

Devoir Écrit Blanc- Filière IF

Analyse Quantitative de Risques

26 Janvier 2012 - durée : 2 heures



Sans documents - Calculatrice autorisée

Pour chaque question, veuillez préciser les formules que vous utilisez, les raisonnements que vous faites, ainsi que vos calculs intermédiaires !

Problème 1 : On considère un investissement dont le prix au temps $t = 0$ est 100 euros et dont la valeur au temps $T > 0$ est une variable aléatoire X exponentiellement distribuée avec une moyenne de 105 euros. Calculer $\text{VaR}_{0.95}(X)$ et $\text{CVaR}_{0.95}(X)$.

Problème 2 : On considère un investissement dont les valeurs $x_0, \dots, x_{20}$ pendant les 21 derniers jours sont connues :

$$\begin{array}{lllllll} x_0 = 10, & x_1 = 8, & x_2 = 5, & x_3 = 12, & x_4 = 4, & x_5 = 2, & x_6 = 1, \\ x_7 = 5, & x_8 = 1, & x_9 = 3, & x_{10} = 2, & x_{11} = 16, & x_{12} = 5, & x_{13} = 8, \\ x_{14} = 7, & x_{15} = 4, & x_{16} = 5, & x_{17} = 8, & x_{18} = 3, & x_{19} = 7, & x_{20} = 9. \end{array}$$

Le rendement journalier est le taux d'augmentation de la valeur de l'investissement d'un jour au jour suivant.

- 1) Calculer les 20 rendements correspondant aux 21 valeurs de l'investissement.
- 2) Calculer la VaR historique de ces rendements.
- 3) Calculer la CVaR historique de ces rendements.

Problème 3 : On considère un investissement dont la valeur au temps $T > 0$ est une variable aléatoire X dont la fonction de densité est la suivante :

$$f(x) = \begin{cases} x/2 - 3 & \text{si } x \in [6, 7], \\ -x/4 + 9/4 & \text{si } x \in [7, 9], \\ 3x/2 - 15 & \text{si } x \in [10, 11], \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

- 1) Tracer la fonction f et calculer son intégrale sur tout $\mathbb{R}$. S'agit-il bien de la densité d'une variable aléatoire ? Pourquoi ?
- 2) Calculer $\text{VaR}_{0.9}(X)$.
- 3) Calculer $\text{CVaR}_{0.9}(X)$.

Problème 4 : Décrivez la méthode de l'échantillonnage préférentiel.