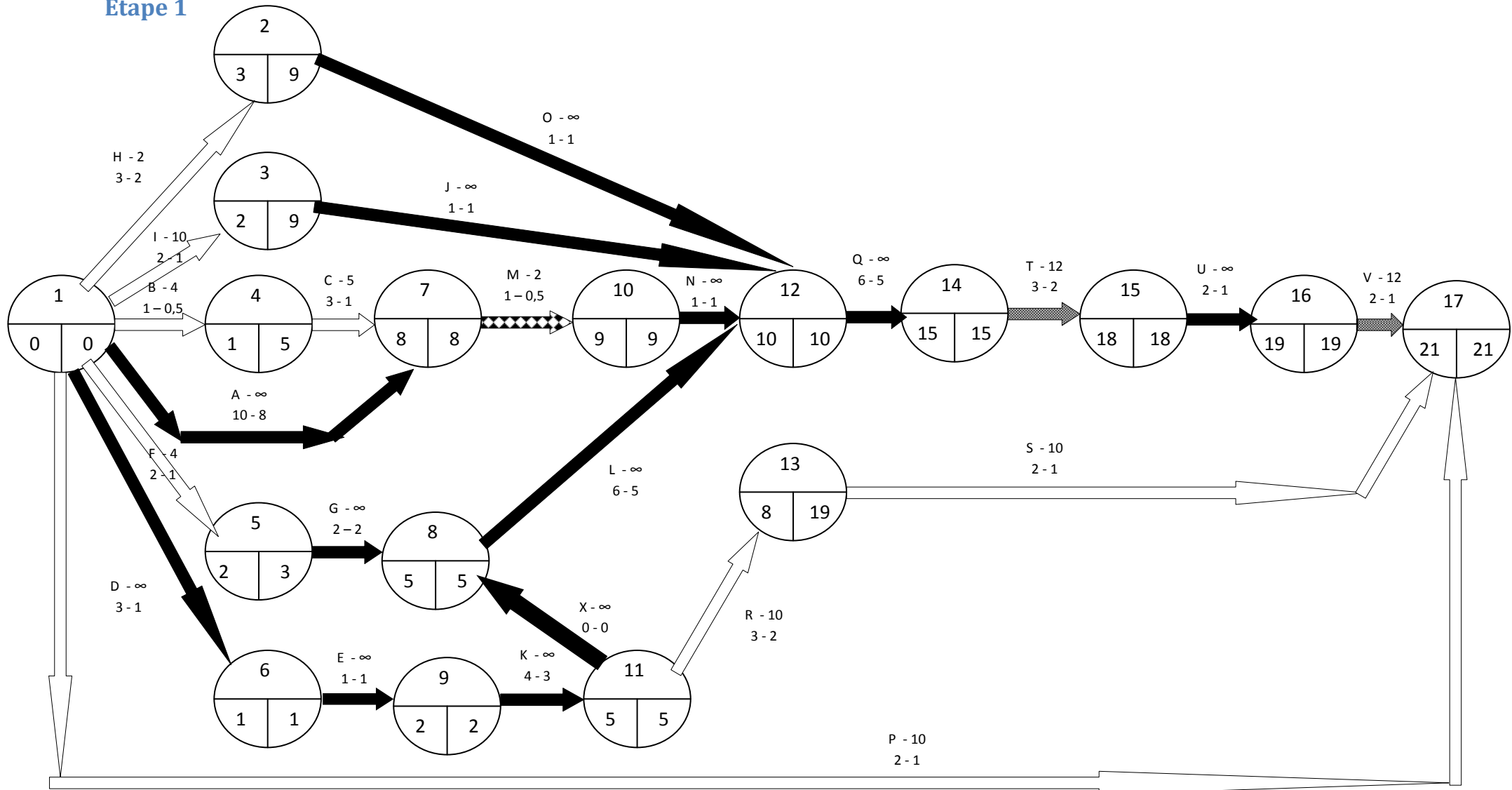
Il faut dépenser 10k€ pour réduire le projet de 1 mois.

