

DST Page 1

19/20

1. Moyenne arithmétique de l'action

$$M_0 = \frac{0,03 + 0,02 + (-0,02) + (-0,04)}{4} = \frac{-0,01}{4} = \boxed{-0,5\% = M_0}$$

2. Variabilité arithmétique de l'action

$$\sigma = \sqrt{E(R_i^2) - [E(R_i)]^2} = \sqrt{\frac{0,03^2 + 0,02^2 + (-0,02)^2 + (-0,04)^2}{4} - (-0,005)^2}$$

$$\sigma = \boxed{2,63\%}$$

$$\beta = \frac{\text{Cov}(R_i, R_m)}{\text{Var}(R_m)}$$

$$\text{avec } \text{Cov}(R_i, R_m) = E(R_i R_m) - E(R_i) \cdot E(R_m)$$

$$= \frac{0,03 \times 0,02 + 0,02 \times 0 + (-0,02) \times (-0,01) + (-0,04) \times (-0,03)}{4} - (-0,005) \times \frac{0,03 + 0,02 + 0,01 + 0,03}{4}$$

$$= 5,5 \cdot 10^{-4} - (-5 \cdot 10^{-4}) \times (-7,5 \cdot 10^{-3})$$

$$= 5,125 \cdot 10^{-4}$$

$$\text{et } \text{Var}(R_m) = \sigma_m^2 = \frac{0,02^2 + 0,01^2 + (-0,01)^2 + (-0,03)^2}{4} - \left(\frac{-0,01}{4}\right)^2$$

$$\text{Var}(R_m) = 3,6875 \cdot 10^{-4} = 3,6875 \cdot 10^{-4}$$

$$\text{D'où } \beta = \frac{5,125 \cdot 10^{-4}}{3,6875 \cdot 10^{-4}} = 0,5\% \quad \beta = \frac{5,125 \cdot 10^{-4}}{3,6875 \cdot 10^{-4}} = \boxed{1,39} \geq 1$$

On a $\beta > 1$, donc atténuant les risques

On a $\beta > 1 \Rightarrow$ atténuant les risques

1. a)

Quantité $X_2 = X_{2,2} = X_{1,1} = X_1 = 22 - 23 = -1$ kg

Quantité de la farine au jour précédent de 7 jours

Quantité $X_2 = X_{2,2} = X_{1,1} = X_1 = 22 - 23 = -1$ kg
 $X_{2,2} = X_{1,1}$

Donc $X_{2,2} = \frac{22+23}{2} = 22,5$

et $X_{1,1} = \frac{22+25+22+23}{4} = 23$

et on a $X_{2,2} = 22,5 - 23 = -0,5 > 0$

ce qui signifie que la farine à court terme le jour 2

1. b) $X_{2,2} = X_{2,2} = X_{1,1} = X_{1,1} = X_1 = 22 - 23 = -1$ kg

Donc $X_2 = (1-a)X_1 + aX_{1,1}$

$X_{1,1}$	$X_{2,2}$	$X_{1,1}$	$X_{2,2}$
0	23	23	23
1	22	$0,9 \times 22 + 0,1 \times 23 = 22,1$	$0,1 \times 22 + 0,9 \times 23 = 22,8$
2	25	$0,9 \times 25 + 0,1 \times 22,1 = 24,79$	$0,1 \times 25 + 0,9 \times 22,1 = 22,49$
3	24		

et on a $X_{2,2} = 24,79 - 23,24 = 1,55 > 0$

ce qui signifie que la farine à court terme le jour 3

Ex 232

$d_1 = 75$

$d_2 = 80$

jour	Rente	div	Rente	R_1	R_2	R_{12}
1	23	~~X~~	~~X~~	~~X~~	~~X~~	~~X~~
2	24	0	-1	~~X~~	~~X~~	~~X~~
3	25	+3	0	$\frac{2}{3} \cdot 15$	$\frac{2}{3} \cdot 15$	$\frac{4}{3} \cdot 15$
4	22	0	-3			

En 232 : 75 > 70, on est au cas simple de l'exercice.

