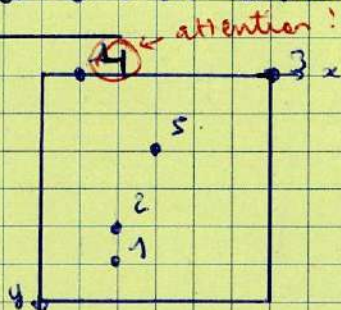


16/20

1/3

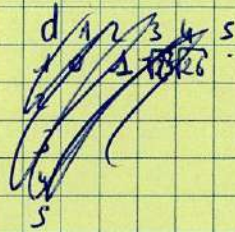
## DE Système intelligents

Exercice 3 : on renomme un de points en 4.



calcul distance :

$$\text{ex: } d(1, s) = \sqrt{d_x(1, s) + d_y(1, s)}$$



| d | 1 | 2 | 3           | 4           | 5           |
|---|---|---|-------------|-------------|-------------|
| 1 | 0 | ① | $\sqrt{41}$ | $\sqrt{26}$ | $\sqrt{10}$ |
| 2 |   | 0 | $\sqrt{32}$ | $\sqrt{17}$ | $\sqrt{5}$  |
| 3 |   |   | 0           | 5           | $\sqrt{13}$ |
| 4 |   |   |             | 0           | $\sqrt{8}$  |
| 5 |   |   |             |             | 0           |

$$h_6 = \{1, 2\} \rightarrow 1$$

diamètre maximal : on choisira  $h_6$  tel qu'il maximise la distance

| d     | 3 | 4 | 5            | $h_6$       |
|-------|---|---|--------------|-------------|
| 3     | 0 | 5 | $\sqrt{13}$  | $\sqrt{41}$ |
| 4     |   | 0 | ① $\sqrt{8}$ | $\sqrt{26}$ |
| 5     |   |   | 0            | $\sqrt{10}$ |
| $h_6$ |   |   |              | 0           |

$$d(3, h_6) = d(3, 1) \text{ par ex}$$

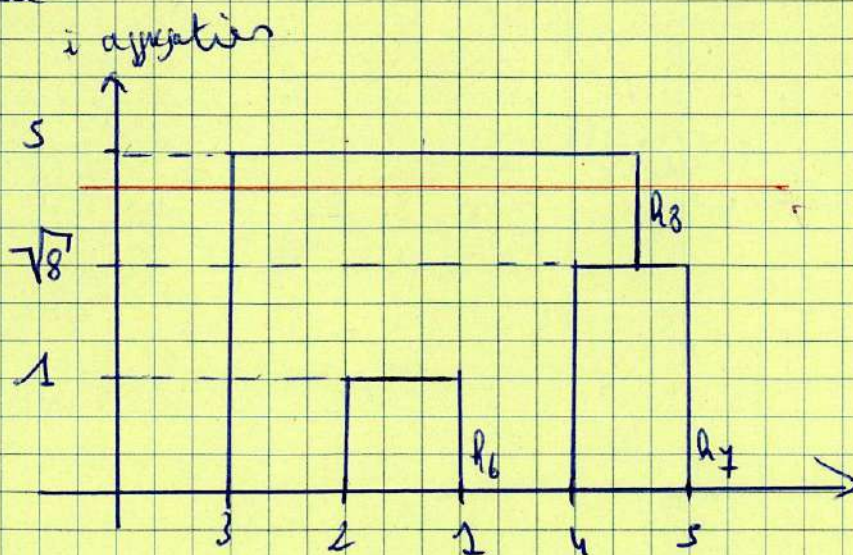
$$h_7 = \{4, 5\} \rightarrow \sqrt{8}$$

| d     | 3 | $h_6$        | $h_7$        |
|-------|---|--------------|--------------|
| 3     | 0 | $-\sqrt{41}$ | 5            |
| $h_6$ |   | 0            | $-\sqrt{26}$ |
| $h_7$ |   |              | 0            |

A ce stade, on pourrait continuer avec le tableau ci-dessus pour n'avoir que deux clans, mais ici on en demande 3.

Les 3 clans sont :

$\{3\}$  ;  $\{4, 5\}$  ;  $\{1, 2\}$  avec la stratégie du diamètre maximal.



3/3

indice final :  $-\sqrt{8}$  pour 3 clans.

### Exercice n°4

Posons  $v: x \mapsto \theta x$ .