Etape 4



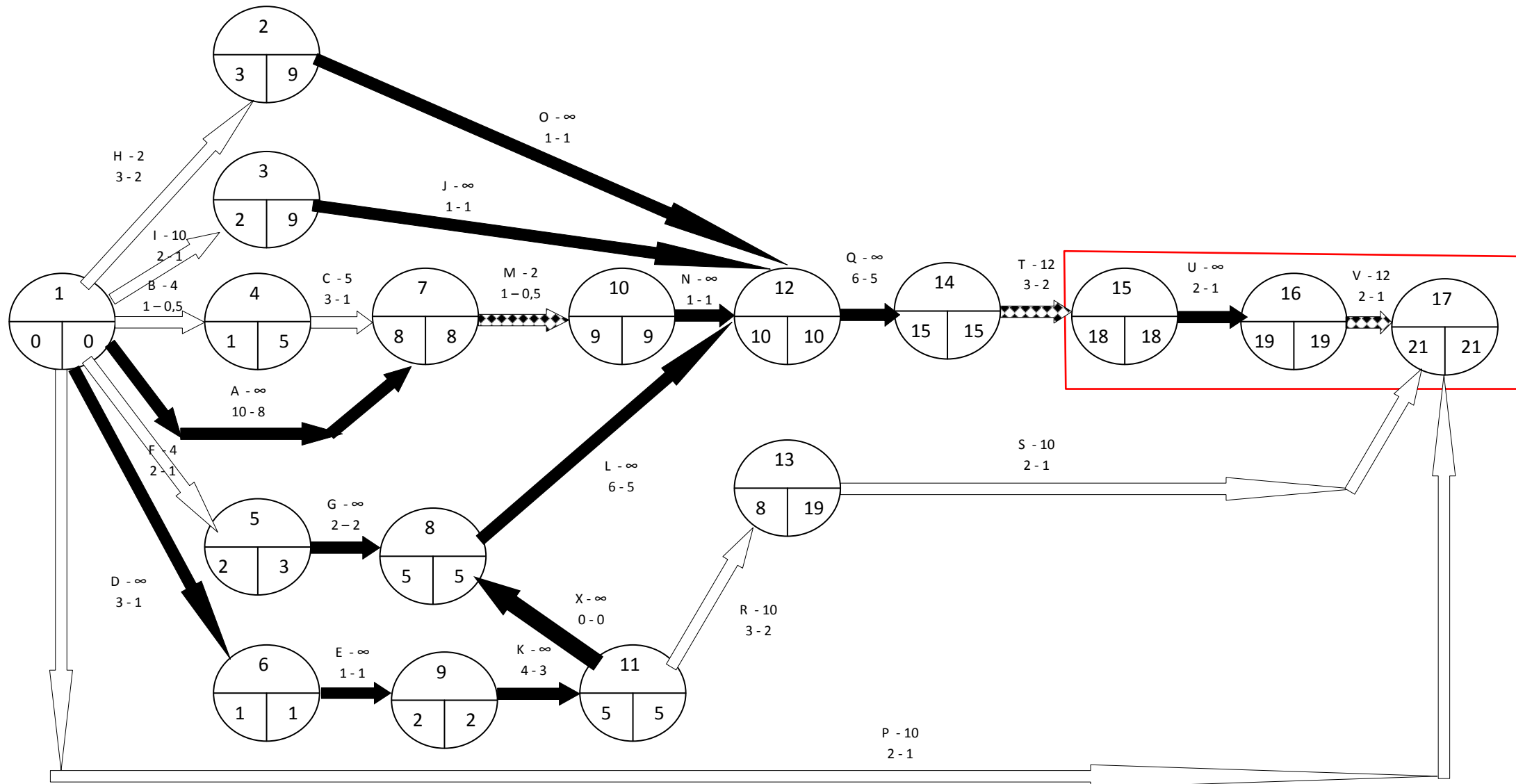
Itération 6

Etape 1



Etape 2

$$\varphi_{\max} = 12$$



Jeudi 2 décembre 2010

Etape 3

Arcs de type X : Arcs libres entrants dans la coupe $= T_j - t_i - d_{ij}$		Arcs de type Y : Arcs cruciaux ou bloqués sortant de la coupe $= d_{ij} - T_j + t_i$		Arcs de type Z : Arcs saturés entrants dans la coupe $= T_j - t_i - L_{ij}$	
P	$21 - 0 - 2 = 19$	/	/	T	$18 - 15 - 2 = 1$
S	$21 - 8 - 2 = 11$				
$X_{\min}$	11	$Y_{\min}$	/	$Z_{\min}$	1