Exercice 2

Rentes :

Rente d'achat		Rente	Rente de vente		Rente d'échange
quantité	quantité achetée		quantité	quantité vendue	
		marché	2000	2000	
300	1000	20		2000	2000
	200	24	1000	1000	1000
200	900	23		1000	1000
	300	24	1000	2000	2000
500	700	23	1000	2000	2000
100	200	marché			

Le cas d'achat est de 290.

En 232 : 75 > 70, on est au cas simple de l'exercice.

Rente d'achat		Rente de vente	
quantité	Rente	Rente	quantité
200	23	25	1000
300	20		

1/1

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= 2\lambda & \sigma_2 &= 3\lambda \\ \sigma_1 &= 2\lambda & \sigma_2 &= 3\lambda \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial p} (f + \lambda_1 g_1 + \lambda_2 g_2) &= \sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \lambda_1 \sigma_1^2 + \lambda_2 \sigma_2^2 + 2p \sigma_1 \sigma_2 \lambda_1 + 2p \sigma_1 \sigma_2 \lambda_2 \\ &= \sigma_1^2 + \sigma_2^2 + 2p \sigma_1 \sigma_2 (\lambda_1 + \lambda_2) \quad \text{mit } \sigma_1 = 2\lambda, \sigma_2 = 3\lambda \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{für } \lambda & \text{ konstante} & \left\{ \begin{aligned} p_1 + p_2 + p_3 &= 1 \quad \text{mit } p_1 = 0,04, p_2 = 0,03 \\ 0,04 \times p_1 + 0,03 \times p_2 + 0,03 \times p_3 &= 0,07 \quad \text{mit } 0,04 \times p_1 + 0,03 \times p_2 + 0,03 \times p_3 = 0,07 \end{aligned} \right. \end{aligned}$$

$$\frac{\partial}{\partial p_1} (f + \lambda_1 g_1 + \lambda_2 g_2) : 2\sigma_1^2 p_1 + 2p \sigma_1 \sigma_2 (\lambda_1 + \lambda_2) + d_1 + 0,04 d_2 = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial p_2} (f + \lambda_1 g_1 + \lambda_2 g_2) : 2\sigma_2^2 p_2 + 2p \sigma_1 \sigma_2 (\lambda_1 + \lambda_2) + d_2 + 0,03 d_1 = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial p_3} (f + \lambda_1 g_1 + \lambda_2 g_2) : d_3 + 0,03 d_2 = 0$$

2) für die Optimalwerte:

$$\begin{cases} 2\sigma_1^2 p_1 + 2\sigma_1 \sigma_2 (\lambda_1 + \lambda_2) p_1 + d_1 + 0,04 d_2 = 0 \\ 2\sigma_2^2 p_2 + 2\sigma_1 \sigma_2 (\lambda_1 + \lambda_2) p_2 + d_2 + 0,03 d_1 = 0 \\ 0 + 0 + d_3 + 0,03 d_2 = 0 \\ p_1 + p_2 + p_3 = 1 \\ 0,04 p_1 + 0,03 p_2 + 0,03 p_3 = 0,07 \end{cases}$$

mit $\sigma_1 = 2, \sigma_2 = 3$

$$\begin{cases} 0,0016 p_1 + 0,0024 p_2 + d_1 + 0,04 d_2 = 0 \\ 0,0036 p_1 + 0,0018 p_2 + d_2 + 0,03 d_1 = 0 \\ 0 + 0 + d_3 + 0,03 d_2 = 0 \\ p_1 + p_2 + p_3 = 1 \\ 0,04 p_1 + 0,03 p_2 + 0,03 p_3 = 0,07 \end{cases}$$

$$\sigma_A = 0,1 \quad \sigma_B = 0,2$$

$$\rho = 0,5 \quad \rho = 0,5$$

$$1) \rho = 0,5$$



Donc avec le minimum de risque avec $\rho = 0,5$
 il faut 100% de σ_B pour être au minimum de risque
 Donc on a 100% de titre B.

