

Formalisme des files d'attente

Introduction

- File simple
- Processus d'arrivées
- Temps de service
- Structure et discipline de la file

Réseaux de files d'attente

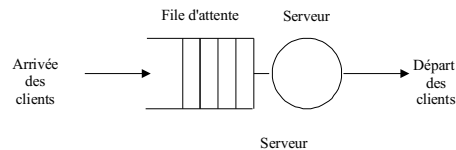
- Mono-classe
- Multi-classe

Un exemple

2



File simple



Caractérisation

- Processus d'arrivées des clients ?
- Temps de service ?
- Structure et discipline de service de la file d'attente?

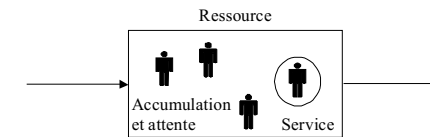
4



Introduction

Modélisation du partage de ressources

- Accès à une **ressource** par des **clients** afin de réaliser une **activité**
 - Il peut se produire une **attente** pour accéder à une ressource libre
 - Ressource disponible → le client entre en **service**

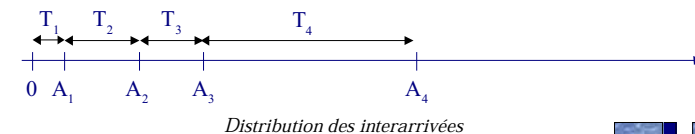


3



Processus d'arrivée

- L'arrivée des clients est décrite à l'aide d'un processus stochastique de comptage $\{N(t)\}_{t \geq 0}$.
- Définition* : Soit A_n la variable aléatoire mesurant l'instant d'arrivée du $n^{\text{ième}}$ client dans le système :
 $A_0 \equiv 0$ et $A_n \equiv \inf\{t/N(t)=n\}$
 Soit T_n la variable aléatoire mesurant le temps séparant l'arrivée du $n-1^{\text{ième}}$ client et celle du $n^{\text{ième}}$ client :
 $T_n = A_n - A_{n-1}$.

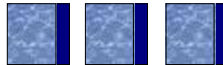


5



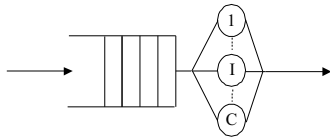
Processus d'arrivée (suite)

- Définition** : Un processus de comptage $\{N(t)\}_{t \geq 0}$ est un **processus de renouvellement** ssi les variables aléatoires $\{T_n\}_{n=1, 2, \dots}$ sont des **variables indépendantes et identiquement distribuées** (i.i.d.). La loi T décrivant le temps d'interarrivée suffit alors à caractériser le processus de renouvellement.
- Remarque : l'arrivée des clients dans une file simple est décrite par un processus de renouvellement.
- Poisson, est un processus de renouvellement.



6

Structure et discipline de service : Nombre de Serveurs



File à serveurs multiples (C serveurs)

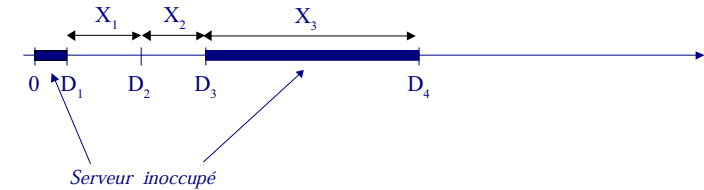
- Possibilités d'avoir des serveurs en parallèle :
 - Un client arrive
 - Soit il y a un serveur de libre, le client entre instantanément en service
 - Soit tous les serveurs sont occupés, le client se place dans le buffer en attente de libération d'un des serveurs
- Station multiserveur ? Tous les serveurs ont le même service et sont indépendants
- Station IS : *Infinite Servers* ?



8

Temps de service

- Définition** : Soit D_n la variable aléatoire mesurant l'instant de départ du $n^{\text{ième}}$ client du système. Soit X_n la variable aléatoire mesurant le temps de service du $n^{\text{ième}}$ client (temps séparant le début de la fin du service)



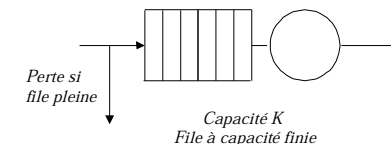
- On considérera des stations dans les temps de service X_n sont i.i.d.



7

Structure et discipline de service : Capacité de la file

- Capacité de la file à accueillir des clients en attente de service : finie ou infinie.
- K = capacité de la file (incluant le ou les clients en service)
 - $K = +\infty$, capacité illimitée
 - $K = B < +\infty$, capacité finie $\rightarrow$ perte de client

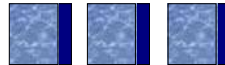


9

Structure et discipline de service : Discipline de service

- ' Détermine l'ordre dans lequel les clients sont *rangés* dans la file et y sont *retirés*.
 - ' **FIFO**(*First In First Out*) ou **FCFS** (*First Come First Served*) ou **PAPS** (*Premier Arrivé Premier Servi*)
 - ' **LIFO** (*Last In First Out*) ou **LCFS** (*Last Come First Served*) ou **DAPS** (*Dernier Arrivé Premier Servi*)
 - ' **RANDOM**
 - ' **Round-Robin** (*cyclique*)
 - ' **Processor Sharing (PS)**

10



Notation de Kendall (suite)

- ' T et X sont donnés par :
 - ' M : loi exponentielle
 - ' G : loi générale
 - ' GI : lois générales indépendantes
 - ' D : loi constante (déterministe)
 - ' E_k : loi de Erlang-k
 - ' H_k : loi hyperexponentielle-k
 - ' C_k : loi de Cox-k
 - ' Ph_k : loi de type *phase* à k étages
- ' Par *défaut* : $K=+\infty$ $m=+\infty$ et $Z=FIFO$

12



Notation de Kendall

- ' Normalisation de l'écriture d'une file d'attente

$T/X/C/K/m/Z$

- ' T : distribution d'interarrivée
- ' X : distribution de service
- ' C : nombre de serveurs
- ' K : capacité de la file
- ' m : population des usagers
- ' Z : discipline de service

11



Notion de classes de clients

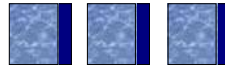
- ' Existence potentielle de plusieurs classes de clients :
 - ' Processus d'arrivées différents
 - ' Temps de service différents
 - ' Ordonnancement dans la file d'attente en fonction de la classe
- ' Comment les différentes classes s'ordonnent dans la file ?
 - ' **PR** (*Preemption*)
 - ' **HOL** (*Hold On Line*)

13



Réseaux de files d'attente

- ' *Définition* : un réseau de files d'attente est un ensemble de files simples (*stations*) interconnectées
- ' Caractérisation ?
 - ' Caractérisation de chaque station
 - ' Processus d'arrivées des clients
 - ' Routage des clients entre les stations
- ' Différents types de réseaux de FA:
 - ' Réseaux ouverts
 - ' Réseaux fermés
 - ' Réseaux multiclassés



Un exemple de réseau de FA *Modèle d'un noeud de commutation*