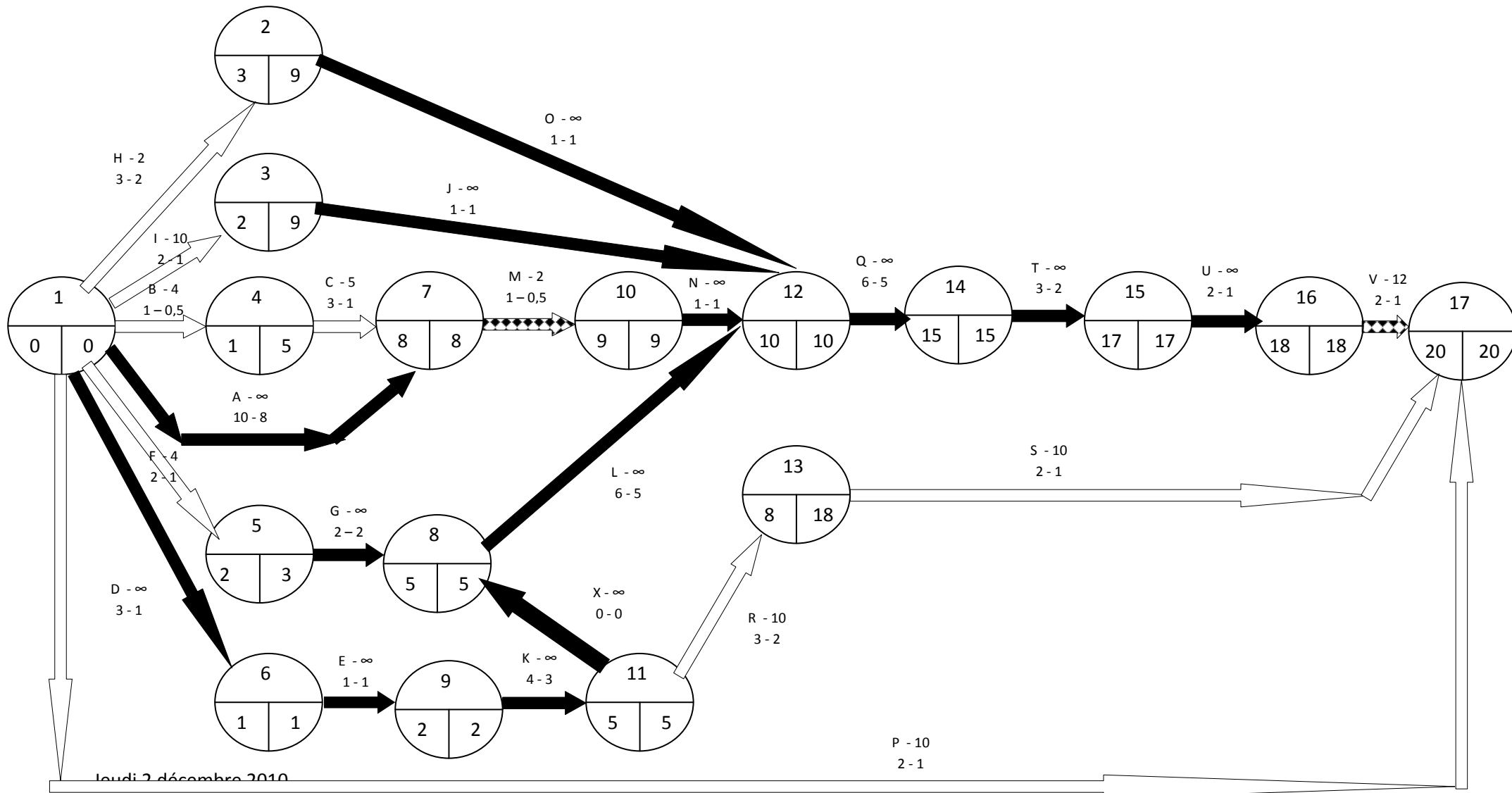
$$\text{Min}(\text{Min}(X), \text{Min}(Y), \text{Min}(Z)) = 1 = \theta$$