$$\text{Donc } \boxed{\begin{matrix} p_A = 100\% \\ p_B = 0\% \end{matrix}}$$

$$2) \rho = 0,2$$



avec $\rho = 0,2$, on a :

$$\boxed{\begin{matrix} p_A = \frac{\sigma_B^2}{\sigma_A^2 + \sigma_B^2} = \frac{0,08}{0,14} = 72,7\% \\ p_B = 27,3\% \end{matrix}}$$

$$3) \rho = 0$$



avec $\rho = 0$, on a :

$$\boxed{\begin{matrix} p_A = \frac{\sigma_B^2}{\sigma_A^2 + \sigma_B^2} = \frac{0,08^2}{0,01 + 0,04} = 87,7\% \\ p_B = 12,3\% \end{matrix}}$$

$$4) \rho = -0,5$$

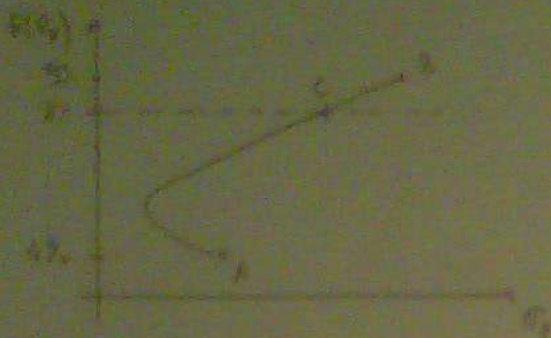


avec $\rho = -0,5$, on a :

$$\boxed{\begin{matrix} p_A = \frac{\sigma_B^2 - 0,5\sigma_A\sigma_B\rho}{\sigma_A^2 + \sigma_B^2 - 2\sigma_A\sigma_B\rho} = 74,7\% \\ p_B = 25,3\% \end{matrix}}$$

2

2. Rentabilität steigt auf 2%.



Geucht die Punkte

$$E = E(R_t) = p_A E(R_u) + (1-p_A) E(R_d) = 0,03$$

$$\Leftrightarrow p_A \cdot 0,04 + (1-p_A) \cdot 0,02 = 0,03$$

$$\Leftrightarrow p_A (0,04 - 0,02) = 0,03 - 0,02$$

$$\Leftrightarrow p_A = \frac{0,01}{0,02 - 0,02} = \frac{0,01}{0,02} = 20\% \Rightarrow p_B = 80\%$$

3. β der Aktien steigt auf 3,3%



Geucht die Punkte

$$E = \sigma_t^2 = p_A^2 \sigma_u^2 + p_B^2 \sigma_d^2 + 2p_A(1-p_A) \sigma_u \sigma_d \rho_{AB} = (0,033)^2$$

$$\Leftrightarrow (0,033)^2 p_A^2 + (1-p_A)^2 (0,02)^2 + 2p_A(1-p_A) 0,02 \cdot 0,02 \cdot (-1) = (0,033)^2$$

$$\Leftrightarrow 0,033^2 p_A^2 + (1-2p_A+p_A^2) 0,0004 - 0,00084 p_A + 0,0008 p_A^2 = (0,033)^2$$

$$\Leftrightarrow p_A^2 (0,033^2 + 0,0004 + 2,00084) + p_A (-2 \cdot 0,02^2 - 0,00084) = (0,033)^2 - 0,04$$

$$\Leftrightarrow p_A^2 (0,04444) + p_A (-0,04444) + 0,004356 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (0,04444)^2 - 4(0,04444)(0,004356) = 5,64 \cdot 10^{-5}$$

$$\text{Daher } p_{A+} = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{0,04444 + \sqrt{5,64 \cdot 10^{-5}}}{2 \cdot (0,04444)} = 0,08$$

$$p_{A-} = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = 0,41 \Rightarrow p_A = 41\%$$

$$\text{Daher } p_A = 41\% \text{ und } p_B = 59\%$$

Exercice

Données

1. 10%

Données

DE - EFCE3 - Banque Lyon

16,5

20

1. Soit $\sigma = \sqrt{E(R_A) \cdot E(R_A)}$

avec $E(R_A) = \frac{0,001 + 0,01 - 0,001 - 0,01}{4} = 0,0025$ = rentabilité moyenne anticipée de l'action A