On a :  $p(x|\theta) = \theta e^{-\theta x} v(x)$ .

$$\begin{aligned} l(x_1, \dots, x_n | \theta) &= \prod_{i=1}^n \theta e^{-\theta x_i} v(x_i) \\ &= \theta^n e^{-\theta n \bar{x}} \prod_{i=1}^n v(x_i). \end{aligned}$$

avec  $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$ .

$$\ln L = n(\ln \theta - \bar{x} \theta) + \sum_{i=1}^n \ln(v(x_i)).$$

~~$\neq \ln(\theta^n e^{-\theta n \bar{x}} \prod_{i=1}^n v(x_i))$~~

$$\frac{d \ln L}{d \theta} = n \left( \frac{1}{\theta} - \bar{x} \right) + \sum_{i=1}^n \left( \theta x_i \times \frac{1}{\theta x_i} \right).$$

$$= n \left( \frac{1}{\theta} - \bar{x} \right) + \left( \frac{1}{\theta} \right) \times n$$

$$= n \left( \frac{2}{\theta} - \bar{x} \right).$$

or  $\frac{d \ln L}{d \theta} = 0$  si  $\left( \frac{2}{\theta} - \bar{x} \right) = 0$  i.e.  $\frac{2}{\theta} = \bar{x}$

3/3 i.e.  $\theta = \frac{2}{\bar{x}}$  <sup>donc</sup>. Ainsi, comme  $L$  et  $\ln L$  ont le

même maximum pour  $\theta$  tel que  $\frac{d}{d\theta} \ln L = 0$ , on

$$a \quad \hat{\theta} = \frac{2}{\bar{X}}$$

### Exercice 5

Un capteur peut recevoir deux signaux possibles.

1).  ~~$f_1(z) = p(z|H_1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2}}$~~

$$f_1(z) = p(z|H_1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2}}$$

$$f_2(z) = p(z|H_2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(z-1)^2}{2}}$$

2.  $z = 0,6 \Rightarrow p(0,6|H_1) = 0,33$

$$p(0,6|H_2) = 0,37$$

$0,33 < 0,37$ , ~~so~~ l'hypothèse la plus probable est

$H_2$ .

ou

#

2/3

Accelio

Anboine

3).

$$\Lambda(z) = \frac{\frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(z-1)^2}{2}}}{\frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2}}} = \frac{p(z|H_2)}{p(z|H_1)}$$

$$\ln(\Lambda(z)) = -\frac{1}{2}(z-1)^2 + \frac{1}{2}z^2$$

$$\begin{aligned} &= \cancel{\frac{1}{2}(1-2z+1+z^2)} = -\frac{1}{2}(z^2+1-2z) + \frac{1}{2}z^2 \\ &= \cancel{\frac{1}{2}} = -\frac{1}{2}z^2 + 1 - 2z + \frac{1}{2}z^2 \\ &= 1 - 2z \end{aligned}$$

$$\Lambda(z) = \frac{e^{1-2z}}{1}$$

$$4. \Lambda(z) > 1 \text{ i.e. } e^{1-2z} > 1 \text{ i.e. } 1-2z > 0$$

$$\text{i.e. } 2z < 1$$

$$\underline{\text{i.e. } z < \frac{1}{2}}$$

4/4

## Exercice 1

1. Soit  $x_1 = 0,5$   
 $x_2 = 0,2$

$$X = [0,5; 0,2]$$

$$W_1 = (0,3; 0,7)^T$$

$$W_2 = (0,6; 0,9)^T$$

$$W_3 = (0,1; 0,5)^T$$

$$W_4 = (0,4; 0,3)^T$$

$$W_5 = (0,8; 0,2)^T$$

$$\begin{aligned} D_1^2 &= ((0,3 - 0,5)^2 + (0,2 - 0,2)^2) \\ &= 0,04 + 0 \\ &= \underline{0,04} \end{aligned}$$

$$D_2^2 = \underline{0,25}$$

$$D_3^2 = \underline{0,0625}$$

$$D_4^2 = 4 \cdot 10^{-4} = \underline{0,0004} \quad \text{non}$$

$$D_5^2 = \underline{0,0081}$$

$\min_{i \in \{1,5\}} D_i = D_4$  : oui, mais résultat incorrect

Le neurone dont le vecteur poids est le plus proche du vecteur d'entrée  $X = [0,5; 0,2]$  est  $C_4^*$ .

2.

 $W_m$  est compris dans son propre voisinage...