Coût supplémentaire pour réduire de θ mois :

$$\theta * (C_{ij}(T)) = 1 * (12) = 12$$

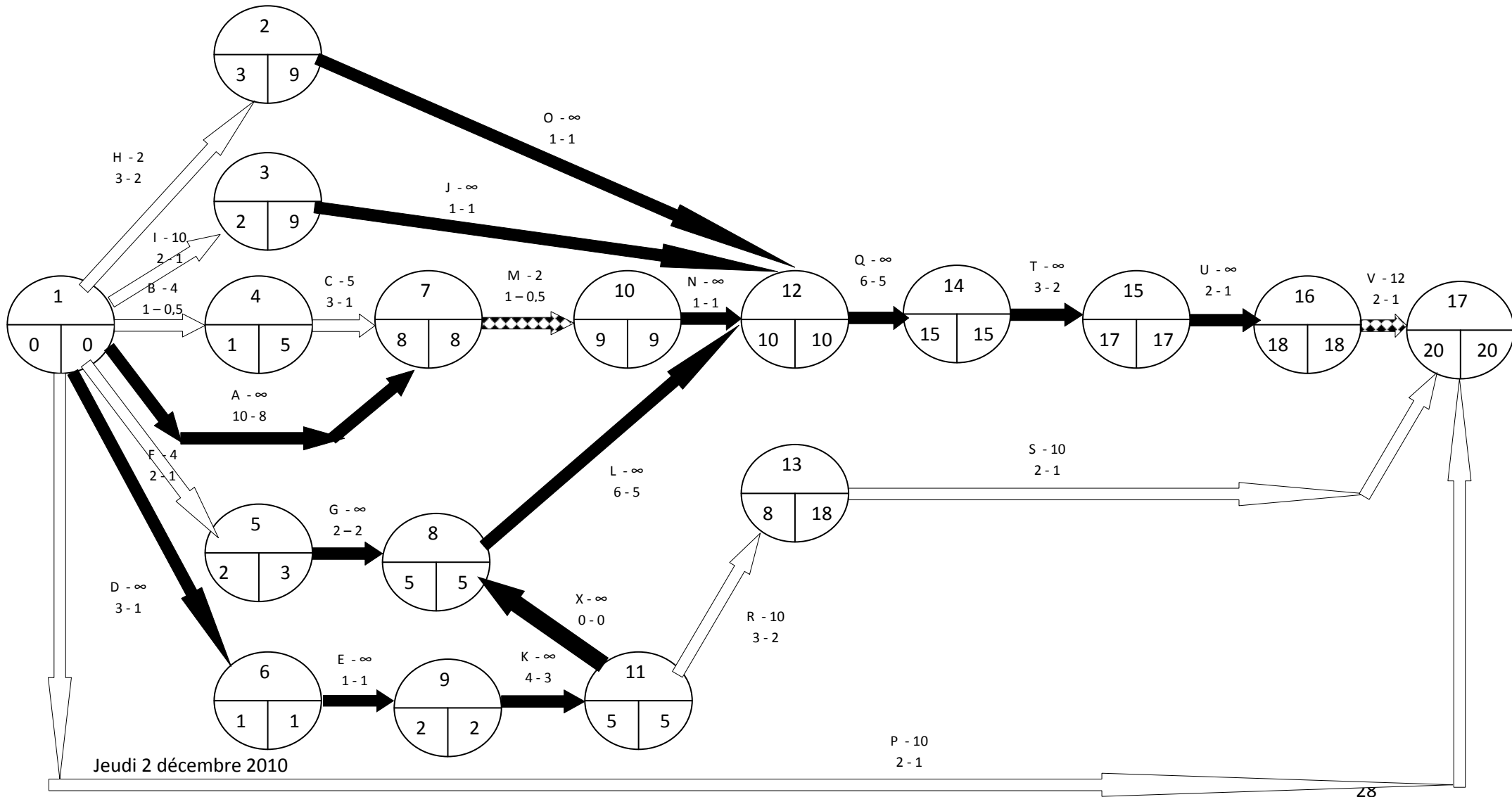
Il faut dépenser 12k€ pour réduire le projet de 1 mois.