Donc $\sigma = \sqrt{\frac{0,001^2 + 0,01^2 + 0,001^2 + 0,01^2}{4} - (-0,0025)^2}$

soit $\sigma = 0,92\%$

2. Soit	Rendement anticipé	0,01%	0,02%	-0,01%	-0,02%
	Rendement pondéré	$h(0,01)$ = 0,995%	$h(0,02)$ = 0,98%	$h(-0,01)$ = -0,995%	$h(-0,02)$ = -0,98%

soit $(1+x)^4 = (1+0,00995)(1+0,0098)(1-0,00995)(1-0,0098)$

soit $x = \sqrt[4]{0,99500196 - 0,99500196} - 1$

soit $x = -0,17\%$ = rentabilité moyenne pondérée de l'action A

Donc $\sigma = \sqrt{\frac{0,005^2 + 0,005^2 + 0,005^2 + 0,005^2}{4} - (-0,0017)^2}$

soit $\sigma = 0,93\%$

3. Calcul du β

$\beta = \frac{\text{Cov}(R_A, R_M)}{\text{Var}(R_M)}$

avec $\text{Cov}(R_A, R_M) = E(R_A R_M) - E(R_A) \cdot E(R_M)$

= $\frac{0,001 + 0,001 + 0,001 - 0,001 - 0,001}{4} - (0,0025) \cdot 0,0025$

= $0,0002 - (-0,0015) \cdot (-0,0015)$

= $0,0001375$

$$\begin{aligned} \sigma^2(r_p) &= E(r_p^2) - [E(r_p)]^2 \\ &= \frac{(-0,01)^2 + (-0,03)^2}{2} - \left(\frac{-0,04}{2} \right)^2 \\ &= 1,25 \cdot 10^{-3} - 6,25 \cdot 10^{-4} \\ &= 6,25 \cdot 10^{-4} \\ &= 0,000625 \end{aligned}$$

2

$$\text{Donc } \beta = \frac{0,000625}{0,000175} = 3,57 > 1$$

→ amplification du mouvement de marché

$$\begin{aligned} \text{L'espérance} &= \frac{\sum R_i \cdot \bar{R}}{n} \quad \text{avec } \bar{R} = \frac{-0,01 + (-0,03)}{2} = -0,02 \\ &= \frac{1}{2} (-0,01 - (-0,03)) + (-0,03) - (-0,02) \\ &= \frac{1}{2} (0,02 - 0,02) = 0 \end{aligned}$$

La rente moyenne permet de connaître l'évolution négative du titre.

$$\begin{aligned} \text{Exercice 2:} \quad E(R_A) &= 4\% = 0,04 & E(R_B) &= 9\% = 0,09 \\ \sigma_A &= 2\% = 0,02 & \sigma_B &= 0,08 = 8\% \end{aligned}$$

1. Les titres sont indépendants, $\rho_{AB} = 0$
 Le portefeuille minimisant le risque est.



$$\begin{aligned} \alpha \text{ et } \beta &= \frac{\sigma_B^2}{\sigma_A^2 + \sigma_B^2} = \frac{0,0064}{0,0004 + 0,0064} = 0,93 \\ \Rightarrow \beta &= 93\% \text{ et } \alpha = 7\% \end{aligned}$$