$$W_{m,t+1}^* = W_{m,t}^* + \eta \times 1 \times ([0,5; 0,2] - W_{m,t}^*)$$

t+1 = étape suivante

$$W_{m,t+1}^* = W_4 + \eta ([0,5; 0,2] - [0,4; 0,3])$$

$$= [0,4; 0,3] + 0,2 ([0,1; -0,1])$$

$$= [0,4; 0,3] + [0,02; -0,02]$$

$$= [0,42; 0,28] \quad \text{oui}$$

$$3) W_{m,t+1}^* = W_3 + \eta ([0,5; 0,2] - W_3)$$

$$= [0,1; 0,5] + 0,2 \times ([0,5; 0,2] - [0,1; 0,5])$$

$$= [0,1; 0,5] + 0,2 \times ([0,4; -0,3])$$

$$= [0,1; 0,5] + [0,08; -0,06]$$

$$= [0,18; 0,44]$$

$$W_{s_{hi}}^* = W_s + \eta (X - W_s)$$

$$= [0,8; 0,2] + 0,2 ([0,5; 0,2] - [0,8; 0,2])$$

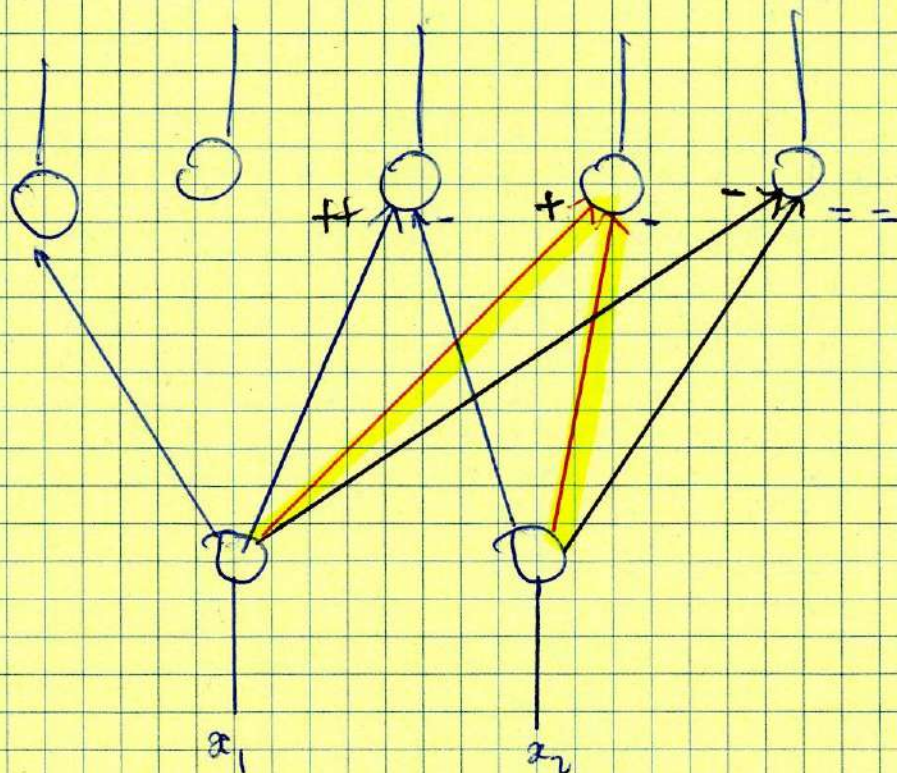
$$= [0,8; 0,2] + 0,2 ([-0,3; 0])$$

$$= [0,8; 0,2] + [-0,06; 0]$$

$$= \underline{[0,74; 0,2]}$$

g) -- = dim. des valeurs après Kohonen == stabilité  
 ++ = aug. des valeurs après Kohonen attraction

Kohonen fait diminuer l'importance du passage de  $x_2$  dans  $C_4, C_3$  et augmenter l'importance dans  $C_5$ .



6/10

3/3 Kohonen réévalue le code de neurone après les passes. Il va donner de l'importance à  $C_3$ ,  $C_4$  pour  $x_1$  et diminuer l'influence de  $C_3$ , et  $C_4$  pour  $x_2$ .

## Exercice 2

~~Choix arbitraire~~

// On suppose que  $p[i]$  désigne  $P_i$

// On suppose que  $n$  et  $C$  sont définies, ainsi que  $X$

for ( $i=0$ ;  $i < C$ ;  $i++$ )

$\mu[i] = \text{mean}(p[i])$ , // calcul de  $\mu_i$ .

end;

for ( $i=0$ ;  $i < C$ ;  $i++$ )

~~for ( $j=0$ ;  $j < \text{length}(p[i])$ ;  $j++$ )~~

~~$(p[i][j] - \mu[i])^2$~~

$J[i] = (\text{sum}((p[i] - \mu[i])^2))^n$ , // normal

end;

~~if~~  $J_{\text{normal}} = \text{sum}(J)$ ,

do {

for ( $i=1$ ;  $i \leq n$ ;  $i++$ )

~~$(X[i] - \mu[i])^2$~~

for (j=1, j < c, j++)

très inappropriate

if (p[j] - x[j] == 0)  
if (N[i] > 1)

// i.e si  $x_i$  est dans  $P_k$   
// cette méthode est certes

$p[j] = [ ]$ , noter

1 faillible en cas de doublon

$\text{delta} = (N[i] / (N[i] - 1))$

// mais je connais plus la commande

\* ~~sum~~  $(\|p[i] - u[i]\|^2)^2$

// pour tester la présence d'un elt dans un  
// vect.

$h[i] = \min(\text{delta}),$

end,

end,

$\frac{3}{6}$

pour l'effort.

clés pour les ratings!



P n'est pas indexé pour cluster dans  
votre programme:  
si P caractérise ce qu'est des  
vecteurs qui s'y rattachent, et doit  
avoir 2 indices!!  
ce n'est pas le cas ici.