Etape 4



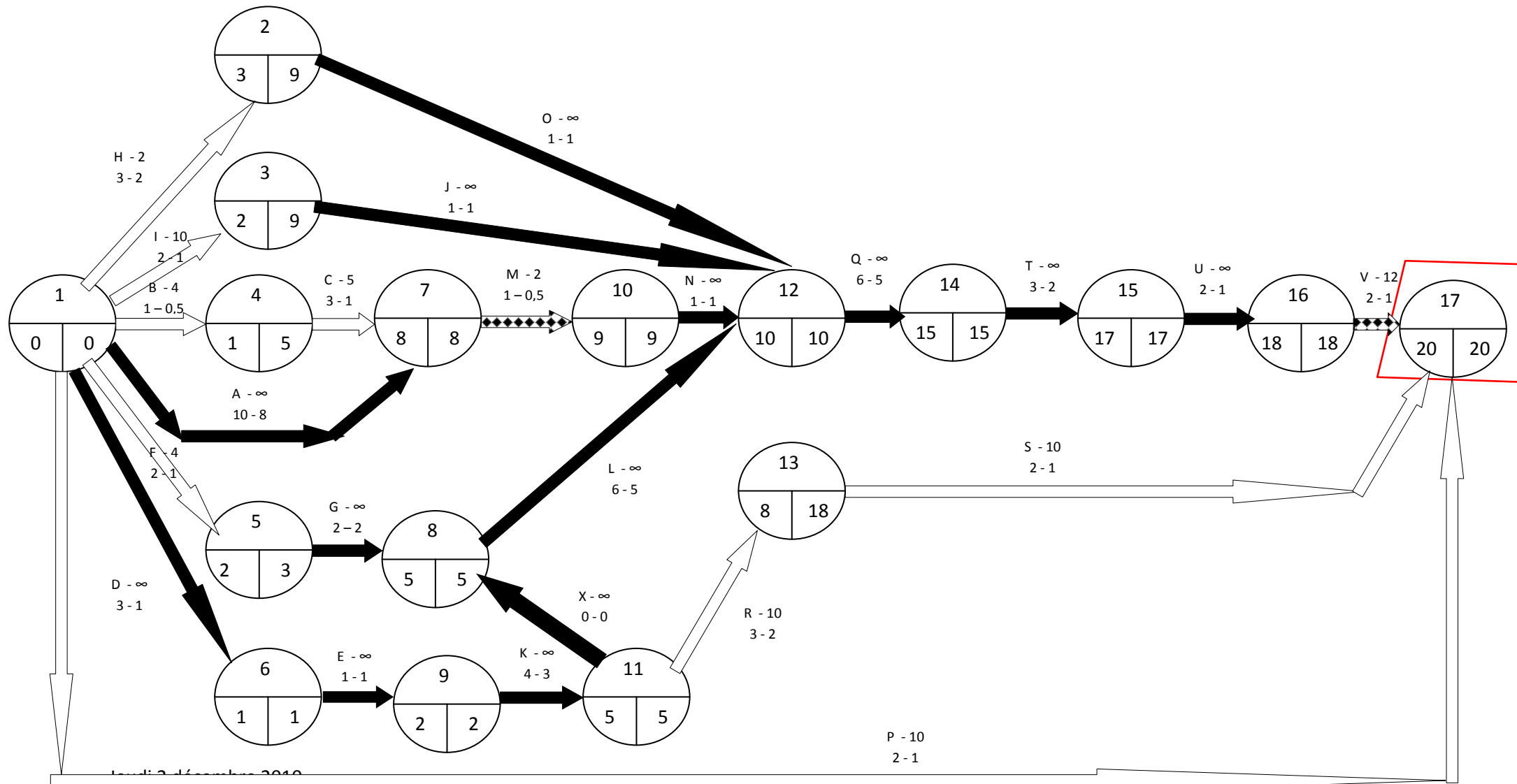
Itération 7

Etape 1



Etape 2

$$\varphi_{\max} = 12$$



Etape 3

Arcs de type X : Arcs libres entrants dans la coupe $= T_j - t_i - d_{ij}$		Arcs de type Y : Arcs cruciaux ou bloqués sortant de la coupe $= d_{ij} - T_j + t_i$		Arcs de type Z : Arcs saturés entrants dans la coupe $= T_j - t_i - L_{ij}$	
P	$20 - 0 - 2 = 18$	/	/	V	$20 - 18 - 1 = 1$
S	$20 - 8 - 2 = 10$				
$X_{\min}$	10	$Y_{\min}$	/	$Z_{\min}$	1