✓

3. Les titres sont courbes parfaitement symétriques et $\sigma_A = \sigma_B = 2$



Substituer maintenant la courbe

$$p_A = \frac{\sigma_B}{\sigma_A + \sigma_B} = \frac{0,06}{0,06 + 0,06} = 0,5$$

$$\Rightarrow p_A = 50\% \text{ et } p_B = 50\%$$

4. Si $\sigma_A = 2$ et $\sigma_B = -0,4$

Substituer la courbe au marché: $p_A = 0$

$$\text{On a } p_A = p_A \sigma_A + p_B \sigma_B = 0, \text{ on veut } p_A = p \text{ ou } p_B = 1 - p$$

$$\text{on } 0 = p \sigma_A + (1 - p) \sigma_B$$

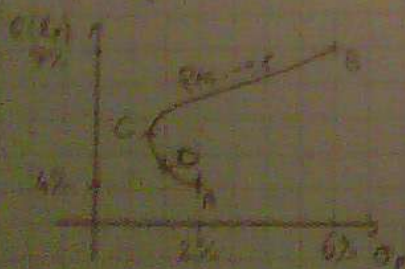
$$\text{on } 0 = p(\sigma_A - \sigma_B) + \sigma_B$$

$$\Rightarrow p = \frac{-\sigma_B}{\sigma_A - \sigma_B} = \frac{-(-0,4)}{2 - (-0,4)} = \frac{0,4}{2,4}$$

$$\text{Alors } p = 0,16$$

$$\text{Donc } p_A = 16\% \text{ et } p_B = 84\%$$

5. La courbe $\sigma_A = -0,8$



Si $p_A = 90\%$ et $p_B = 10\%$ on se trouve à peu le point D

On se trouve à l'intersection de la courbe segment [AC] et

de la courbe segment [AB], par cela on obtient des titres B

Parce que si on veut de moins en moins minimiser le risque, on prendra plus de risque pour avoir une meilleure rentabilité, et une espérance de gain plus

On fait toujours se trouver sur le segment [AC]

Calculer la valeur de la fonction de la réponse d'un fil à filie échange

$$f = \frac{\text{valeur de la réponse de filie}}{\text{valeur totale de filie}}$$

1

On a $\alpha_1 = 0,5$

On suppose une déformation de chaque rail en $\alpha_1 = 0$ et de $\beta = 0$ et de $E(l_0) = 35$.

Contraintes

$$\begin{cases} 1. \text{ } p_1 + p_2 + p_3 = 1 = 0 \\ 2. \text{ } 0,04 p_1 + 0,07 p_2 + 0,03 p_3 - 0,05 = 0 \\ 3. \text{ } 1,2 p_1 - 0,4 p_2 + 0 p_3 = 1 = 0 \end{cases}$$

On a $f(p_1, p_2, p_3) = p_1^2 \sigma_1^2 + p_2^2 \sigma_2^2 + p_3^2 \sigma_3^2 + 2 p_1 p_2 \sigma_1 \sigma_2 \rho_{12} + 2 p_1 p_3 \sigma_1 \sigma_3 \rho_{13} + 2 p_2 p_3 \sigma_2 \sigma_3 \rho_{23}$

On a $\sigma_1 = 0$

$\Rightarrow f(p_1, p_2, p_3) = p_2^2 \sigma_2^2 + p_3^2 \sigma_3^2 + 2 p_2 p_3 \sigma_2 \sigma_3 \rho_{23}$

2

On a $\frac{\partial f(p_1, p_2, p_3)}{\partial p_1} = 0 = 2 p_1 \sigma_1^2 + 2 p_2 \sigma_1 \sigma_2 \rho_{12} + \alpha_1 + 0,04 \alpha_2 + 1,2 \alpha_3$

$\frac{\partial f(p_1, p_2, p_3)}{\partial p_2} = 0 = 2 p_2 \sigma_2^2 + 2 p_1 \sigma_1 \sigma_2 \rho_{12} + \alpha_2 + 0,07 \alpha_2 - 0,4 \alpha_3$

$\frac{\partial f(p_1, p_2, p_3)}{\partial p_3} = 0 = \alpha_3 + 0,03 \alpha_2$

Donc les équations

$$\begin{cases} 2 \sigma_1^2 p_1 + 2 \sigma_1 \sigma_2 \rho_{12} p_2 + 0 + \alpha_1 + 0,04 \alpha_2 + 1,2 \alpha_3 = 0 \\ 2 \sigma_1 \sigma_2 \rho_{12} p_1 + 2 \sigma_2^2 p_2 + 0 + \alpha_2 + 0,07 \alpha_2 - 0,4 \alpha_3 = 0 \\ 0 + 0 + 0 + \alpha_3 + 0,03 \alpha_2 + 0 = 0 \\ p_1 + p_2 + p_3 + 0 + 0 + 0 = 1 \\ 0,04 p_1 + 0,07 p_2 + 0,03 p_3 + 0 + 0 + 0 = 0,05 \\ 1,2 p_1 - 0,4 p_2 + 0 p_3 + 0 + 0 + 0 = 1 \end{cases}$$

4/6

Exercice 3

$$\begin{cases} 0,0003 p_1 - 0,0001 p_2 = 0 & + 0_1 + 0,0002_2 + 1,2_3 = 0 \\ -0,0001 p_1 + 0,0002 p_2 = 0 & + 0_1 + 0,0001_2 + 0,0001_3 = 0 \\ 0 & + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 = 0 \\ p_1 & + p_2 + p_3 = 0 + 0 + 0 = 1 \\ 0,04 p_1 & + 0,07 p_2 + 0,05 p_3 = 0 + 0 + 0 = 0,06 \\ 1,2 p_1 & + 0,4 p_2 + 0 + 0 + 0 + 0 = 1 \end{cases}$$

Exercice 4

1. Séquences de marche au hasard : $X_t = X_{t-1} + \epsilon_t$
2. Pour une marche au hasard on a $\frac{1}{2}$ ~~de probabilité~~

1,5
B

Exercice 5

1. RSE :

Jours	Cours	Hauter	Baisser	H _t	B _t
1	10,3	X	X	X	X
2	11,5	+1,2	0	X	X
3	11	0	-0,5	X	X
4	10,8	0	-0,2	$\frac{1,2 \times 0,4}{2} = 0,24$	$\frac{0,7 \times 0,25}{2} = 0,0875$
5	10	0	-0,8	0	$\frac{1,5 \times 0,5}{1} = 0,75$

$$R_t = RSE = \frac{100 \times H_t}{H_t + H_c} = \frac{100 \times 0}{0,5} = 0 < 30$$

2

Donc il s'agit d'une période de hausse. (Séquences de hausse)

$$L_2 = (1-a) X_2 + a L_{2-1} \quad \text{et } MACD = L_{0,2} - L_{0,3}$$

$$= L_{\text{court terme}} - L_{\text{long terme}}$$

Jour	Cours	$L_{0,2}$	$L_{0,3}$
1	10,3	10,3	10,3
2	11,5	11,38	10,54
3	11	11,038	10,632
4	10,8	10,8238	10,6656
5	10		

Soit $L_{0,2}$:

$$L_2 = 0,9 \times 11,5 + 0,1 \times 10,3 = 11,38$$

$$L_3 = 0,9 \times 11 + 0,1 \times 11,38 = 11,038$$

$$L_4 = 0,9 \times 10,8 + 0,1 \times 11,038 = 10,8238$$

Soit $L_{0,3}$:

$$L_2 = 0,2 \times 11,5 + 0,8 \times 10,3 = 10,54$$

$$L_3 = 0,2 \times 11 + 0,8 \times 10,54 = 10,632$$

$$L_4 = 0,2 \times 10,8 + 0,8 \times 10,632 = 10,6656$$

$$\text{Donc } MACD_4 = 10,8238 - 10,6656 = 0,1582 > 0.$$

Donc on est en de la spéculation à court terme le jour 4.

$$3. \text{ Momentum} = X_t - X_{t-1}$$

$$\text{ici: Momentum} = X_4 - X_{4-3} = X_4 - X_1$$

$$\Rightarrow \text{Momentum} = X_4 - X_1 = 10,8 - 10,3$$

$$\text{on Momentum} = 0,5$$

On a Momentum > 0 , on est en de la spéculation à la hausse.