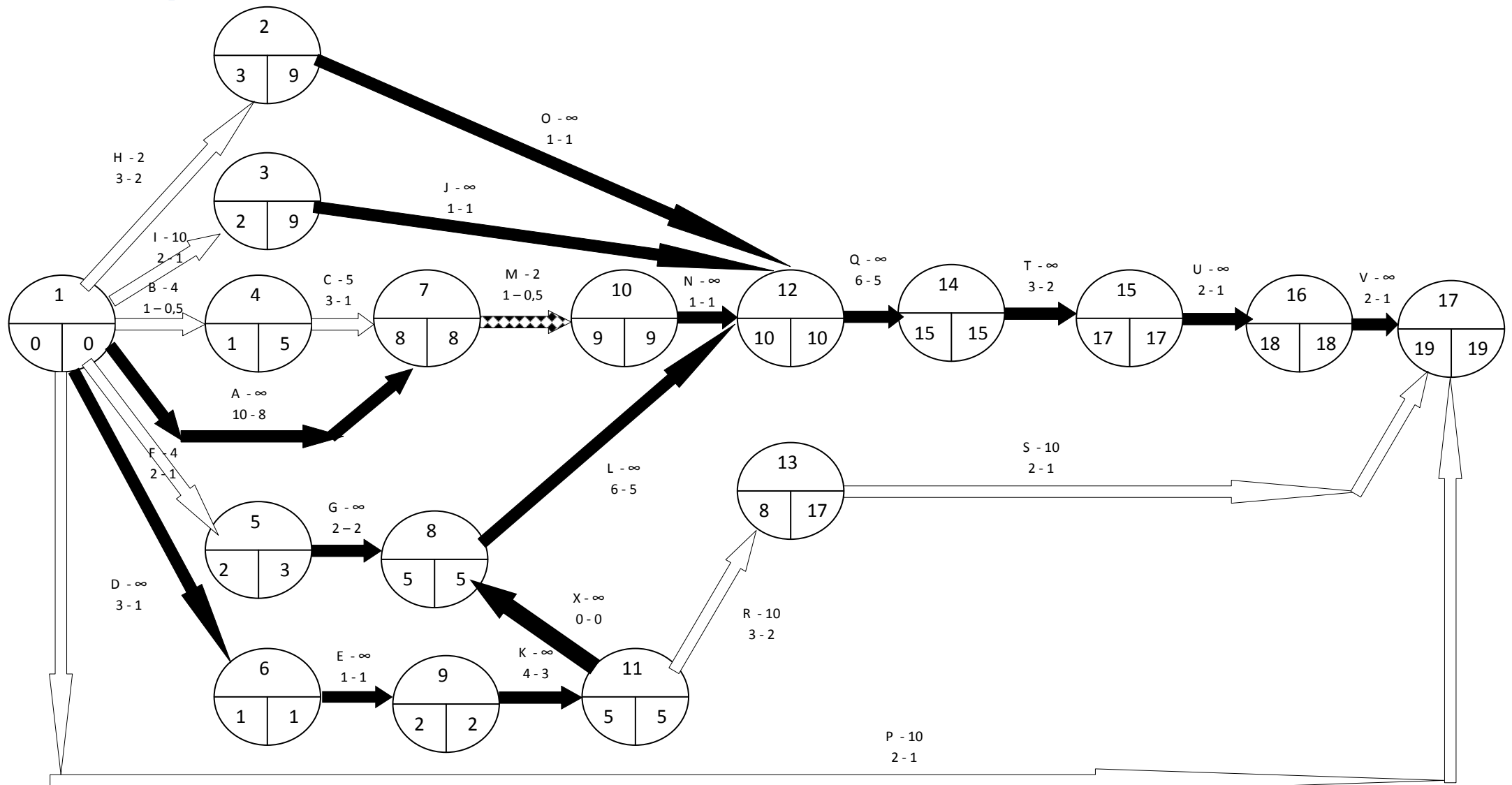
$$\text{Min}(\text{Min}(X), \text{Min}(Y), \text{Min}(Z)) = 1 = \theta$$

Coût supplémentaire pour réduire de θ mois :

$$\theta * (C_{ij}(V)) = 1 * (12) = 12$$

Il faut dépenser 12k€ pour réduire le projet de 1 mois.

Etape 4



Un chemin d'arcs bloqué est présent.

L'algorithme s'arrête.

III Solutions proposées

Petit rappel : Le projet, pour 27 mois, coûte 345 k€. Le client veut diminuer la durée jusqu'à 19 mois et ne payer pas plus de 10% du prix initial.

Voici les différentes solutions que nous pouvons proposer au client :

Cas 1 : Respect de la durée

Le projet durera au maximum 19 mois et coutera :

70k€ de plus soit un total de 415k€ soit une augmentation du prix initial de 20,29%.

Cas 2 : Respect du prix

Il ne faut pas que le projet subisse une augmentation de plus de 10%.

Le projet coûterait 379,5k€ mois et durerait entre 22 et 23 mois. Nous proposerons au client 23 mois soit 369k€

Cas 3 : Tableau des différents rapports durée/prix

Durée (Mois)	Prix (k€)
27	345
25	355
24	362
23	369
22	381
21	391
20	403
19	415

